

北部湾三维风暴潮模拟

3-D Simulation of the Storm Surges in the Beibu Gulf

夏华永 李树华 李武全 古万才

Xia Huayong Li Shuhua Li Wuquan Gu Wancai

(广西海洋监测预报中心 北海市四川路12号 536000)

(Guangxi Marine Monitoring & Forecasting Center, 12 Sichuanlu, Beihai, Guangxi, 536000)

摘要 模型以经 Sigma坐标变换后具有自由表面的三维非线性 Navier-Stokes方程为基本方程, 采用紊流封闭模型求解垂直方向紊动粘滞系数, 建立了一个北部湾的三维风暴潮模型。应用该模型对典型的 8007号及 8410号风暴潮进行了模拟, 风暴潮位的验证较好, 并获得了风暴潮流的空间结构特征, 揭示了台风引起的北部湾沿岸海水交换。

关键词 三维风暴潮模型 紊流模型 数学模拟

中图法分类号 P 731.23

Abstract On the basis of 3-D nonlinear Navier-Stokes equations under Sigma transformations and with free surface, using turbulent closure model to resolve vertical turbulent viscosity coefficient, a numerical model of the Beibu Gulf's storm surges is presented. The model is used to simulate the storm surges driven by typhoons 8007 and 8410 in the Beibu Gulf, the calculated tidal levels fit with the measured data well, and the results reveal the spatial structures of tidal current induced by typhoon and coastal seawater exchanges.

Key words 3-D numerical model of storm surges, turbulence model, mathematical simulation

北部湾风暴潮预报中,一般只对风暴潮位进行预报,而对风暴潮流却不重视。北部湾油气资源丰富,海洋工程日益增多,因而预报对海洋工程具有破坏力的风暴潮流有其实际意义。在三维风暴潮模拟中,对超浅海风暴潮的数值模拟表明,变涡动系数(涡动系数随深度二次函数变化)能调整风暴潮位,加大风暴潮流的量级,使其更符合实际^[1]。鉴于垂直涡动系数对风暴潮垂直结构的重要性,本文采用文献[2]中的水流动力模型进行北部湾的风暴潮流模拟。文献[2]采用理论严格的紊流模型计算涡动系数;采用 sigma坐标下的控制方程,可较处理好地形变化较大的区域,在不同水深处都可以获得很高的分辨率;采用半隐式差分格式,动量方程中,正压梯度项和水平速度的垂向变化采用隐式差分;连续方程采用全隐差分格式,这种处理可打破 CFL(柯朗)条件,取数倍于 CFL条件的时间步长。模型用于模拟北部湾潮流时,重现了北部湾的潮波系统,验证良好。本文选择了对广西沿海影响较大的 8007号及 8410号台风进行了模拟,探讨了风暴潮流的空间结构及风暴潮与天文潮的耦合作用,得到了一些有益的结论。

1 基本方程组

1.1 风暴潮动力学方程组

北部湾是一个较小的海湾,海平面可用笛卡尔平面直角坐标系表示,垂直方向采用 e 坐标变换,从右手直角坐标系 (x, y, z, t) 到 e 坐标 (x_1, y_1, e, t_1) 的转换关系为:

$$x_1 = x, y_1 = y, e = (z - Z) / (H + Z), t_1 = t.$$

$H(x, y)$ 是平均海平面到海底的距离, $Z(x, y, t)$ 是海面升降,在 $z = Z$ 时, $e = 0$;在 $z = -H$ 时, $e = -1$ 。采用静力假定及 Boussinesq近似,在 e 坐标系下(为简单起见,在新坐标下略去下标“1”),正压环流的控制方程组可写为:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial u D}{\partial x} + \frac{\partial v D}{\partial y} + \frac{\partial k}{\partial e} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u D}{\partial t} + \frac{\partial u^2 D}{\partial x} + \frac{\partial u v D}{\partial y} + \frac{\partial u k}{\partial e} - f v D + g D \frac{\partial Z}{\partial x} = \\ \frac{\partial}{\partial e} \left[\frac{K_M}{D} \frac{\partial u}{\partial e} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[2 A_M D \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[A_M D \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial v D}{\partial t} + \frac{\partial u v D}{\partial x} + \frac{\partial v^2 D}{\partial y} + \frac{\partial v k}{\partial e} + f v D + g D \frac{\partial Z}{\partial y} =$$

$$\frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[\frac{K_M}{D} \frac{\partial \eta}{\partial \epsilon} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2A_M D \frac{\partial \eta}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[A_M D \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \quad (3)$$

式中, D 为水深, $D = H + \zeta$, f 为柯氏力系数, $f = 2K \sin h$ (其中 $K = 0.729 \times 10^{-4} s^{-1}$, 为地球自转角速度, h 为地球纬度); A_M 为水平方向涡动粘滞系数; K_M 为垂直方向涡动粘滞系数, 由紊流封闭方程计算得到^[2,3,4]; k 为坐标变换后产生的一个垂向速度, 实际上, 它垂直于 σ 分层, 三维笛卡尔直角坐标系中的垂向速度 W 与 σ 坐标系中的速度场有如下关系:

$$k = W - u \left(e \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) - v \left(e \frac{\partial D}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) - \left(e \frac{\partial D}{\partial \zeta} + \frac{\partial \zeta}{\partial \zeta} \right). \quad (4)$$

1.2 边界条件

在自由表面上 ($e \rightarrow 0$), 动量方程 (2)、(3) 满足

$$\zeta_b = \frac{K_M}{D} \left[\frac{\partial u}{\partial \epsilon}, \frac{\partial v}{\partial \epsilon} \right] = (f_x, f_y), \quad (5)$$

f_x 为海面风应力。

在近海底处 ($e \rightarrow -1$), 动量方程 (2)、(3) 满足

$$\frac{K_M}{D} \left[\frac{\partial u}{\partial \epsilon}, \frac{\partial v}{\partial \epsilon} \right] = C_2 (u^2 + v^2)^{1/2} (u, v), \quad (6)$$

式 (6) 中,

$$C_2 = \max \left[\frac{k^2}{\ln^2(z/z_0)}, 0.0025 \right], \quad (7)$$

k 是卡门常数, $k = 0.4$, z_0 是海底粗糙度, 在模拟中 z_0 可取为 $0.002 \text{ m} \sim 0.01 \text{ m}$, z 是离海底最近网格与海底的距离。

垂直边界条件满足

$$k(0) = k(-1) = 0. \quad (8)$$

海岸边界条件上满足

$$u^N = (x, y, e, t) = 0, \quad (9)$$

N 为岸线外法线方向。

计算海域的边界位置及其所采用的边界条件往往是数值模拟成败的关键之一, 不合理的边界位置及边界条件会引起数值模拟的不稳定, 边界误差最终会导致模拟的不真实。因三维模拟的计算量较大, 当计算域太大时, 模拟费时太多, 因此, 将模拟区域定在广西沿岸、越南东岸、 16° N 及 110° E 界定的区域内。由于我们所关心的主要是影响广西沿海较大的台风, 所模拟的台风离湾口处的开边界较远, 且南部开边界处水深较大, 最深处大于 600 m , 模拟纯风暴潮时, 边界水位可采用静压效应

$$Z = (p_\infty - p_x) / (d_0 g), \quad (10)$$

当考虑耦合作用时, 边界水位取为天文潮与静压效应的叠加

$$Z = (p_\infty - p_x) / (d_0 g) + \sum_i a \cos \left(\frac{2\pi}{T_i} t - \theta_i \right). \quad (11)$$

在琼州海峡处, 边界处理较为困难, 危害广西沿海的台风对琼州海峡也影响较大, 采用静压效应会造成较大的误差。在诊断模拟时可采用实测值, 但在预报模拟时, 边界值是未知的, 因此, 需要采取合适的边界条件以获得较好的近似效果。在中部大西洋湾 (Middle Atlantic Bight) 的风暴潮模拟中, Alan F. Blumberg 等人^[5]采用了一种修正的 Sommerfeld 辐射边界条件

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + c \frac{\partial Z}{\partial n} = \left(\frac{Z - Z_k}{T_f} \right), \quad (12)$$

式中, c 为重力波的传播速度, $c = (gh)^{1/2}$; n 为边界外法线方向; T_f 为一特征时间; Z_k 为边界处的平衡水位, 如不受干扰 (没有台风) 的潮位。如果方程 (12) 的右边项为 0, 则该方程表示波的自由传播, 它表示计算域内的任何干扰都以重力波速沿边界法线方向向外传播, 这是一种纯辐射边界条件^[6]。方程 (12) 的右边项为阻尼项, 式 (12) 表示计算域内波动可向外传播, 但波动在量级为 T_f 的时间内, 波动趋于平衡水位 Z_k 。当 $T_f = 0$ 时, 即 $Z = Z_k$, 为一“夹紧”的边界条件, 域内的任何波动都不能传出边界。

在纯风暴潮模拟中, Z_k 取为平均海面与静压效应的叠加, 在考虑耦合作用时, Alan F. Blumberg 等人把 Z_k 取为平均海面、静压效应及天文潮的叠加。我们认为用方程 (12) 反应耦合边界, 在理论上尚有一定的缺陷, 因为耦合潮位只是天文潮在台风作用下的一种特例, 如果一种边界方程能作为耦合模拟的边界条件的话, 那么, 它也应该能作为天文潮模拟的边界条件 (天文潮模拟只是海面风应力为 0 的一种特例), 在天文潮的模拟时, 边界潮位是给定的, 即 $Z = Z_k$, 而方程 (12) 不能得此结论。因此, 我们将考虑耦合作用的边界条件修正成如下方程

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + c \frac{\partial Z}{\partial n} = - \left(\frac{Z - Z_k}{T_f} \right) + \frac{\partial Z}{\partial t} + c \frac{\partial Z}{\partial n}, \quad (13)$$

式 (13) 中, Z_k 表示天文潮位, 显然, 方程 (13) 是方程 (12) 的推广, 对于纯风暴潮的模拟, 取 $Z_k = 0$ 即可。当海面风应力为 0 时, $Z \rightarrow Z_k$, 取 Z_k 等于 Z , 方程 (13) 就是天文潮的边界条件。当把 Z_k 取为平均海面、静压效应及天文潮的叠加时, 如果方程 (12) 能作为纯风暴潮模拟的边界的话, 方程 (13) 应能更好的反应耦合模拟的边界。

在方程 (12)、(13) 中, T_f 的值也是须要事先给定的, $T_f = r/c$, r 为计算域内参考点 (如计算域中心) 到边界的距离。因为我们所考虑的台风离广西沿海较

近,取 T_f 为 1.5 h

方程 (12)、(13) 允许计算域内波的传出,但不能反应域外波的传入,严格来说,边界定在琼州海峡并不合适,但风暴潮是一种强制波,广西沿海的风暴潮并不是因波的传入引起的,琼州海峡较窄,波的传入对广西沿海风暴潮的影响应该不大,下文的模拟表明影响达几厘米

本文采用的数值计算模式见文献 [2]

2 台风风场和气压场

台风气压场和风场都采用 Jelesnianski 模式

气压场模式如下:

$$P(r) = \frac{P_\infty - P_0}{4} \left(\frac{r}{R}\right)^3 + P_0, 0 \leq r \leq R, \quad (14)$$

$$P(r) = -\frac{3}{4} P_\infty - P_0 \left(\frac{R}{r}\right)^3 + P_\infty, R \leq r \leq \infty, \quad (15)$$

式中, P_∞ 为台风外围气压(即正常气压),取 $P_\infty = 1008 \text{ hPa}$; P_0 为台风中心气压; R 为最大风速半径;

$p(r)$ 为距离台风中心 r 处的气压

台风风场模式如下:

当 $0 \leq r \leq R$ 时,

$$W_x = \frac{r}{R+r} v_x - W_R \left(\frac{r}{R}\right)^{3/2} [(x-x_0) \sinh + (y-y_0) \cosh] / r, \quad (16)$$

$$W_y = \frac{r}{R+r} v_y - W_R \left(\frac{r}{R}\right)^{3/2} [(x-x_0) \cosh + (y-y_0) \sinh] / r, \quad (17)$$

当 $R \leq r \leq \infty$ 时,

$$W_x = \frac{R}{R+r} v_x - W_R \left(\frac{R}{r}\right) [(x-x_0) \sinh + (y-y_0) \cosh] / r, \quad (18)$$

$$W_y = \frac{R}{R+r} v_y - W_R \left(\frac{R}{r}\right) [(x-x_0) \cosh + (y-y_0) \sinh] / r, \quad (19)$$

w_x 、 w_y 分别为点 (x, y) 处风速的分量; v_x 、 v_y 分别为台风移速的 x 分量和 y 分量; W_R 为台风最大风速; (x_0, y_0) 为台风中心位置; h 为风向与地转风的偏角,取 $h = 20^\circ$

在计算台风气压场和风场时,台风中心气压 p_0 、最大风速 w_R 及最大风速半径 R 都须事先给出,台风预报中,一般都给出台风中心气压、最大风速、10级及8级风圈大小,知道最大风速及不同风圈大小之后,用杰氏模式反推最大风速半径

海面风应力可表示成如下形式:

$$\begin{aligned} f_x &= \rho_a (\omega^2 + W_y^2)^{1/2} w_x, \\ f_y &= \rho_a (\omega^2 + W_x^2)^{1/2} w_y. \end{aligned} \quad (20)$$

ρ_a 为空气密度,取 $\rho_a = 1.25 \text{ kg/m}^3$; ω 为拖曳系

数,取 $\omega = 2.6 \times 10^{-3}$

3 模型验证及典型风暴潮后报结果分析

计算范围南至 16°N , 北至广西沿岸,西以 6°N 以北的越南东界为界,东至雷州半岛、海南岛西岸及 110°E 水平方向计算网格为 $3200 \text{ m} \times 13750 \text{ m}$, 垂直方向分为6个 Sigma 层,空间距离为 $\Delta\sigma = 0.2$ 海底粗糙度 α 取 0.002 m , 计算时间步长为 300 s 海底地形从南海水深图(青岛海洋水产研究所绘制,1973.5)获得。在风暴潮与天文潮的耦合模拟中,琼州海峡和湾口开边界处天文潮只输入 O_1 、 K_1 、 M_2 三个分潮,先进行潮流模拟,在潮流模拟达到稳定后,再叠加海面风应力作用。

为了检验模型的有效性,我们选择了800号台风及8410号台风进行了后报模拟。这2次台风都在广西沿岸引起了较大的增减水,对广西沿岸的影响较大。800号从南海海域穿越琼州海峡及北部湾北部海域,在越南海防附近登陆,主要在7月2日至23日对北部湾影响较大;8410号台风沿西北方向,穿越海南岛与雷州半岛,在北海与钦州之间登陆,在9月6号对广西沿岸影响最大。

3.1 模型验证

图1与图2是800号台风北海站与白龙尾站的增水过程线(198年7月22日8时~7月23日20时),在北海站,纯风暴潮模拟的极大增水与实测极大增水相差几厘米,极值减水相差十几厘米,峰值出现时刻符合更为理想,相差不到1h,从极值减水到极值增水的阶段,模拟曲线与实测水位曲线拟合最好(图1)在白龙尾站,误差稍大一些,极值增水相差大于20cm,在增水过程中,计算值稍小于实测值(20cm~30cm),但从整个增减水过程看,计算值与实测值的变化趋势基本一致,反映了白龙尾增减水的变化规律。对于8410号台风,离登陆地点较近的石头埠增减水较大,增水与减水都超过了1.5m,最大增水的计算值与实测值相符,最大减水比实测值约小20cm;白龙尾站离台风登陆点要远一些,其增减水也相应小一些。在这2个站,当台风没有进入北部湾海区时,模拟结果与实测值相差稍大一些,台风进入北部湾之后,模拟结果与实测值拟合较好(图3图4)。对于两次不同路径和方向的台风,不同台站的增水曲线变化趋势十分相似,在台风没有进入北部湾时,广西沿岸都吹离岸风,都出现减水,台风进入北部湾后,不同岸站都先后进入增水阶段,台风登陆以后,广西沿岸都吹向岸风,各站均呈现出增水过程,因此,不同台站有相似的增水曲线,最大增减水只有1h~2h的相位差。

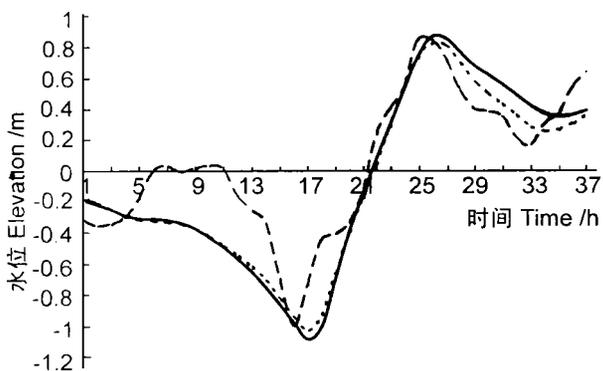


图1 北海8007号台风增水过程线

Fig. 1 Storm surges by typhoon 8007 at Beihai

——纯风暴潮 Tidal level lift by storm surge; ---实测增水 Measured tidal level lift; —·—耦合增水 Tidal level lift by both tide and storm surge.

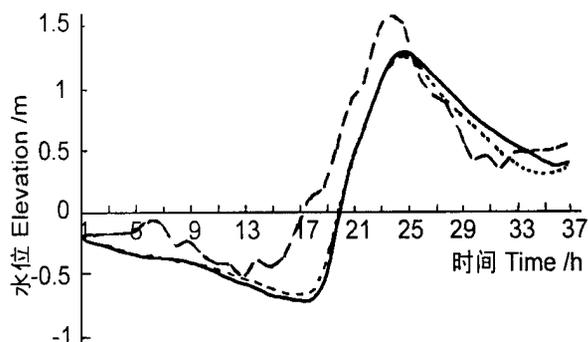


图2 白龙尾8007号台风增水过程线

Fig. 2 Storm surges by typhoon 8007 at Bailongwei

——纯风暴潮 Tidal level lift by storm surge; ---实测增水 Measured tidal level lift; —·—耦合增水 Tidal level lift by both tide and storm surge.

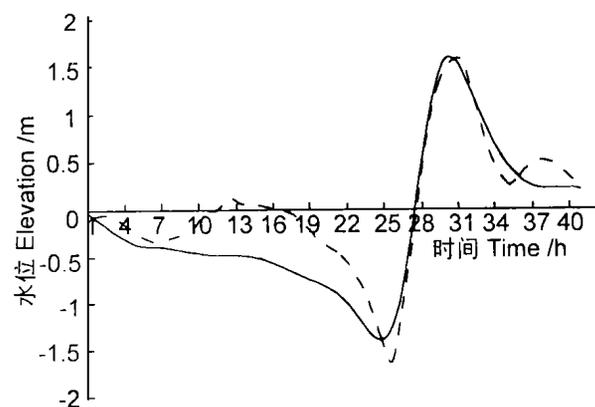


图3 石头埠8410号台风增水过程线

Fig. 3 Storm surges by typhoon 8410 at Shitoubu

——纯风暴潮 Tidal level lift by storm surge; ---实测增水 Measured tidal level lift.

明,对琼州海峡附近的海区来说,琼州海峡的边界条件有较大的影响;在广西沿岸,其影响相对减小。在北海站,琼州海峡采用不同边界条件引起的差异一般只有几厘米(图5),因此,对只注重广西沿海的风暴潮预报来说,用辐射边界条件是基本可行的。

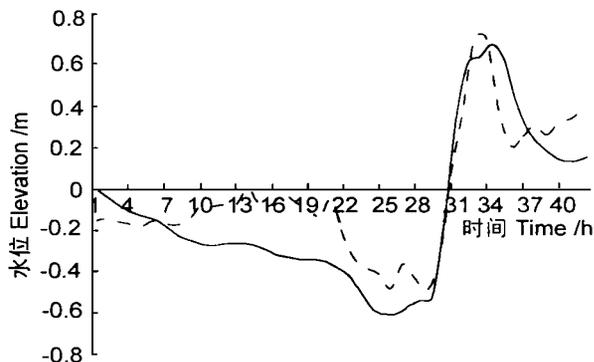


图4 白龙尾8410号台风增水过程线

Fig. 4 Storm surges by typhoon 8410 at Bailongwei

——纯风暴潮 Tidal level lift by storm surge; ---实测增水 Measured tidal level lift.

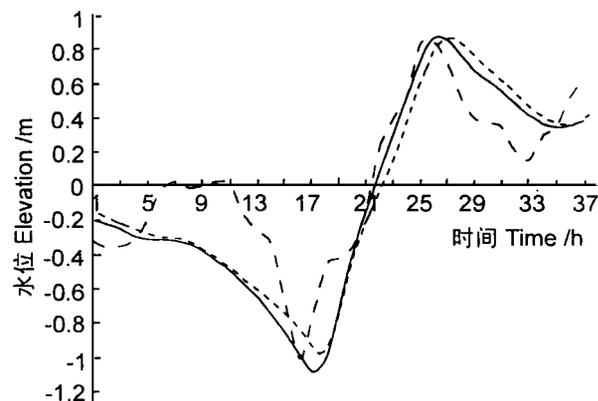


图5 琼州海峡不同边界条件对北海增水过程的影响

Fig. 5 The effects of different boundary conditions at Qiongzhou Strait on the storm surges of Beihai

——琼州海峡采用辐射边界条件 Under the radiant boundary; ---实测增水 Measured tidal level lift; —·—琼州海峡边界为实测值 Under the measured boundary.

3.2 纯风暴潮后报分析

图6是8007号台风引起的海域各处最大增水分布图,在海防至防城沿岸一带,增水最为严重,最大增水大于1.5m,这一带最大增水等值线密集,最大增水梯度很大,离湾顶越远,增水幅度越小;在湾口处,台风引起的最大增水不大于20cm,在登陆点左侧(海防以南)最大增水值较登陆点右侧(海防以北)小得多。在登陆点右侧,最大增水出现在台风登陆约2h后,而登陆点左侧,最大增水出现在台风登陆约5h后。最大增水的分布特点是与台风路径及旋转风场结构相一致的。在湾顶增水较大,这是因台风中心右侧

纯风暴潮模拟用辐射边界条件(式12)。为了探讨琼州海峡边界条件对广西沿岸风暴潮的影响,在琼州海峡处采用实测值对8007号台风进行了模拟,模拟表

风力较大,水深较小,又受地形影响的缘故。在台风登陆时,海面风暴潮位的等值线呈放射线状分布(以登陆点附近为中心,见图8),登陆点右侧海域呈增水,而左侧海域则为减水,等值线分布并不对称,右侧海域等值线分布密集。减水最严重的是雷州半岛西侧海域(图7),铁山港减水最严重,最大减水大于1.5 m,其原因是台风未进入北部湾和刚进入北部湾时,雷州半岛西侧海域都是吹离岸风,风向差不多与岸线垂

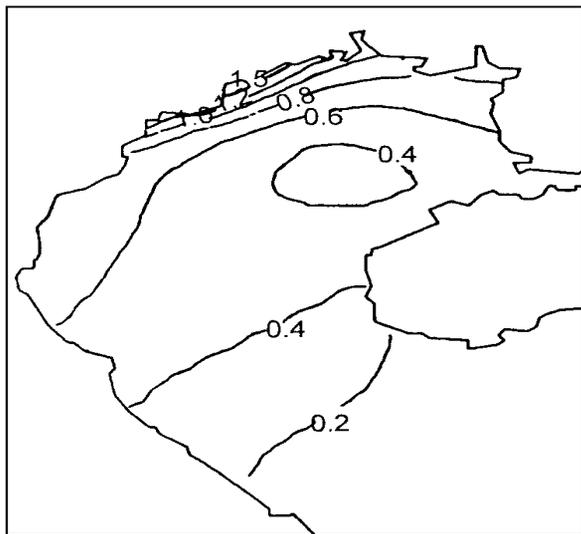


图6 800号台风纯风暴潮最大增水分

Fig. 6 Distribution of the highest surges by typhoon 8007
单位 Unit: m

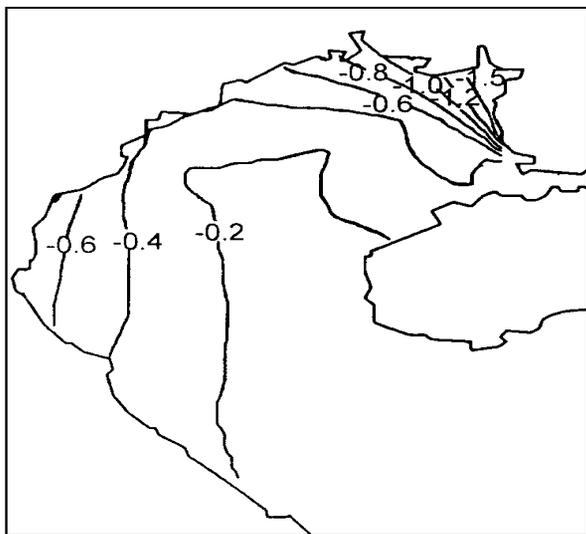


图7 800号台风纯风暴潮最大减水分

Fig. 7 Distribution of the lowest surges by typhoon 8007
时间 Time: 1987-07-23-07:00 单位 Unit: m

直,容易造成减水;当风向转为向岸时,风向与岸线的交角较小,风暴潮流为顺岸流向(图9),因而引起的增水并不大。

800号台风经过北部湾时,作用于海域的大风区

域较大,在风应力作用下,形成了一个与台风风速分布相应的气旋型风暴潮流(图9)。环流随着台风中心的推移而推移,但环流中心的滞后于台风中心移动,台风在7月23日12时左右于海防附近登陆时,环流中心离岸还较远(图9)。海水表层($= -0.1$)与底层($= -0.9$)都有相应的环流,但环流中心并不在同一垂直位置上,底层环流中心的移动滞后于表层环流。环流中心的移动轨迹并不与台风中心移动轨迹一致。环流中心偏向于台风中心左侧,与风速为零处接近。当台风大风区域覆盖的海域较大时,环流覆盖海域也就较大,环流覆盖了北部湾的整个北部海域。环流流速分布由中心速度为零向外逐渐增大,在外围又趋于减小,环流右半侧(在广西沿海)速度较大,而左半侧

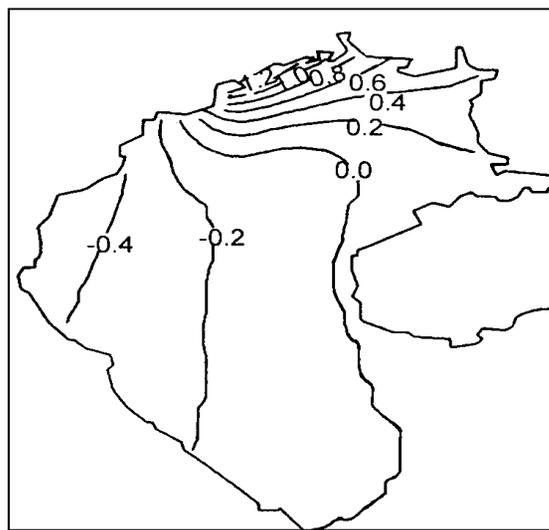


图8 800号台风纯风暴潮位分布

Fig. 8 Distribution of elevations by typhoon 8007
时间 Time: 1987-07-23-07:00 单位 Unit: m

流速较小,这是与风应力分布相一致的。在表层,最大流速达1.2 m/s,由于底摩擦的原因,底层流速明显减小,底层流速不及表层流速的一半。在风力作用下,离台风中心较远的越南东岸及海南西岸沿海形成有沿岸流,流向湾外,表层的沿岸流速约为10 cm/s ~ 30 cm/s,底层沿岸流速明显减小。台风尚在北部湾海域时,离台风中心较远的湾轴附近海域,表层流速极小,而在底层,流速比表层明显要大,流向湾顶,流速为10 cm/s左右。显然,台风引起的北部湾内水体流动是复杂的,在大风作用区域内,形成气旋型环流,在离台风中心较远处,有流向湾外的沿岸流,而在湾轴附近,海水流向湾顶,毫无疑问,这种水流流场分布是与水体补偿相应的。台风对水体的“搅拌”及其引起的湾内外海水的交换都是很强的。

垂向流速的分布与水位升降相应(图10图11),

在湾顶,水位升降较大,垂向流速也就大一些,表层垂向流速的量级为 10^{-3} cm/s,在湾顶水位由极值减水到极值增水的急剧上升过程中,垂向流速最大(图 11)

限于篇幅,841号台风风暴潮模拟结果没在本文给出

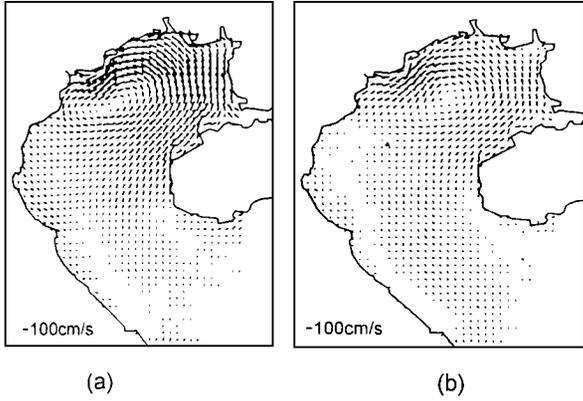


图 9 800号台风纯风暴潮水平流场

Fig. 9 Horizontal current fields by typhoon 8007

时间 Time: 1987-07-23-07: 00; 流速 Current velocity: 100 cm/s; a 表层 Superficial layer; b 底层 Under layer.

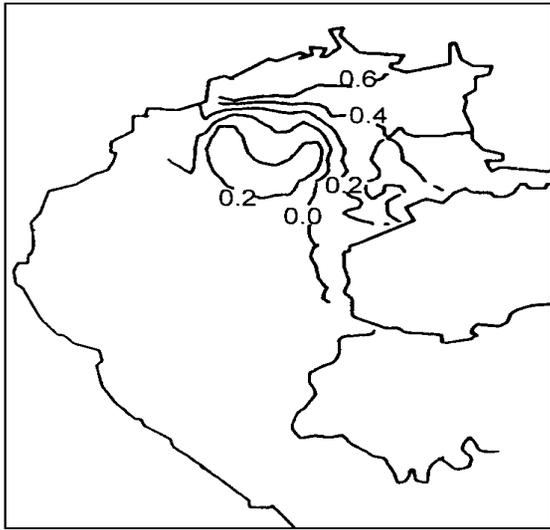


图 10 8007号台风纯风暴潮垂向流速分布

Fig. 10 Distribution of vertical velocities by typhoon 8007

时间 Time: 1980-07-23-04: 00; 单位 Unit: 10^{-2} cm/s; a 表层 Superficial layer.

3.3 耦合作用对风暴潮模拟的影响

在超浅海(如渤海),风暴潮与天文潮的耦合效应非常明显,在北部湾,两潮耦合效应会怎么样呢?对此问题我们就800号台风进行了耦合模拟

模拟结果表明,耦合效应弱微,这是因北部湾水深较大的缘故。北海及白龙尾站,耦合增水曲线与纯风暴潮增水过程线非常接近(图1图2),耦合增水

的极值略小于纯风暴潮,从水位变化过程来看,耦合增水曲线稍优于纯风暴潮模拟结果。在不同时刻,考虑了耦合效应的海面增减水分布(图略)与纯风暴潮模拟相应时刻的增减水分布趋势差异不大

考虑耦合效应之后,在北部湾北部,海流受气旋型环流支配(图12),这与罗义勇等人^[7]的模拟结果是一致的。在离台风中心较远的海域,海流主要表现为潮流性质(在潮流较强时);受台风影响时,部分区

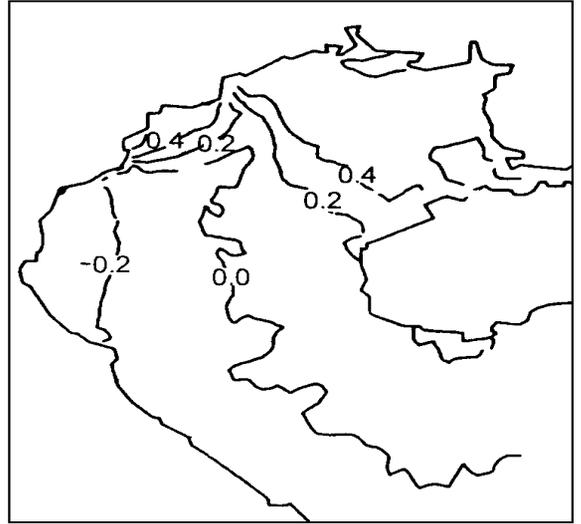


图 11 800号台风纯风暴潮垂向流速分布

Fig. 11 Distribution of vertical velocities by typhoon 8007

时间 Time: 1980-07-23-07: 00; 单位 Unit: 10^{-2} cm/s.

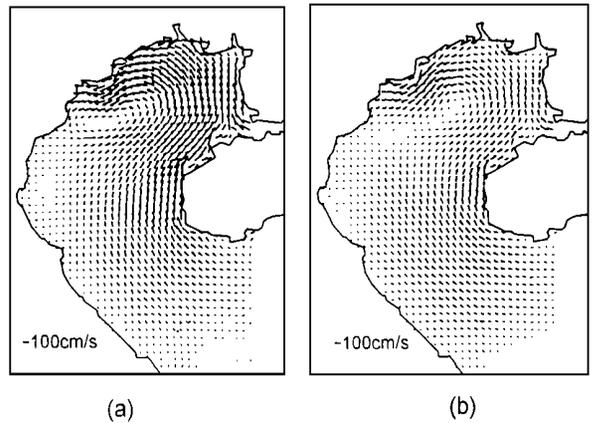


图 12 8007号台风耦合潮流

Fig. 12 Current fields by typhoon 8007 and tides

时间 Time: 1987-07-23-07: 00; 流速 Current velocity: 100 cm/s; a 表层 Superficial layer; b 底层 Under layer.

域潮流减弱(如离台风中心较远的近岸海域),部分区域潮流加强(如湾轴附近海域)。

4 结语

在三维模型中,引入了先进的紊流模型,可较好

的反应水流沿深度的阻力变化,不仅风暴潮位验证良好,而且揭示了风暴潮流的空间结构,并揭示了台风引起的海水交换.在目前的风暴潮模拟中,这样精细的模拟结果尚不普及.

由于北部湾耦合效应微弱,在风暴潮预报时,如果只须预报风暴潮位,可只进行纯风暴潮模拟.

本文的工作还有可进一步改进的地方.模型中琼州海峡处水边界处理不尽合理,在以后的工作中,我们将进一步扩大模拟范围,减小水边界的影响,更好的模拟预报风暴潮位及潮流.广西沿海一般滩涂宽阔,而风暴潮漫滩危害极大,因此有必要对风暴潮进行漫滩模拟预报,二维漫滩模型将另文给出.

参考文献

- 1 秦曾灏. 我国台风暴雨的研究和预报进展. 热带气旋科学讨论会文集, 北京: 气象出版社, 1990, 50~ 59.
- 2 夏华永, 殷忠斌, 郭芝兰等. 北部湾三维潮流数值模拟. 海洋学报, 1997, 19 (2): 21~ 31.

- 3 Mellor G L and T Yamada. Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. Rev Geophys Space Phys, 1982, 20 (4): 851~ 879.
- 4 Blumberg A and G Mellor. A description of a three dimensional ocean circulation. In Three Dimensional Coastal Ocean Model (N. S. Heaps ed.), Agu, Washington D C, 1987, 1~ 16.
- 5 Blumberg A F and Kantha L H. A numerical model of the shelf circulation in the middle atlantic bight driven by tides, transient storms and offshore large-scale circulation. Formulation of proper open boundary conditions. Dynalysis of Princeton Report No. 73, Princeton, N. J., 1982, p. 185.
- 6 Orlandi I. A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. Jcomput Phys, 21, 1976, pp. 251~ 269.
- 7 罗义勇, 孙文心. 北部湾风暴潮的数值模拟——三维流分解模型的一个应用. 青岛海洋大学学报, 1995, 25 (1): 7~ 16.

(责任编辑: 黎贞崇 邓大玉)

一个超导方程组的相似约化

谷 元 谷 艺 陈登远

下面由 Abrahams 和 Tsuneto 提出的反应扩散系统出现在液态超导理论中^[1]:

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} (1 - u^2 - v^2)u, \\ v_t &= v_{xx} (1 - u^2 - v^2)v. \end{aligned} \tag{1}$$

一些作者研究了方程 (1), 但是没有构造出解析解^[1]. 我们寻找 (1) 的如下形式的相似约化

$$\begin{aligned} u &= y(x, t)F(z(x, t)), \\ v &= y(x, t)G(z(x, t)), \end{aligned} \tag{2}$$

其中 $y(x, t), z(x, t), F$ 和 G 为待定函数. 把 (2) 代入 (1) 并且令

$$y = z_x, 2y_x z_x + y z_{xx} - y z_t = 0, y_{xx} - y_t + y = 0 \tag{3}$$

由此可以得到

$$\begin{aligned} z &= \frac{e^{3t}}{2} (A \operatorname{ch} \frac{x}{2} + B \operatorname{ch} \frac{x}{2}), \\ y &= \frac{1}{2} \frac{e^{3t}}{2} (A \operatorname{ch} \frac{x}{2} + B \operatorname{ch} \frac{x}{2}), \end{aligned} \tag{4}$$

这时, 方程 (1) 变为

$$\begin{aligned} F_{zz} - (F^2 + G^2)F &= 0, \\ G_{zz} - (F^2 + G^2)G &= 0, \end{aligned} \tag{5}$$

令 $h = F^2 + G^2$, 当 $h = k^2, h = -k^2$ 时, 分别可以得到

$$\begin{aligned} F &= T_1 \operatorname{ch} kz + i T_2 \operatorname{sh} kz, \\ G &= T_2 \operatorname{ch} kz - i T_1 \operatorname{sh} kz, (T_1^2 + T_2^2 = k^2). \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} F &= T_1 \cos kz - i T_2 \sin kz, \\ G &= T_2 \cos kz + i T_1 \sin kz, (T_1^2 + T_2^2 = -k^2), \end{aligned} \tag{7}$$

在 $F = G$ 的情形下, 由 (5) 得到 $F_{zz} = 2F^3$, 从而有 $F_z^2 = F^4 + l_0$, 其中 l_0 是一个任意常数. 当 $l_0 < 0, = 0, > 0$ 时, 我们分别得到

$$\begin{aligned} F &= \frac{\sqrt{2}}{4} l \operatorname{ds}(l z, \frac{\sqrt{2}}{2}), 1 / (\frac{\sqrt{2}}{2} X \pm l), \\ &\frac{\sqrt{2}}{4} l (ns(l z, \frac{\sqrt{2}}{2}) + cs(l z, \frac{\sqrt{2}}{2})), \end{aligned} \tag{8}$$

其中 $X = \pm 1, l$ 为任意常数, $ds(x, k), ns(x, k)$ 和 $cs(x, k)$ 是 Jacobi 椭圆函数^[2]. 另外, 令 $H = (F^2 + G^2) / 2$, 容易验证 H 满足 Weierstrass 椭圆方程^[2]. 因而 F 和 G 都满足 Lamé 方程^[2]. 于是我们可以得到 (3) 的解 $F = L_1(z), G = L_2(z)$, 这里 $L_1(z)$ 和 $L_2(z)$ 两个 Lamé 函数^[2]. 由 (2), (4) 以及 F, G 的表达式, 我们就能够构造出了 (1) 的多种解析解.

参考文献

- 1 Abrahams E, Tsuneto T. Time variation of the Ginzberg-Landau order parameter, Physics Review, 1966, 152 416 ~ 432.
- 2 Whittaker E T, Watson G N. Modern analysis, Cambridge University, 1958.

(第一作者单位: 山东工业大学计算机系)