

# 一种基于时空延迟反馈的时空混沌控制方法\*

## A Method for Controlling Spatiotemporal Chaos Based on Feedback of Spatiotemporal Delay

罗晓曙 唐国宁 刘慕仁 孔令江  
Luo Xiaoshu Tang Guoning Liu Muren Kong Lingjiang

(广西师范大学物理与电子科学系 桂林市育才路 3号 541004)

(Dept. of Phys. and Electronic Sci., Guangxi Normal Univ., 3 Yucailu, Guilin, Guangxi, 541004, China)

**摘要** 研究耦合映象格子中的时空混沌控制问题。根据信号的自关联度与随机度之间的关系,提出了通过时空延迟反馈控制耦合单峰格子中时空混沌行为的方法,获得了很好的控制结果。这一控制方法不需要获取时空混沌系统中不稳定周期轨道的任何信息,控制参数的选择与被控的时空混沌系统的参数和方程无关。

**关键词** 耦合映象格子 时空混沌系统 时空延迟反馈

中图分类号 O 415.5

**Abstract** This paper deals with the problem of controlling spatiotemporal chaos in coupled map lattices (CML). Based on the relationship between the strength of selfrelation of signal and strength of its random, a method of controlling spatiotemporal chaos in CML is proposed by feedback of spatiotemporal Delay and the better results of control is obtained. This method does not need to know any information about UPO embedded in strange STC attractor. The choice of control parameter is independent of parameter and equation of the controlled spatiotemporal system.

**Key words** coupled map lattices, spatiotemporal chaos system, feedback of spatiotemporal delay

进入 90 年代,人们出于利用混沌特性的目的,开始了对混沌的控制与同步研究。目前对非线性系统中表现出的时间混沌特性的控制与同步方法已趋完善,形成了较为系统的控制理论与方法<sup>[1~7]</sup>,对此,文献[8]作了总体评述。在该领域的研究中,有两个前沿课题:一是高维非线性系统中的超混沌控制;二是有时空结构的非线性系统中时空混沌行为的控制。这两个课题的研究目前已有进展<sup>[9~11]</sup>,但其中的一些问题和方法是尚未解决的一大难题,还远未形成系统的控制理论和方法。本文依据信号的相关性与其随机性之间的关系,提出了通过时空延迟反馈增强混沌信号的时空关联性,从而实现时空混沌控制的方法,给出了控制算法和控制方程。这一控制方法的优点是:无需对被控系统的时空轨道信息作复杂的数学运算,控制参数的选取也与被控系统的参数和变量取值无关,控制时刻可以任意加入。因此,该控制方法也适用于被控系统方程未知的情形。

## 1 控制模型与控制方法

### 1.1 控制模型

非线性系统的时空行为可由偏微分方程来描述,由于求解偏微分方程是一个困难的问题,因此人们通过将偏微分方程离散化,再考虑周期边界条件,可得到耦合映象格子(Coupled Map Lattices, 简记 CML)模型。在不同的耦合方式下, CML 模型有多种形式,本文用文献[12]提出的一种 CML 模型(称作 CMLH 模型)进行控制,其叠代方程为

$$x_{n+1}(i) = r(1 - X)f_n(i) + X/2N \sum_{j=1}^N [f_n(i+j) + f_n(i-j)], \quad (1)$$

式中  $r$  为可调参数,  $X$  为格点间的耦合强度,  $n, i$  分别为离散化的时间、空间格点坐标,  $N$  为耦合距离,  $L$  为系统空间的尺寸。当取  $r = 1.0, N = 1$ , 非线性映象取一维逻辑映象  $f(x_n) = 1 - ax_n^2$  时, (1) 式转化为

$$x_{n+1}(i) = (1 - X)(1 - ax_n^2(i)) + X/2[1 - ax_n^2(i-1) + 1 - ax_n^2(i+1)], \quad (2)$$

上式称为耦合单峰格子(CLL), 它能很好的模拟反应扩散过程。在不同的耦合强度  $X$  及非线性强度  $a$  下,

1999-11-16 收稿, 2000-03-27 修回。

\* 广西教育厅科学基金资助的课题(9816940)

(2) 式具有十分丰富的时空混沌行为, 对此文献 [ 12 ] 进行了详细研究, 得到 6 种时空混沌模式. 本文对其中的完全湍流运动模式进行控制 (取  $X=0.3, a=1.9$ ), 因为这个模式具有典型的时空混沌行为.

1.2 控制方法

通过对信号的自关联时间和有序度之间的关系进行分析, 发现信号的自关联时间越长, 则其有序度越高, 随机性越弱; 自关联时间越短, 则其有序度越低, 即随机性越强. 例如周期信号的自关联时间  $t \rightarrow \infty$ , 而随机的白噪声其相关时间  $t=0$ , 混沌信号具有片断相关, 相关时间  $0 < t < \infty$ . 如果采取措施延长混沌信号的自关联时间, 再通过不断反馈, 这样混沌信号的自关联时间不断被延长, 最终混沌信号就会转化为有序的周期信号. 根据以上论断, 本文采取时空延迟反馈法可以延长时空混沌信号的时空自关联度, 从而实现时空混沌行为的控制. 具体控制方法如下:

1) 当 (2) 式自由叠代到  $k$  步时 ( $k > N$ ), 按时空延迟反馈法修改系统变量  $x_k(i)$ , 即

$$x_k'(i) = \sum_{q=0}^N \sum_{j=-M}^M T_{qj} x_{k-q}(i+j), \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad (3)$$

$N < k < \infty, 0 < M < L/2,$

应指出, 上式的运算要用到周期边界条件, 即  $x_n(i) = x_n(i+L)$ . 其中  $N, M$  分别为时空延迟窗口的边界.

2) 将  $x_k'(i)$  反馈回时空混沌系统 (2) 式得

$$x_{k+1}(i) = (1-X)(1-ax_k^2(i)) + X/2[1-ax_k^2(i-1) + 1-ax_k^2(i+1)]. \quad (4)$$

为了说明上述方法能增强混沌信号的时空自关联度, 不失一般性, 不加控制时, 设原时空混沌信号的时间关联长度为  $N_0$ , 空间关联长度为  $M_0$ , 则有

$$R(N, M) = \sum_k \sum_i x_k(i)x_{k-N}(i-M) = 0, \quad (5)$$

$(N > N_0, M > M_0).$

由于控制时, 是将  $x_k'(i)$  反馈回时空混沌系统 (2) 式, 则加入控制后, 其等效关联函数为

$$R'(N, M) = \sum_k \sum_i x_k'(i)x_{k-N}(i-M) = \sum_k \sum_i \left( \sum_{q=0}^N \sum_{j=-M}^M T_{qj} x_{k-q}(i+j) \right) x_{k-N}(i-M) = \sum_k \sum_i T_{00} x_k(i)x_{k-N}(i-M) + \sum_k \sum_i \sum_{q=1}^N \sum_{j=-M, j \neq 0}^M T_{qj} x_{k-q}(i+j) x_{k-N}(i-M), \quad (6)$$

将 (5) 式代入 (6) 式得

$$R'(N, M) = \sum_k \sum_i \left( \sum_{q=1}^N \sum_{j=-M, j \neq 0}^M T_{qj} x_{k-q}(i+j) \right) x_{k-N}(i-M), \quad N > N_0, M > M_0. \quad (7)$$

显然, 加入控制后, 当  $N > N_0, M > M_0$  时, 在叠代运算过程中, 并不能保证每步叠代都满足  $R'(N, M) =$

0 例如取  $q=N, j=-M$ , 即  $T_{N-M} \neq 0$ , 其它  $T_{qj} = 0$ , 得

$$R'(N, M) = \sum_k \sum_i T_{NM} x_{k-N}(i-M) x_{k-N}(i-M) > 0, \quad (8)$$

即加入控制式 (3) 后, 可增强时空混沌信号的时空自关联度. 再通过不断反馈, 使时空混沌系统的时空自关联度不断增强, 最后被控制到稳定的时空周期态.

2 控制结果

由于耦合映象是一个具有高度自由度的动力系统, 有可能具有多种终端行为, 为了保证控制结果的唯一性, 对系统进行随机初始化赋值. 采用双精度型数据, 用上述方法对 CLL 系统中的模式 VI 的时空混沌行为进行控制, 得到大量稳定的时空周期轨道. 限于篇幅, 本文只给出了部分典型控制结果, 分别如图 1 图 2 所示.

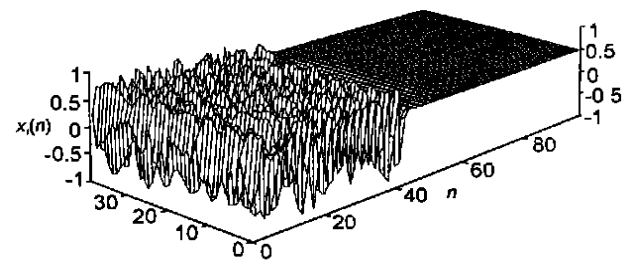


图 1 时空不动点的控制结果

Fig. 1 The control result of spatiotemporal fixed point. System parameter  $X=0.3, a=1.9$ ; Control parameter  $T_{00} = T_{01} = T_{0-1} = 0.2, T_{10} = T_{11} = T_{1-1} = 0.1, T_{20} = 0.05, T_{21} = T_{2-1} = 0.025$ .

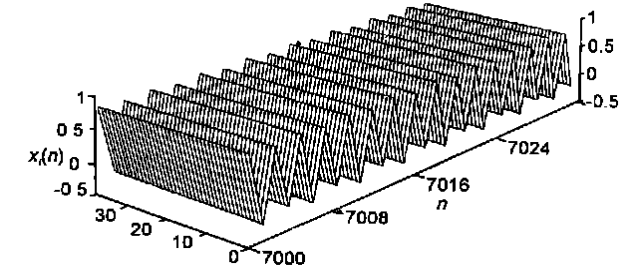


图 2 时间 4R 空间不动点的控制结果

Fig. 2 The control result of period-4 in time and fixed point in space. System parameter  $X=0.3, a=1.9$ ; Control parameter  $T_{00} = 0.7, T_{01} = T_{0-1} = T_{10} = T_{20} = 0.05, T_{11} = T_{1-1} = 0.025, T_{21} = T_{2-1} = 0.02, T_{30} = 0.005, T_{31} = T_{3-1} = 0.0025$ .

3 结语

上述模拟结果充分显示了本文提出的时空混沌控制方法的正确性和有效性, 注意到在控制参数  $T_{qj}$  的选择中, 要满足约束条件  $\sum T_{qj} \leq 1$  用归纳法很容易证明, 若原系统的变量值  $x_k(i)$  在  $[x_{min}, x_{max}]$  之内, 则

(下转第 195 页 Continue on page 195)

考虑不同信噪比 SNR的重要抽样误码率的精度和计算效率增益, 误码率估计量的精确度为

$$Acc = \frac{Var^*(\hat{d}^*)}{\hat{d}} \times 100\%$$

$$计算效率增益定义为 nm_{MC} = \frac{L_{MC}}{L}$$

其中  $L_{MC}$  和  $L$  分别表示为获得估计值  $\hat{d}$  所需的蒙特卡罗仿真试验次数和重要抽样仿真试验次数。当  $E_b/N_0$  为 10 dB 时误码率  $\hat{d}$  为  $7.96 \times 10^{-6}$ , 精确度为 0.51%, 计算增益为  $1.12 \times 10^5$  可见所给的条件均值平移的重要抽样方案的计算增益是巨大的。

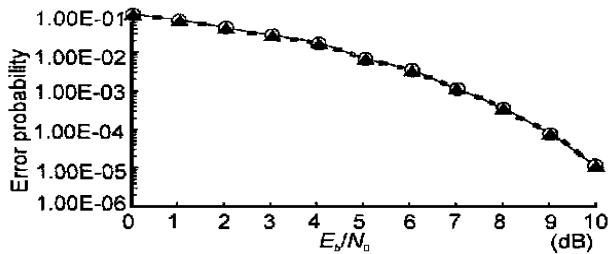


图3 异步 DS/CDMA 通信系统用户个数为 3 且有远近效应时的误码率

Fig. 3 The BER is calculated in the situation which there are three users and exists near-far effect in an asynchronous DS/CDMA system  
—○— 蒙特卡罗 Monte-Carb; ■ ▲ ■ 重要抽样 Importance sampling.

蒙特卡罗仿真一方面由于它应用上的普遍性和易于实现, 另一方面由于它具有较高的精确度和可信

度, 受到广泛的重视。然而, 对于低误码率的系统, 蒙特卡罗仿真就不可取了。重要抽样仿真由于它对信道噪声作了加权处理, 使得误码出现的频率大大增加, 是一种快速仿真方法

### 参考文献

- 1 维特比 A J 著, 李世鹤等译. CDMA 扩频通信原理. 北京: 人民邮电出版社, 1997.
- 2 Jeruchim M C, Balaban P, Shanmugan K S. Simulation of communication system. New York, Plenum, 1992.
- 3 Holtzman J M. A simple accurate method to calculate spread spectrum multiple access error probabilities. IEEE Trans Commun, 1992, 40 461~ 464.
- 4 Lataief K B. Efficient evaluation of the error probabilities of spread spectrum multiple access communications. IEEE Tran Commun, 1997, 45 239~ 246.
- 5 Shanmugan K S, Balaban P. A modified Monte-Carlo simulation technique for the evaluation of error rate in digital communication systems. IEEE Tran Commun, 1980, 28 1910~ 1924.
- 6 Smith P J, Shafi M, Gao H. Quick simulation: A review of importance sampling techniques in communication systems. IEEE J Select Areas Commun, 1997, 15 597~ 613.
- 7 Lu D, Yao K. Improved sampling technique for efficient simulation of digital communication systems. IEEE J Select Areas Commun, 1988, Sac-6 67~ 75.

(责任编辑: 黎贞崇)

(上接第 19 页 Continue from page 191)

受控后的变量值  $x'_k(i)$  仍在  $[x_{min}, x_{max}]$  之内, 控制得到的周期轨道是原系统的内部轨道。若取  $\sum T_{qj} < 1$ , 控制后的变量  $x'_k(i)$  的值范围要缩小, 但仍能实现稳定的控制, 但所控的结果不是原系统的内部轨道, 而是产生了新的动力学行为。若取  $\sum T_{qj} > 1$ , 则控制后的变量值超过  $[x_{min}, x_{max}]$  范围, 系统的解产生发散。

### 参考文献

- 1 Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. Phys Rev Lett, 1990, 64 1196.
- 2 Gumez J, Matias M A. Control chaos in unidimensional. Phys Lett, 1993, A181 29.
- 3 Xiao Changming, Chen Guangzhi, Liu Zonghua et al.. Controlling an unstable period of the two-dimensional map with three parameters or directing it to targets. Guangxi Sciences, 1996, 3 (1): 16.
- 4 Lima B, Petini M. Taming chaotic dynamics with weak periodic perturbations. Phys Rev, 1990, A41 726.
- 5 Hunt E R. Controlling chaos by feedback of occasional

proportional. Phys Rev Lett, 1991, 67 1953.

- 6 Abad F H, Wang H O, Chen R C. A method of feedback of dynamic system state to control chaos. Physica, 1994, D570 154.
- 7 Sinha S, Biswas D. Adaptive dynamics on a chaotic lattice. Phys Rev Lett, 1993, 71 2010.
- 8 Fang Jinqing. Control and synchronization of chaos in nonlinear systems and prospects for application. Prog. in Phys (in Chinese), 1996, 16.
- 9 Fang Jinqing. Nonlinear feedback control of spatiotemporal chaos in coupled map lattices. Discrete Dynamics in Nature and Society, 1998, 1 283.
- 10 Auerbach D. Controlling extended system of chaotic elements. Phys Rev Lett, 1994, 72 1184.
- 11 Hu G, He K F. Controlling chaos in system described by partial differential equation. Phys Rev Lett, 1993, 71 3794.
- 12 Kaneko K. Pattern dynamics in spatiotemporal chaos pattern selectim, diffusion of defect and Pattern competition intermittency. Physica, 1989, 34D 1.

(责任编辑: 黎贞崇)