

利用外力法进行失稳控制与目标瞄准

Control Instability and Aim Target with External Force

许爱国 陈光旨 刘宗华 覃团发
Xu Aiguo Chen Guangzhi Liu Zonghua Qin Tuanfa

(广西大学物理系 南宁市西乡塘路 10号 530004)

(Dept. of Physics Guangxi Univ., 10 Xixiangtang Road, Nanning, Guangxi, 530004)

倪皖荪

Ni Wansun

(南京大学信息物理系 南京市汉口路 210008)

(Information Physics Dept., Nanjing Univ., Hankou Road, Nanjing, Jiangsu, 210008)

摘要 利用外力法对非线性系统进行失稳控制与目标瞄准,根据 Lyapunov 稳定性理论选取控制系数,确定有效控制范围,对抵抗噪声干扰的能力作了理论分析. 该法不仅适用于混沌区域,而且适用于分岔区域.

关键词 系统外力 失稳控制 目标瞄准

Abstract External force was used to control instability and aim target at nonlinear system. The control stiffness was selected and the valid range was further determined according to Lyapunov stable theory. The ability to resist the effect of noise was also theoretically analysed. This method can be applied not only to chaotic region but also to furcate region.

Key words external force of system, control instability, aim target

在任何领域中,当非线性强到一定程度时,都会遇到混沌运动^[1].但由于混沌运动具有无规性和不可预料性,曾一度被人们视为有害的,因而在实际应用中是应该尽量避免的.给定一个含有混沌运动的系统,要获得一个预期的运动状态,一种可能的办法便是对系统参数作一较大的调整.然而,当系统参数作了较大的调整之后,系统的动力学特性也随之发生了较大幅度的改变,因此这种方法对保持系统性能的稳定是不利的.自从1990年马里兰大学的 Edward Ott, Celso Grebogi and Jame A. York提出了著名的 O. G. Y方法^[2]之后,对混沌控制的效果才基本上达到了令人满意的程度. O. G. Y方法的成功之处主要在于它充分利用了混沌运动的各态历经性和对系统的极度敏感性,因而对系统参数的改变非常小,且当轨道运动达到目标点——镶嵌在混沌吸引子中的失稳周期点时,参数改变量恢复到零.也正是由于混沌运动具有的各态历经性和对系统的极度敏感性,又可用来引导轨道进行目标瞄准^[3~5],所以人们开始希望

在所利用的系统中有目的地引入混沌、利用混沌.近年来,控制混沌已经成为一个热门的研究领域.在理论与实验方面,都取得了一系列令人兴奋的结果^[6~14].

本文利用系统外力法对非线性迭代系统进行失稳控制与目标瞄准.从系统外力的最一般形式出发,给出了控制系数的取法及与之相应的有效控制范围,并对抗噪声干扰的能力进行了理论分析.

1 失稳周期点的控制

非线性迭代系统方程的一般形式为:

$$X_{n+1} = F(X_n, P). \quad (1)$$

其分量形式为: $X_{im+1} = F_i(X_m, P)$. (2)

其中 $i, j = 1, 2, \dots, m$ 为系统维数, P 为系统控制参数.在我们的控制方法中,不改变系统参数 P .

无论是在分岔区还是在混沌区,都存在着一系列失稳周期点.如果这些失稳周期点中的某一个代表了我们预期的运动状态,那么我们就需采取某种措施将其控制下来.引入外力之后的系统方程(1)式修正

为:

$$X_{im+1} = F_i(X_{in}, P) + K_i \quad (3)$$

其中, $K_i = -X_y(X_{jn} - X_j)$ (4)

为我们为控制失稳周期点而加入的外力, X_i 为目标点, 且 $X_i = F_i(X_j, P)$, 即 $X_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 为系统失稳一周期点. $(\bar{X}_{jn} - \bar{X}_j)$ 为系统的实际输出与目标输出的偏差, X_y 为控制系数.

为使加入外力之后的系统方程能够收敛至目标点, 我们必须在目标点处作稳定性分析. 为此, 将系统方程 (3) 在目标点处作泰勒展式, 并将 (4) 式代入, 得

$$\begin{aligned} \bar{W}X_{im+1} = & \left(\frac{\partial F_i}{\partial X_{jn}} \Big|_{\bar{x}_j} - X_y \right) \bar{W}X_{jn} + \frac{1}{2} \cdot \\ & \frac{\partial^2 F_i}{\partial X_{kn} \partial X_{ln}} \Big|_{\bar{x}_k \bar{x}_l} \cdot \bar{W}X_{kn} \bar{W}X_{ln} + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

若只取到线性项, 则有

$$\bar{W}X_{im+1} \equiv A_{ij} \bar{W}X_{jn}, \quad (6)$$

若取到二阶项, 则有

$$\bar{W}X_{im+1} = (A_{ij} + B_{ij}) \bar{W}X_{jn}, \quad (7)$$

其中 $A_{ij} \bar{W}X_{jn} \equiv \left(\frac{\partial F_i}{\partial X_{jn}} \Big|_{\bar{x}_j} - X_y \right) \bar{W}X_{jn},$ (8)

$$B_{ij} \bar{W}X_{jn} \equiv \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F_i}{\partial X_{kn} \partial X_{ln}} \Big|_{\bar{x}_k \bar{x}_l} \cdot \bar{W}X_{kn} \bar{W}X_{ln}. \quad (9)$$

根据 Lyapunov 稳定性理论, 当 A_{ij} ($A_{ij} + B_{ij}$) 的所有本征值绝对值都小于 1 时, 迭代方程将收敛至目标点, 即控制成功. 由于 A_{ij} 中只有 $X_y (i, j = 1, 2, \dots, m)$ 为待定量, ($A_{ij} + B_{ij}$) 中除了 $X_y (i, j = 1, 2, \dots, m)$ 之外还存在有关 $\bar{W}X_{jn}$ 的线性项. 因而如果我们由 A_{ij} 的本征值的模都小于 1 取定一组 X_y 值, 待入 ($A_{ij} + B_{ij}$), 由其本征值的模都小于 1, 即可确定出有效控制范围. 由于我们在推证过程中使用了近似, 所以通过这种方法确定的有效控制范围是近似的. 但如果系统方程中的非线性项最高次数为 2, 则根据这种方法确定的有效控制范围是精确的.

由于实际系统都不可避免地要受到背景噪声的影响, 下面我们便对外力控制法对外噪声的抵抗能力作一理论分析.

考虑背景外噪声以后, 需在系统方程 (3) 式右边加上表示外噪声的一项. 因而我们有:

$$X_{im+1} = F_i(X_{jn}, P) + K_{in} + R_m, \quad (10)$$

$$K_{in} = -X_y \cdot (X_{jn} - \bar{X}_j). \quad (11)$$

其中 R_m 表示背景外噪声. 可见, 加入背景外噪

声之后, 首先受到影响的是系统输出 X_{im+1} , 它的数值在原来的基础上增加了 R_m , 因而系统实际输出与目标输出的偏差 $(X_{jm+1} - \bar{X}_j)$ 也就有了相应的增量 R_m , 这一增量再放大 $(-X_y)$ 倍去影响下一次的外力 K_{im+1} , 进而影响下一次的输出. 由此可见系统加外力控制方法对外噪声的抵抗能力一方面决定于系统方程本身, 一方面决定于控制系数 $X_y (i, j = 1, 2)$ 的取值. 而控制系数 $X_y (i, j = 1, 2)$ 的取值又影响到控制的收敛速度. 因而在选取反馈系数 $X_y (i, j = 1, 2)$ 的数值时要兼顾收敛速度与对噪声的抵抗能力. 由于我们这里采用了步步控制的方式, 因而对突发式噪声有较好的抑制作用.

至于向失稳 N 周期的控制, 因为迭代式 $X_{m+1} = F(X_n, P)$ 的失稳 N 周期便是迭代式 $X_{m+1} = F(F(\dots F(X_n, P)\dots)) \equiv F^N(X_n, P)$ 的失稳一周期, 因而只需利用 $X_{m+1} = F(F(\dots F(X_n, P)\dots)) \equiv F^N(X_n, P)$, 用同样方法控制到其失稳一周期, 然后利用原迭代方程 $X_{n+1} = F(X_n, P)$ 自由迭代 $(N - 1)$ 次即可得到所需控制的完整的 N 周期轨道. 控制系数及有效控制范围的确定方法与前面完全一样.

作为实例, 下面用我们的方法去控制 Henon map: $X_{n+1} = a - X_n^2 + bY_n, Y_{n+1} = X_n.$

1.1 失稳一周期点的控制

$$\begin{cases} X_{m+1} = a - X_n^2 + bY_n, \\ Y_{m+1} = X_n. \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} K_1 = -X_1(X_n - \bar{X}) - X_2(Y_n - \bar{Y}), \\ K_2 = -X_1(X_n - \bar{X}) - X_2(Y_n - \bar{Y}), \end{cases} \quad (13)$$

将系统方程 (12) 在失稳一周期点 (\bar{X}, \bar{Y}) 处作泰勒展式, 并将 (13) 式代入, 得

$$\bar{W}X_{m+1} = - (2\bar{X} + X_1) \bar{W}X_n + (b - X_2) \bar{W}Y_n - (\bar{W}X_n)^2, \quad (14)$$

$$\bar{W}Y_{m+1} = (1 - X_1) \bar{W}X_n - X_2 \bar{W}Y_n. \quad (15)$$

若只取到线性项, 由本征值方程, 求根公式及 $|\lambda_1| < 1, |\lambda_2| < 1$ 判别式 $\Delta \geq 0$, 得

$$\begin{cases} |2\bar{X}X_1 + X_2| < 2, \\ -\frac{1}{4} \cdot |2\bar{X} + X_1 + X_2|^2 \leq - (2\bar{X}X_2 + X_1X_2 - X_2X_1 - b + X_2 + bX_1) < 1 - |2\bar{X} + X_1 + X_2|. \end{cases} \quad (16)$$

(16)、(17) 两式就是控制系数 $X_y (i, j = 1, 2)$ 取值所应遵循的条件.

若取到二阶项, 由本征值方程, 求根公式及 $|\lambda_1| < 1, |\lambda_2| < 1$ 判别式 $\Delta \geq 0$, 得

$$\begin{cases} |2\bar{X} + X_1 + X_2 + WX_n| < 2, & (18) \\ -\frac{1}{4} \cdot |2\bar{X} + X_1 + X_2 + WX_n|^2 \leq -(2\bar{X}X_2 + X_1X_2 - X_2X_1 - b + X_2 + bX_1 + X_2WX_n) < 1 - |2\bar{X} + X_1 + X_2 + WX_n|. & (19) \end{cases}$$

由 (16)、(17) 取定一组 ϵ_{ij} ($i, j = 1, 2$) 值, 代入 (18)、(19) 即可确定出在此组控制系数下的有效控制范围. 由于 Henon map 泰勒展式中三阶及三阶以上高阶项系数为 0, 故此时得到的有效控制范围是精确的.

ϵ_{ij} 的取值方式有无穷多种, 作图的方式也有无穷多种. 图 1~4 是我们取 $\epsilon_{11} = -2\bar{X}$, $\epsilon_{12} = b$, $\epsilon_{21} = 0.5$, $\epsilon_{22} = 0$ 时控制到失稳一周期的情形, 此时有效控制范围为: $|\delta X_n| < 1$, $|\delta Y_n| < \infty$. 其中图 1 与图 2 为从四分岔区 (取 $a = 1.0, b = 0.3$) 控制到失稳一周期; 图 3 与图 4 为从混沌区 (取 $a = 1.4, b = 0.3$) 控制到失稳一周期. 图 1 与图 3 中未加噪声, 在图 1 中, 精确到 10^{-5} 时, 4 步实现控制, 在图 3 中, 精确到 10^{-5} 时, 5 步实现控制. 在图 2 与图 4 中, 在开始控制的同时, 加入一定幅度的白噪声, 均方水平皆为 5.86773×10^{-3} . 可见, 加入噪声后, 控制结果在目标点附近作微小摆动. 在图 2 中控制后噪声均方水平为 7.24066×10^{-3} , 在图 4 中控制后噪声均方水平为 1.19234×10^{-2} .

1.2 失稳多周期点的控制

向失稳多周期的控制, 我们以向失稳二周期的控制为例来说明. 方法如下:

$$\begin{cases} X_{m+1} = a - X_n^2 + bY_n, & (20) \\ Y_{n+1} = X_n. \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{m+2} = a - X_{m+1}^2 + bY_{m+1}, & (21) \\ Y_{n+2} = X_{n+1}. \end{cases}$$

将 (20) 代入 (21), 再将 X_{m+3}, Y_{m+2} 改写为 X_{n+1}, Y_{n+1} , 得到

$$\begin{cases} X_{m+1} = a - (a - X_n^2 + bY_n)^2 + bY_n, & (22) \\ Y_{n+1} = a - X_n^2 + bY_n. \end{cases}$$

向 (20) 式失稳二周期的控制便转化为向 (22) 式失稳一周期的控制. 由 (22) 式控制到失稳一周期, 再利用 (20) 式自由迭代一次, 便得到另一个失稳周期点.

设 (20) 式的失稳二周期点分别为 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$. 则 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$ 为 (22) 式的两个失稳一周期点. 可以利用 (22) 式向其中的一个控制.

下面利用 (22) 式, 向 (X_1, Y_1) 控制,

$$\begin{cases} X_{m+1} = a - (a - X_n^2 + bY_n)^2 + bX_n + K_1, \\ Y_{n+1} = a - X_n^2 + bY_n + K_2. \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} K_1 = -X_1(X_n - X) - X_2(Y_n - Y), \\ K_2 = -X_1(X_n - X) - X_2(Y_n - Y). \end{cases} \quad (24)$$

将 (23) 式在 (X_1, Y_1) 处作泰勒展式, 将 (24) 代

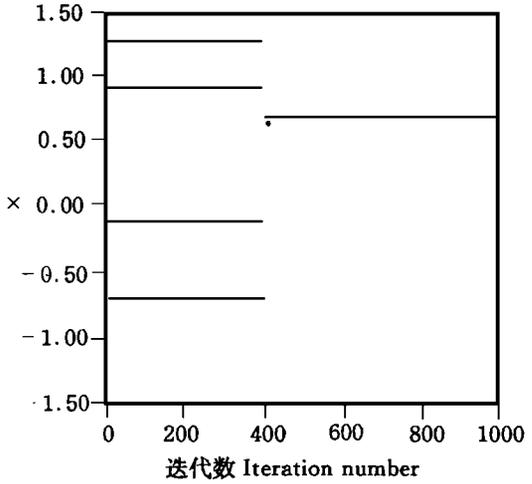


图 1 Fig. 1

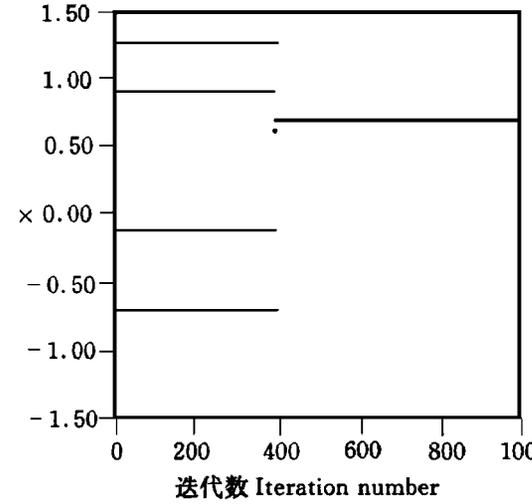


图 2 Fig. 2

图 1~2 四分岔区 ($a = 1.0, b = 0.3$) 失稳一周期的控制

Fig. 1~2 Control of one cycle instability at quartofurcate region ($a = 1.0, b = 0.3$)

当前点为 $(0.95169, -0.65635)$, 失稳一周期点为 $(0.70948, 0.70948)$; $X_1 = -2X = -2 \times 0.70948 = -1.41896$,

$X_2 = +b = +0.3, X_1 = +0.5, X_2 = 0$

图 1 为无噪声情形, 精确至 10^{-5} , 4 步实现控制

图 2 为加入白噪声情形, 所加噪声均方水平为 5.86773×10^{-3} , 控制后噪声均方水平为 7.24066×10^{-3}

Present point $0.95169, -0.65635$, One cycle instability point $0.70948, 0.70948$.

$X_1 = -2X = -2 \times 0.70948 = -1.41896$, $X_2 = +b = +0.3, X_1 = +0.5, X_2 = 0$

Fig. 1 No noise, accuracy 10^{-5} , realizing control in four steps

Fig. 2 Added flat noise. Noise mean square level is 5.86773×10^{-3} . Noise mean square level after controlling is 7.24066×10^{-3} .

入, 并利用 $X_2 = a - X_1^2 + bY_1, Y_2 = X_1$ 代入, 得

$$\begin{aligned} W\dot{X}_{n+1} = & (4X_1X_2 + b - X_1)WX_n + (-2X_2 - \\ & X_2)WY_n + 2(2X_1^2 - X_2)(WX_n)^2 + (bWY_n)^2 - \\ & 4bX_1WX_nWY_n + \dots \end{aligned} \quad (25)$$

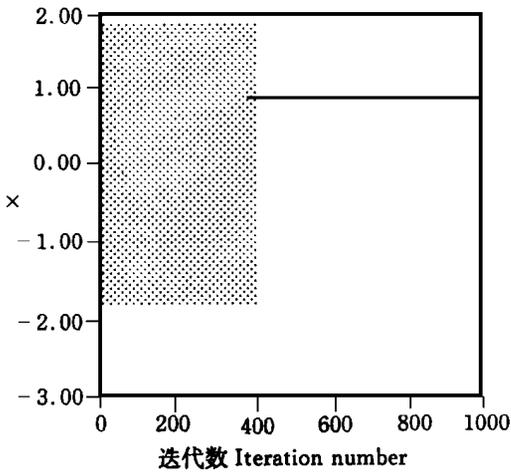


图 3 Fig. 3

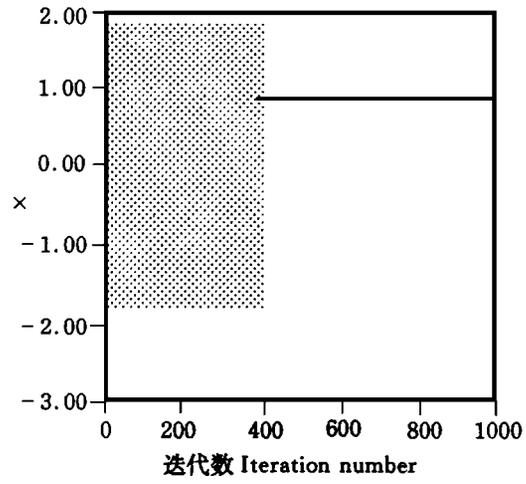


图 4 Fig. 4

图 3~ 4 混沌区 ($a = 1.4, b = 0.3$) 失稳一周期的控制
Fig. 3~ 4 Control of one cycle instability at chaotic region ($a = 1.4, b = 0.3$)

当前点为 $(1.36723, 0.54443)$, 失稳一周期点为 $(0.88390, 0.88390)$, $X_{11} = -2X = -1.76780$, $X_2 = +b = +0.3, X_{21} = +0.5, X_{22} = 0$
图 3 为无噪声情形, 精确至 10^{-5} , 5 步实现控制, 图 4 为加入白噪声情形, 所加噪声均方水平为 5.867734×10^{-3} , 控制后噪声均方水平为 1.19234×10^{-3}

Present point $1.36723, 0.54443$,
One cycle instability point $0.88390, 0.88390$, $X_{11} = -2X = -1.76780, X_2 = +b = +0.3, X_{21} = +0.5, X_{22} = 0$
Fig 3 No noise, accuracy 10^{-5} , realizing control in five steps.
Fig 4 Added flat noise, Noise mean square level is 5.867734×10^{-3} . Noise mean square level after controlling is 1.19234×10^{-3}

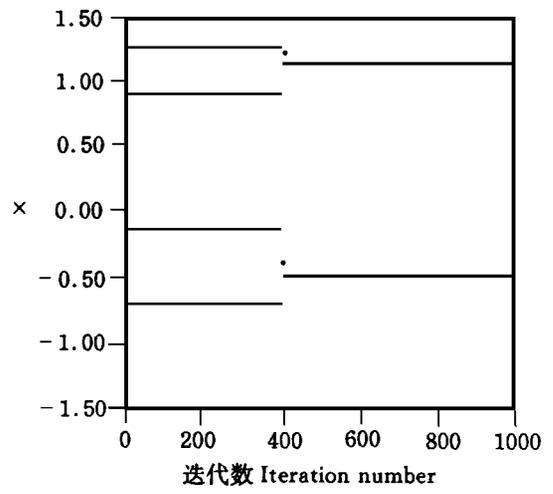


图 5 Fig. 5

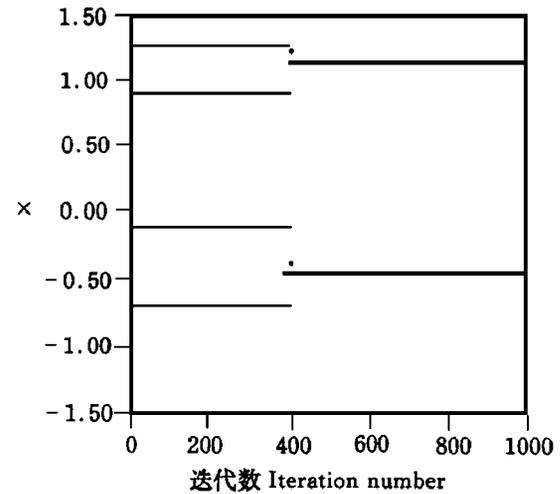


图 6 Fig. 6

图 5~ 6 四分岔区 ($a = 1.0, b = 0.3$) 失稳二周期点的控制

Fig. 5~ 6 Control of two cycles instability at quartofurcate region ($a = 1.0, b = 0.3$)

当前点为 $(-0.65635, 1.27498)$ 失稳二周期点为 $(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = (-0.44530, 1.14530)$, $(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = (1.14530, -0.44530)$ $X_2 = -2b \cdot X_2, X_{21} = -2X_1, X_{22} = +b$.
图 5 为无噪声情形, 精确至 10^{-5} , 9 步实现控制图 6 为加白噪声情形, 所加噪声均方水平为 5.86773×10^{-3} , 控制后噪声均方水平为 1.16066×10^{-3}

Present point $-0.65635, 1.27498$, Two cycle instability point $(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = (-0.44530, 1.14530)$, $(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = (1.14530, -0.44530)$, $X_{11} = +b + 4\bar{x}_1\bar{x}_2$, $X_2 = -2b \cdot X_2, X_{21} = -2X_1, X_{22} = +b$.

Fig 5 No noise, accuracy 10^{-5} , realizing control in nine steps.
Fig 6 Added flat noise, Noise mean square level is 5.867734×10^{-3} . Noise mean square level after controlling is 1.16066×10^{-3} .

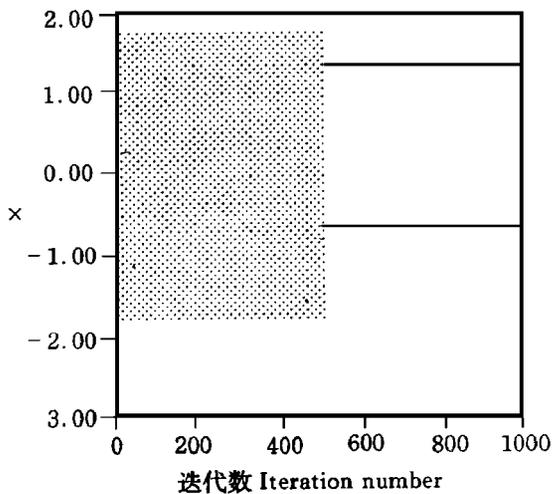


图 7 Fig. 7

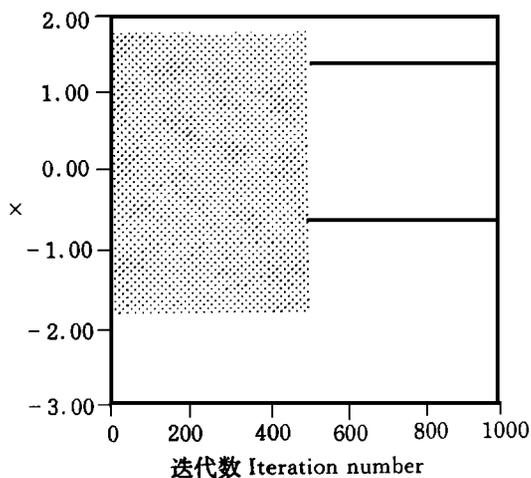


图 8 Fig. 8

图 7~ 8 混沌区 ($a = 1.4, b = 0.3$) 失稳二周期的控制

Fig. 7~ 8 Control of two cycles instability at chaotic region ($a = 1.4, b = 0.3$)

当前点 $(-0.59768, 1.33506)$, 失稳二周期点为 $(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = (-0.66612, 1.36612)$, $(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = (1.36612, -0.66612)$ $\bar{X}_2 = -2b \cdot \bar{X}_2$, $\bar{X}_1 = -2\bar{X}_1$, $\bar{X}_2 = +b$.

图 7 为无噪声情形, 精确至 10^{-5} , 7 步实现控制图 8 为加白噪声情形, 所加白噪声均方水平为 5.23504×10^{-3} , 控制后噪声均方水平为 1.56264×10^{-3}

Present point $-0.59768, 1.33506,$

Two cycle instability point $(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = (-0.66612, 1.36612)$, $(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = (1.36612, -0.66612)$ $\bar{X}_1 = +b + 4\bar{x}_1\bar{x}_2$, $\bar{X}_2 = -2b \cdot \bar{X}_2$, $\bar{X}_1 = -2\bar{X}_1$, $\bar{X}_2 = +b$.

Fig 7 No noise, accuracy 10^{-5} , realizing control in seven steps.

Fig 8 Added flat noise, Noise mean square level is 5.23504×10^{-3} . Noise mean square level after controlling is 1.56264×10^{-3} .

$$\bar{W}Y_{n+1} = (-2\bar{X}_1 - \bar{X}_2)\bar{W}X_n + (b - \bar{X}_2)\bar{W}Y_n - (\bar{W}X_n)^2, \quad (26)$$

若只取到线性项, 由本征值方程求根公式及 $|\lambda_1| < 1$ $|\lambda_2| < 1$ 判别式 $\Delta \geq 0$ 得

$$\begin{cases} |4\bar{X}_1\bar{X}_2 + b - \bar{X}_1 - \bar{X}_2| < 2, & (27) \\ -\frac{1}{4} \cdot |4\bar{X}_1\bar{X}_2 + b - \bar{X}_1 - \bar{X}_2|^2 \leq (b\bar{X}_2 + \bar{X}_2)(2\bar{X}_1 + \bar{X}_1) - (4\bar{X}_1\bar{X}_2 + b - \bar{X}_1)(b - \bar{X}_2) < 1 - |4\bar{X}_1\bar{X}_2 + b - \bar{X}_1 - \bar{X}_2|. & (28) \end{cases}$$

(27), (28) 两式就是控制系数 $\bar{X}_j (j = 1, 2)$ 取值所应遵循的条件.

若取到二阶项, 由本征值方程为求根公式及 $|\lambda_1| < 1$ $|\lambda_2| < 1$ 判别式 $\Delta \geq 0$ 得

$$\begin{cases} |4\bar{X}_1\bar{X}_2 + b - \bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 2(2\bar{X}_1^2 - \bar{X}_2)\bar{W}X_n - 2b\bar{X}_1\bar{W}Y_n| < 2, & (29) \\ -\frac{1}{4} \cdot |4\bar{X}_1\bar{X}_2 + b - \bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 2(2\bar{X}_1^2 - \bar{X}_2)\bar{W}X_n - 2b\bar{X}_1\bar{W}Y_n|^2 \leq (2\bar{X}_1 + \bar{X}_1 + \bar{X}_2)(b\bar{X}_2 + \bar{X}_2 - b^2\bar{W}Y_n + 2b\bar{X}_1\bar{W}X_n) - [4\bar{X}_1\bar{X}_2 + b - \bar{X}_1 - 2(2\bar{X}_1^2 - \bar{X}_2)\bar{W}X_n - 2b\bar{X}_1\bar{W}Y_n] < 1 - |4\bar{X}_1\bar{X}_2 + b - \bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 2(2\bar{X}_1^2 - \bar{X}_2)\bar{W}X_n - 2b\bar{X}_1\bar{W}Y_n|. & (30) \end{cases}$$

若取 $\bar{X}_1 = b + 4\bar{X}_1\bar{X}_2$, $\bar{X}_2 = -2b\bar{X}_2$, $\bar{X}_1 = -2\bar{X}_2$, $\bar{X}_2 = b$, 则由 (29), (30) 得此时的控制范围为:

$$\begin{cases} |2(2\bar{X}_1^2 - \bar{X}_2)\bar{W}X_n + 2b\bar{X}_1\bar{W}Y_n| < 2 & (31) \\ -\frac{1}{4} \cdot |2(2\bar{X}_1^2 - \bar{X}_2)\bar{W}X_n + 2b\bar{X}_1\bar{W}Y_n| \leq \bar{W}X_n \cdot (b^2\bar{W}Y_n - 2b\bar{X}_1\bar{W}X_n) < 1 - |2(2\bar{X}_1^2 - \bar{X}_2)\bar{W}X_n + 2b\bar{X}_1\bar{W}Y_n|. & (32) \end{cases}$$

图 5~ 8 是按上面取定的 $\bar{X}_j (j = 1, 2)$ 值, 分别在四分岔区 ($a = 1.0, b = 0.3$) 及混沌区控制到失稳二周期得到的图形. 图 5 与图 7 为未加噪声的情形. 在图 5 中, 当前点为 $(-0.65635, 1.27498)$, 两失稳周期点分别为: $(\bar{X}_1, \bar{Y}_1) = (-0.44530, 1.14530)$, $(\bar{X}_2, \bar{Y}_2) = (1.14530, -0.44530)$. 精确到 10^{-5} 时, 9 次控制成功. 在图 7 中, 当前点为 $(-0.59768, 1.33508)$, 两失稳周期点分别为: $(\bar{X}_1, \bar{Y}_1) = (-0.66612, 1.36612)$, $(\bar{X}_2, \bar{Y}_2) = (1.36612, -0.66612)$. 精确到 10^{-5} 时, 7 次控制成功. 在图 6 与图 8 中, 在开始控制的同时, 加入一定幅度的白噪声, 考察其控制效果. 在图 6 中加入的白噪声均方水平为 5.86773×10^{-3} , 控制后的均方噪声水平为: 1.60658×10^{-2} , 在图 8 中加入的白噪声均方水平为: 5.23503×10^{-3} , 控制后的均方噪声水平为: 1.56246×10^{-2} .

2 目标瞄准

当目标点为非周期点时,上面的方法便无能为力了.若目标点为周期点,当实际输出与目标输出相

等时,系统所加外力恢复到 0.若目标点为非周期点,当实际输出与目标输出相等时,系统所加外力便不能恢复到 0,它必须恢复到一个确定的值,即必须存在一个系统外常力.基于该思想,我们把上面的方法推

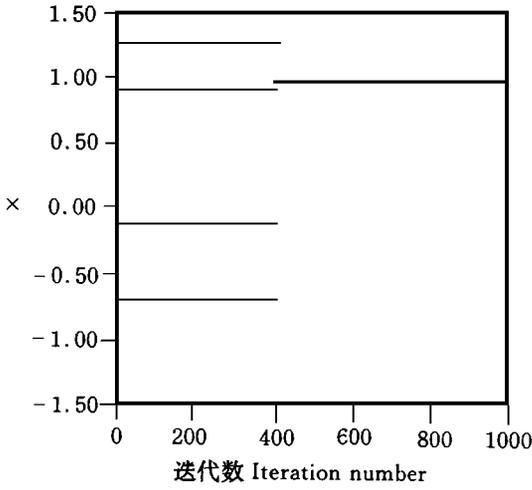


图 9 Fig. 9

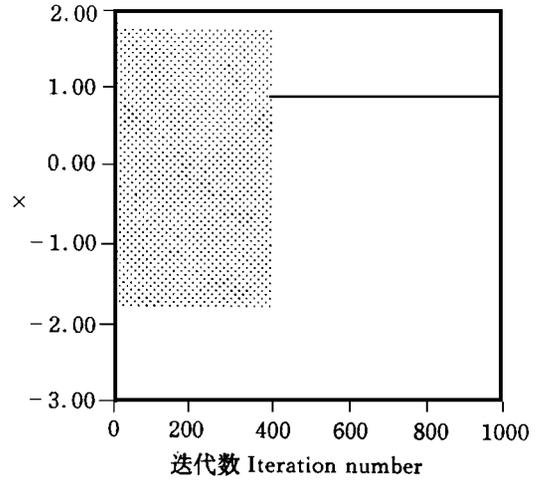


图 11 Fig. 11

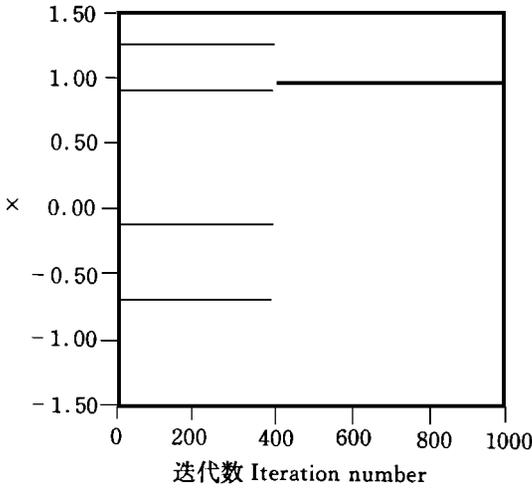


图 10 Fig. 10

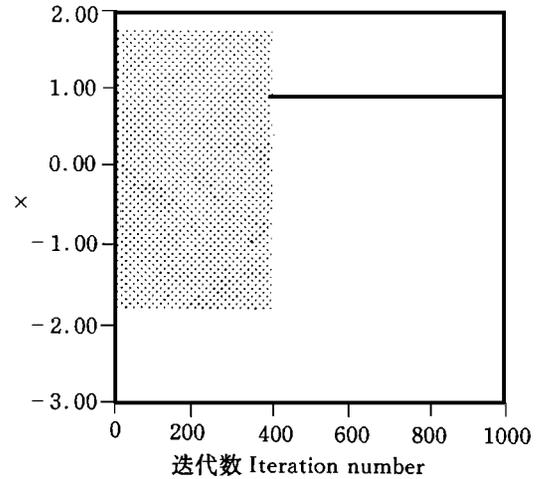


图 12 Fig. 12

图 9~ 10 四分岔区 ($a = 1.0, b = 0.3$) 的目标瞄准

图 11~ 12 混沌区 ($a = 1.4, b = 0.3$) 的目标瞄准

Fig. 9~ 10 Target aim at quartofurcate region ($a = 1.0, b = 0.3$)

Fig. 11~ 12 Target aim at chaotic region ($a = 1.4, b = 0.3$)

当前点为 $(-0.95170, -0.65635)$ 目标点为 $(1, -0.6)$

当前点为 $(1.36723, 0.54443)$, 目标点为 $(1, 1)$

$X_1 = -2\bar{x} = -2, X_2 = -b = -0.3,$

$X_1 = -2\bar{x} = -2, X_2 = b = 0.3,$

$X_1 = 0.5, X_2 = 0, K_1 = 1.18000, K_2 = -1.60000$

$X_1 = 0.5, X_2 = 0, K_1 = 0.30000, K_2 = 0.$

图 9 为无噪声情形, 精确至 10^{-5} , 3 步实现控制

图 11 为无噪声情形, 精确至 10^{-5} , 5 步实现控制

图 10 为加入白噪声情形, 所加噪声均方水平为: 5.86773×10^{-3} , 控制后噪声均方水平为: 6.27312×10^{-3}

图 12 为加白噪声情形, 所加噪声均方水平为: 5.86773×10^{-3} , 控制后噪声均方水平为: 9.08891×10^{-3}

Present point: $-0.95170, -0.65635$, Target point: $1, -0.6.$

Present point $1.36723, 0.54443$, Target point $1, 1$
 $X_1 = -2\bar{x} = -2, X_2 = b = 0.3, X_1 = 0.5, X_2 = 0, K_1 = 0.30000, K_2 = 0.$

$X_1 = -2\bar{x} = -2, X_2 = -b = -0.3, X_1 = 0.5, X_2 = 0, K_1 = 1.18000, K_2 = -1.60000.$

Fig 9 No noise, accuracy 10^{-5} , realizing control in three steps

Fig 11 No noise, accuracy 10^{-5} , realizing control in five steps.

Fig 10 Added flat noise. Noise mean square level is 5.867734

Fig 12 Added flat noise, Noise mean square level is 5.86773×10^{-3} . Noise mean square level after controlling is 9.08891×10^{-3}

$\times 10^{-3}$. Noise mean square level after controlling is 6.27312×10^{-3} .

广为:

$$X_{in+1} = F_i(X_{jn}, P) + K_i, \quad (33)$$

$$K_i = \bar{K}_i - X_{ij} \cdot (X_{jn} - \bar{X}_j), \quad (34)$$

$$\bar{K}_i = \bar{X}_i - F_i(\bar{X}_j, P). \quad (35)$$

其中, X_i 为目标点, 可以是周期点, 也可以不是周期点. $(X_{jn} - X_j)$ 为系统的实际输出与目标输出的偏差, X_{ij} 为控制系数. K_i 为系统所加外力, \bar{K}_i 为系统所加外力. 当目标点不是周期点时, \bar{K}_i 不等于 0; 当目标点是周期点时, \bar{K}_i 等于 0, 即恢复失稳控制情形.

为了与到失稳周期点的控制相区别, 目标点为非周期点的控制, 称为瞄准.

同样, 需在目标点处作稳定性分析. 将系统方程 (33) 在目标点 X_i 处作泰勒展式, 并将 (34)、(35) 式代入, 得

$$\begin{aligned} \Delta X_{in+1} &= \left(\frac{\partial F_i}{\partial X_{jn}} \Big|_{\bar{x}_j - \bar{X}_j} \right) \Delta X_{jn} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F_i}{\partial X_{jn}^2 \partial X_{in}} \Big|_{\bar{x}_k \bar{x}_l} \cdot \Delta X_{kn} \Delta X_{ln} + \dots \end{aligned} \quad (36)$$

可见, 系统外常力 K_i 对求变分的过程没有影响. 因而以下的推证及结果与失稳控制情形相同.

为了便于与失稳控制作比较, 我们仍然取 $X_{i1} = -2\bar{X}$, $X_{i2} = b$, $X_{i3} = 0.5$, $X_{i4} = 0$, 进行目标瞄准, 得到图 9~12. 此时有效控制范围仍然为: $|\Delta X_n| < 1$, $|\Delta Y_n| < \infty$. 其中图 9 与图 10 为从四分岔区 (取 $a = 1.0, b = 0.3$) 进行目标瞄准, 当前点为 $(0.95169, -0.65635)$, 目标点为 $(1, -0.6)$; 图 11 与图 12 为从混沌区 (取 $a = 1.4, b = 0.3$) 进行目标瞄准, 当前点为 $(1.36723, 0.54443)$, 目标点为 $(1, 1)$. 图 9 与图 11 为未加噪声时的情形, 在图 9 中, 精确到 10^{-5} 时, 3 步实现控制, 其中系统外常力为: $K_1 = 1.18000, K_2 = -1.60000$; 在图 11 中, 精确到 10^{-5} 时, 5 步实现控制, 其中系统外常力为: $K_1 = 0.30000, K_2 = 0$. 图 10 与图 12, 在开始控制的同时, 加入一定幅度的白噪声,

均方水平为: 5.86773×10^{-3} , 其它控制条件不变. 在图 10 中控制后噪声均方水平为: 6.27312×10^{-3} ; 在图 12 中控制后噪声均方水平为: 9.08891×10^{-3} .

3 结论

本文利用系统外力法来进行失稳控制与目标瞄准. 系统所加外力取为实际输出与目标输出之偏差的线性函数. 根据 Lyapunov 稳定性理论来确定控制系数和收敛范围, 并对外力法抗噪声干扰的能力作了理论分析. 数值计数表明加入噪声后, 控制结果在目标点附近作微小摆动, 但控制后的噪声均方水平与所加噪声均方水平基本上在同一数量级, 说明该控制方法对噪声有较强的抵抗能力. 由于在控制过程中不改变系统参数, 故保证了系统动力学性能的稳定性.

参考文献

- 1 陈式刚. 映象与混沌. 国防工业出版社. 1992.
- 2 O G Y, Phys Rev Lett. 1990, 64: 1196.
- 3 S O G Y, Phys Rev Lett, 1990, 65: 3215.
- 4 S O G Y, Physical Review A, 1992, 45: 4165.
- 5 Kostelich E J, Celso Grebogi, Edward ott et al. Physical Review E, 1993, 47: 305.
- 6 S D G O S Y, Phys Rev Lett, 1992, 68: 2863.
- 7 Tan yi X T He, Chen S G, Chinese Phys Lett, 1993, 10: 321.
- 8 Ni Wansun Qin Tuanfa, Chinese Phys Lett, 1994, 11: 325.
- 9 Ditto W L, Rauseo S N, Spano M L, Phys Rev Lett, 1990, 65: 3211.
- 10 Huberman B A, Lumer E. IEEE Trans. Circuits Syst, 1990, 37: 547.
- 11 Hunt E R, Phys REv Lett, 1991, 66: 1953.
- 12 Roy R, Murphy T W, Maier T D et al. Phys Rev Lett, 1992, 68: 1259.
- 13 Pyragas K, Phys Lett A, 1992, 170: 421.
- 14 Dreeler U, Nitch G. Phys Rev Lett, 1992, 68: 1.

(责任编辑: 蒋汉明 邓大玉)