

“热点”中局域声子的动力过程*

Dynamic Process of Local Phonon in “Hot Spot”

高英俊** 周本濂 凌新生
Gao Yingjun Zhou Benlian Lin Xinsheng

(中国科学院金属研究所 沈阳文化路 72 号 110015)

(Institute of Metal Research, Academia Sinica, 72 Wenhua Road, Shenyang, Liaoning, 110015)

摘要 利用玻尔兹曼方程研究“热点”中的非平衡局域声子气,得到了反映“热点”中局域声子气分布的孤子型解,并对该解的物理意义进行讨论。结果与实验符合得很好。

关键词 局域声子 玻尔兹曼方程 孤子

Abstract Nonequilibrium local phonon gas was investigated by solving nonlinear Boltzmann equation. The solitonic solution of local phonon gas in “hot spot” was obtained, and then the physical meanings were discussed. The theoretical result was good agreement with the experiments.

Key words local phonon, Boltzmann equation, soliton

用强激光脉冲对晶体表面进行热激发而产生的非平衡热过程一直是人们感兴趣的研究问题^[1~4]。J. G. Hensel^[1]发现在低温下,用激光脉冲作用在晶体 Ge 表面上的能量能够迅速地被辐射出的声子扩散而流出激发区域。然而,在更高的激发功率下,晶体所吸收的能量则有相当部分被积聚在激发区域内,形成所谓“热点”。它作为辐射声子的热源具有比激光脉冲(0.1 μs)要长得多的寿命达 1 μs,并拖有一个较长的尾部(10 μs)。M. Greenstein^[2]认为“热点”的长寿命是由于“热点”处的声子具有很高的频率且有很强的局域性。本文以非线性玻尔兹曼方程出发,考虑声子间的自相互作用,利用 Tosiga 方法求解方程,得到了具有很强局域性的高频声子分布的孤子型解,并对该解的物理意义进行讨论。

1 声子输运的非线性玻尔兹曼方程

我们采用如下形式的玻尔兹曼方程^[5]来研究“热点”处的局域声子气的非平衡热过程:

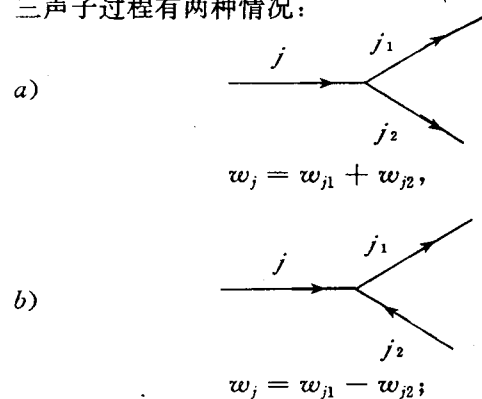
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \nabla\right)n_j(\vec{k}, \vec{r}t) = - (4w_j)^{-1} \left[\prod_{ij\vec{k}}^> (w_j, \vec{r}t) \cdot n_j(\vec{k}, \vec{r}t) - \prod_{ij\vec{k}}^< (w_j, \vec{r}t) \cdot (1 + n_j(\vec{k}, \vec{r}t)) \right]$$

$$\vec{r}t) \cdot n_j(\vec{k}, \vec{r}t) - \prod_{ij\vec{k}}^< (w_j, \vec{r}t) \cdot (1 + n_j(\vec{k}, \vec{r}t)) \quad (1)$$

这里 $n_j(\vec{k}, \vec{r}t)$ 是声子数的分布函数, \vec{v}_j 为声子的速度, w_j 是声子的物理频率。 $\prod_{ij\vec{k}}^>$ 和 $\prod_{ij\vec{k}}^<$ 是声子的自能函数。在此由于三声子过程起主导作用,故我们只考虑三声子过程,忽略多声子过程,则方程(1)的右边部分可以写成^[6]:

$$\frac{1}{2} \hbar \pi \sum_{i_1 i_2} |U_{i_1 i_2}^{(3)}|^2 (2w_j \cdot 2w_{j_1} \cdot 2w_{j_2})^{-1} \{ \delta(w_j - w_{j_1} - w_{j_2}) [(1 + n_{j_1})(1 + n_{j_2})n_j - n_{j_1}n_{j_2}(1 + n_j)] + 2\delta(w_j - w_{j_1} + w_{j_2}) [(1 + n_{j_1})n_{j_2}n_j - n_{j_1}(1 + n_{j_2})(1 + n_j)] \} \quad (2)$$

三声子过程有两种情况:



假设第二种情况从优,且 $n_j = n_{j_1} = n_{j_2}$,则(2)式出现自相互作用项

1996-05-06 收稿。

* 国家自然科学基金资助项目(编号:5880245)。

** 工作单位为广西大学物理系。

$$-\pi \hbar |U_{j_1 j_2}^{(3)}|^2 \cdot n_j^2(\vec{k}, \vec{r}t)$$

此时方程(1)将变成非线性方程。

在方程(1)中除了非线性项外,其它项采用弛豫时间近似^[7],为方便起见方程(1)式简化成

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \nabla \right] n_j(\vec{k}) = -\pi \hbar |U_{j_1 j_2}^{(3)}|^2 \cdot n_j^2(\vec{k}) + M(n) \quad (3)$$

这里 $M(n) = -\frac{n_j - n_j^E}{\tau_N} - \frac{n_j - n_j^E}{\tau_U}$, 其中 $n_j^E =$

$$\frac{1}{\exp[\beta(\hbar \omega_j - \vec{v}_j \cdot \vec{p})] - 1}$$

为声子的局域平衡分布, 此处 \vec{v}_j 是声子的扩散速度。

如果没有非线性自相互作用项, 方程(3)将给出第二声子的结果^[7], 即方程(3)给出具有 (k, ω) 的平面波解。考虑到非线性项以后, 则得到的是非线性调制的平面波, 为方便起见, 我们把方程(3)式写成简单的一维形式, $v_j = v_s$ (第一声速)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_s \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) n_j = -an_j^2 - bn_j + bn_j^E \quad (4)$$

其中 $a = \pi \hbar |U_{j_1 j_2}^{(3)}|^2$, $b = \left(\frac{1}{\tau_N} + \frac{1}{\tau_U} \right)$.

2 非线性方程的求解

由方程(4)容易得到稳定、均匀分布的解 \bar{n}_j 满足如下方程

$$a\bar{n}_j^2 + b\bar{n}_j - bn_j^E = 0 \quad (5)$$

解得 $\bar{n}_j = \bar{n}_j^d = [\pm \sqrt{b^2 + 4abn_j^E} - b]/2a$, 由于 $\bar{n}_j > 0$, 故取 $\bar{n}_j^d = [\sqrt{b^2 + 4abn_j^E} - b]/2a$ 。对于非线性较弱的情况, 即 a 为小量, 满足 $a \ll b$, 则有

$$\bar{n}_j^d = \frac{b(1 + 4an_j^E/b)^{1/2} - b}{2a} \approx n_j^E =$$

$$\frac{1}{\exp[\beta(\hbar \omega_j - \vec{v}_j \cdot \vec{p})] - 1}$$

即过渡到局域平衡分布 n_j^E 。

考虑到热点内的声子浓度大、频率高, 声子间的局域自相互作用很强, 因此, 非线性项 $an_j^2(\vec{k})$ 的影响将十分明显。我们将分布函数在稳定、均匀解的基础上, 按如下的形式展开

$$n_j = \bar{n}_j^d + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \epsilon^\alpha n_j^{(\alpha)}(k, xt)$$

这里 ϵ 是一个小的参量, 可以看成为准平面波的空间宽度, 并且

$$n_j^{(\alpha)}(k, xt) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} n_{jl}^{(\alpha)}(\zeta, \tau) e^{i(kx - \omega t)}$$

其中 $\zeta = \epsilon(x - v_g t)$, $\tau = \epsilon^2 t$, $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ (第二声速度),

$n_{jl}^{(\alpha)} = n_{j-l}^{(\alpha)}$, 按照 Tosiya 方法^[8] 求解方程(4)式, 得到

$$n_j(k, xt) = \bar{n}_j^d(k) + \epsilon[n_j^{(1)}(k, xt) + c \cdot c] + O(\epsilon^2) = \bar{n}_j^d(k) + \epsilon[n_{j_1}^{(1)}(\zeta, \tau) e^{i(kx - \omega t)} + c \cdot c] + O(\epsilon^2)$$

其中 $c \cdot c$ 为复共轭记号, $n_{j_1}^{(1)}(\zeta, \tau) = \Phi^{(1)}(\zeta, \tau)$, $n_{j_1}^{(1)} = (\Phi^{(1)}(\zeta, \tau))^*$, 而 $\Phi^{(1)}(\zeta, \tau)$ 满足如下的非线性薛定谔方程:

$$i\Phi_\tau^{(1)}(\zeta, \tau) + \beta\Phi_\zeta^2(\zeta, \tau) + \rho|\Phi^{(1)}|^2\Phi^{(1)}(\zeta, \tau) = 0 \quad (6)$$

其中 $\rho = -(\bar{n}_0^d + b/2a)^{-1}$, $\beta = \frac{1}{2} \frac{\partial v_g}{\partial k}$, 方程(6)的标准解可写成

$$\Phi^{(1)}(\zeta, \tau) = \left(\frac{-2v}{\rho} \right)^{1/2} \text{sech} \left(\left(-\frac{v}{\beta} \right)^{1/2} \zeta \right) \exp(-iv\tau) \quad (7)$$

这是一个波包孤子型解, 其中 v 为常量。

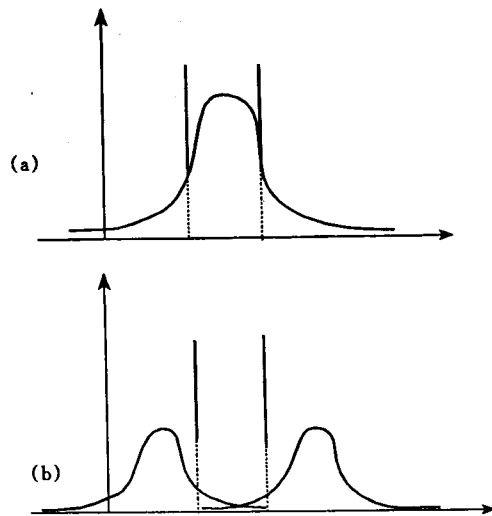


图1 (a) “热点”的声子分布

(b) “热点”消亡

Fig. 1 (a) Phonon distribution in “hot spot”

(b) Extinction of “hot spot”

3 讨论

由方程(6)的解可以看到, 热点处的声子浓度 $n_j(k, xt)$ 要比周围环境的声子浓度 \bar{n}_j^d 要高。热点处的声子浓度主要由 $|\Phi^{(1)}(\zeta, \tau)|^2$ 决定。由 $a \rightarrow 0$, $|\Phi^{(1)}(\zeta, \tau)| \rightarrow 0$, 可以看出, 热点的产生是由于声子的非线性自相互作用引起的。在热点内声子的自由程非常短, 局域性很强, 且频率很高^[2] ($\omega > 10^{13} s^{-1}$), 形成一种高度相关的集体分布, 即波包形的孤子型分布。波包

的移动速度取 $v_s \approx 10^3 \text{ m/s}$, 由文献 [2] 给出的热点尺度约为 1 mm , 样品的尺度约为 10 mm , 因此热点的寿命时间基本上与声子的波包孤子在热点处的停留时间是相当的, 约为 $1 \text{ mm}/10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 10^{-6} \text{ s} = 1 \mu\text{s}$ 与文献 [2] 给出的热点的寿命时间 $1 \mu\text{s}$ 基本符合。当波包孤子移出热点处, 即热点“消亡”, 这时原来热点处的声子自相互作用减弱, 声子从热点辐射出来成为非局域声子, 辐射出的声子的移动速度约为 $v_g \approx 10^3 \text{ m/s}$, 因此在热点消失后拖着一个长的寿命尾部, 寿命约为 $10 \text{ mm}/10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 10 \times 10^{-6} \text{ s} = 10 \mu\text{s}$ 与实验 [2] 观测到的结果量级上完全吻合, 这样就能很好地阐明了热点内部的声子高度局域性, 热点的寿命以及热点尾部长寿命的内在原因。

参考文献

- 1 Hensel J C, Dynes R C. Phys Rev Lett, 1977, 39: 969.
- 2 Greenstein M, Tamer M A, Wolfe J P. Phys Rev, 1982, B26: 6504.
- 3 Fujimoto J G, Lin J M, Ippen E P. Phys Rev Lett, 1984, 53: 1837.
- 4 Zhou B L, Gao Y J. Proc Fourth Asian Therm Prop Conf. (Tokyo, Japan) 1995, P_{A1a1}.
- 5 Kwok P C. Solid state phys, 1967, 20: 213.
- 6 Callaway J. Quantum Theory of the solid state, New York, 1976.
- 7 Kwok P C, Martn P C. Phys Rev, 1966, 142: 496.
- 8 Taniuti T, Yajlma N. J Math Phys, 1969, 10: 1369.

(责任编辑: 邓大玉 蒋汉明)

欢迎订阅 1996 年及 1997 年《广西科学》

《广西科学》是广西区科学技术委员会、广西区教育委员会、广西区科学技术协会和广西科学院联合主办的最高水平的自然科学综合性的学术期刊, 主要反映广西自然科学各领域研究前沿的科研和高新技术成果。刊物主要内容: 反映广西自然科学各领域中最高水平的学术论文和重要科研实验报告; 代表广西科学先进水平, 具有创造性的科研成果、新理论和高新技术的应用基础理论。同时, 也刊登国内外专家学者研究广西或在广西工作的科学技术研究成果和在区外或国外学习的广西学生的硕士(毕业)论文和博士(毕业)论文。读者对象主要是从事自然科学研究、开发的科技工作者, 大专院校师生, 教科文卫管理人员以及有关部门的专业技术干部和管理干部。

《广西科学》为季刊, 国内外公开发行, 大 16 开本, 80 页; 国内定价(含邮资): 每期 6 元, 全年 24 元; 国外定价: 每期 6 美元, 全年 24 美元。《广西科学》1994 年 2 月创刊, 欢迎广大读者订阅; 同时也欢迎广大作者投稿。订阅《广西科学》, 请将书款汇到广西科学编辑部: 广西南宁市江南路西一里 20 号广西科学院; 收款人: 邓大玉; 邮编: 530031; 电话: (0771) 4830135 (转帐 开户名称: 广西科技期刊编辑学会 开户行: 广西南宁江南建行 帐号: 2072386)。

《广西科学》已创刊 2 年。从 1996 年起不再赠阅, 欢迎贵单位订阅。需总 1~10 期的《广西科学》, 请按每本 5 元的工本费汇款, 我们即时将书寄去。

广西科学编辑部

1996 年 7 月 28 日