DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.2000.04.002
广西科学 Guangxi Sciences 2000, 7 (4): 246~ 248, 253

一种引入正交小波的线性自适应均衡算法*

A Linear Adaptive Equalization Algorithem with Orthonormal Wavelet

陈跃波　　方惠均
Chen Yuebo　　Fang Huijun

(桂林电子工业学院电子与信息系　桂林市金鸡路 1号　541004)
(Dept. of Communications and Information Engineering, Guilin Institute of Electronic Technology, 1 Jinjilu, Guilin, Guangxi, 541004, China)

摘要　将小波引入自适应均衡,解决了将小波用于自适应均衡时如何建立模型、如何确定参数的问题。利用离散时间多分辨分析的思想,将这种用小波来表示均衡器的方法推广到由滤波器组迭代构造的具有紧支集的小波。在此基础上,给出了基于正交小波的自适应均衡器 WBLE的结构和算法。

关键词　均衡器　正交小波　自适应均衡算法　码间串扰　自适应滤波
中图法分类号　TN 911

Abstract　The wavelet is introduced into the adaptive equalization for getting the structure of the wavelet based equalizer and the principle to determine the parameters of the wavelet based equalizer. Based on the discrete time multiresolution analysis, we develop the method to the finite length orthonormal wavelet which is constructed by the filter bank. The orthonormal wavelet based adaptive equalization algorithm (WBLE) is proposed.

Key words　equalizer, orthonormal wavelet, adaptive equalization algorithms, intersymbol interference, adaptive filtering

影响使用 LMS算法的 LE收敛速度的主要因素是均衡器输入自相关矩阵的最大、最小特征值[1,2]。令 $Z=\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$,其中 λ_{max} 和 λ_{min} 分别为输入自相关矩阵的最大、最小特征值,Z表示了自相关矩阵特征的分散程度。当信道的频率响应出现凹点时,Z变大,从而使收敛速度变慢[3,4]。在均衡中引入小波分析的方法,则能够有效克服这一缺点。小波具有良好的时频特性,且在很多情况下能够使输入的自相关矩阵接近对角阵,采用 Mallat提出的分解算法计算量较小等等[5]。这使其在自适应均衡中有着广泛的应用前景。本文研究如何将小波理论引入均衡器的设计,如何确定均衡器参数等问题。

1　引入正交小波的线性均衡器结构

根据小波理论,当均衡器 c为有限冲击响应滤波器时,可由一组小波及尺度函数来表示。由于均衡器 c的冲击响应是离散值,将 Mallat的塔型分解与重构算法公式[6]中的连续时间 t采样用离散时间 n代替。考虑到实际信号的分辨率(或尺度)为 1,得到在有限尺度下,均衡器 c的表示:

$$c(n)=\sum_{j=1}^{j}\sum_{k=0}^{k_j} w_{jk}\cdot\psi_{jk}(n)+\sum_{k} v_{jk}\cdot\varphi_{jk}(n), \qquad (1)$$

其中 $n=0,1,\cdots,n-1$,n为均衡器长度,j为最大阶数,2^{-j}是最小尺度(最低分辨率)。均衡器的权系数 w_{jk}和 v_{jk}是均衡器的冲击响应 $c(n)$分别与小波函数及尺度函数求内积得到[6]。设 c的长度为有限,则小波系数 w_{jk}的个数也为有限。k_j表示 c在尺度 2^{-j}下的最大平移,v_{jk}表示在 R度 2^{-j}下,c的近似部分。φ_{jk}是尺度为 2^{-j}的尺度函数,v_{jk}为对应的系数。

(1)式为用一组小波函数及尺度函数表示的均衡器 c的表达式,可用这一表达式推出均衡器结构。根据均衡器的输出 $y(n)$由均衡器输入 $x(n)$与均衡器 c卷积,得

$$y(n)=\sum_i c_i\cdot x(n-i)=\sum_i x(n-i)\Big[\sum_j\sum_k w_{jk}\cdot\psi_{jk}(i)+\sum_k v_{jk}\cdot\varphi_{jk}(i)\Big]=\sum_j\sum_k w_{jk}\Big[\sum_i x(n-i)\cdot\psi_{jk}(i)\Big]+\sum_k v_{jk}\Big[\sum_i x(n-i)\cdot\varphi_{jk}(i)\Big]$$

$$=\sum_j\sum_k w_{jk}\cdot r_{jk}(n)+\sum_k v_{jk}\cdot s_{jk}(n), \qquad (2)$$

其中,

2000-08-11收稿。
* 电科院预研基金资助(J94.01.13)。

$$r_{jk}(n)=\sum_i x(n-i)\psi_{jk}(i), \quad (3)$$

$$s_{jk}(n)=\sum_i x(n-i)\phi_{jk}(i), \quad (4)$$

从(3)式到(4)式可知,对每个输出 $y(n)$,需要计算输入 $x(n)$ 与每个小波函数 $\psi_{jk}(n)$ 及尺度函数 $\phi_{jk}(n)$ 的卷积,这个计算量是很大的。注意到小波函数 $\psi_{jk}(n)$ 是由小波基 $\psi_{jk}(n)$ 经过二进制的平移得到,即:

$$\psi_{jk}(n)=\psi_{j0}(n-2^jk),$$

$$\phi_{jk}(n)=\phi_{j0}(n-2^jk), \quad (5)$$

代入(3),得:

$$r_{jk}(n)=\sum_i x(n-i)\psi_{jk}(i)=\sum_i x(n-i)\psi_{j0}(i-2^jk)=r_{j0}(n-2^jk), \quad (6)$$

即 $r_{jk}(n)$ 可由 $r_{j0}(n)$ 经过 2^jk 延时而得到。同理可得

$$s_{jk}(n)=s_{j0}(n-2^jk). \quad (7)$$

在每个尺度下,$x(n)$ 只与相应小波函数和尺度函数做一次卷积即可。即得引入正交小波的线性均衡器结构(图 1)。

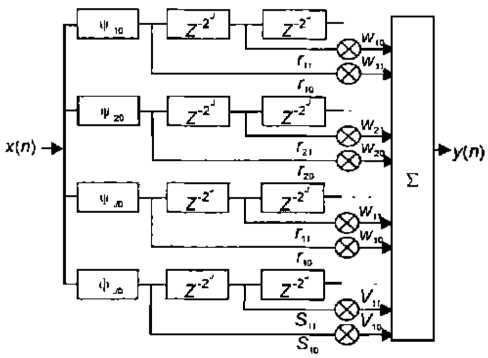


图 1 WBLE的结构

Fig. 1 The structure of WBLE

2 基于离散小波的 WBLE

在离散时间域具有有限冲激响应的均衡器 c 可由离散小波及尺度序列来表示:

$$c(n)=\sum_{j=1}^{J}\left[\sum_k w_{jk}h^j(n-2^jk)+\sum_k v_{jk}g^j(n-2^jk)\right], \quad (8)$$

其中,J,w_{jk},v_{jk},h^j、g^j 的定义见文献[6]。则均衡器的输出为:

$$y(n)=\sum_J\left[\sum_k w_{jk}[h^j(n-2^jk-i)x(i)]_k\right]+\sum v_{jk}[g^j(n-2^jk-i)x(i)]=\sum_j\sum_k w_{jk}r_{jk}(n)+\sum v_{jk}s_{jk}(n). \quad (9)$$

定义

$$r_{jk}(n)=\sum_i x(i)h^j(n-2^jk-i), \quad (10)$$

$$r_{jk}(n)=\sum_i x(i)g^j(n-2^jk-i), \quad (11)$$

其中,h^j、g^j 可由 h 与 g 迭代得到。如图 2所示。

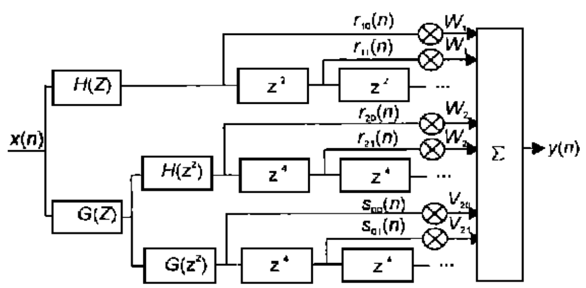


图 2 基于离散 MRA的 WBLE结构

Fig. 2 The structure of WBLE based on discrete MRA

图 2中,$H(z)$ 与 $G(z)$ 为滤波器 h 与 g 的 z 变换,$H(z^2)$ 和 $G(z^2)$ 表示在 $h(n)$ 和 $g(n)$ 的相邻两点间插入 1个 0。

3 WBLE的自适应均衡算法

在最小均方误差准则下,采用 LMS算法[1,7]可以得到 WBLE的未知权系数 w_{jk} 和 v_{jk},WBLE的自适应均衡算法则利用小波函数的特殊性质得到一种求得收敛速度更快的算法。由文献[6,8]可知,在尺度 2^{-j} 下的小波 h^j,相当于一个带宽为 2^{-j} 的带通滤波器,不同尺度下所对应的滤波器的频谱之间只有少量交叠部分,因此当输入 $x(n)$ 与小波函数及尺度函数卷积时,在不同尺度下的 r_{jk} 相关性是很小的[5]。对同一尺度的 2^{-j},当 h^j 较短时,对不同的平移 k,$r_{jk}(n)$ 相关很小。因此,我们可以对 $r_{jk}(n)$ 的能量规一,然后用 LMS算法调整权系数。

$$e(n)=d(n)-y(n), \quad (12)$$

$$w_{jk}(n+1)=w_{jk}(n)+\mu\cdot\frac{1}{\sigma_{jk}^2(n)}e(n)\cdot r_{jk}^*(n), \quad (13)$$

$$\hat\sigma_{jk}^2(n+1)=\beta\hat\sigma_{jk}^2(n)+(1-\beta)|r_{jk}(n)|^2, \quad (14)$$

式中,$\hat\sigma_{jk}^2(n)$ 表示 $r_{jk}(n)$ 的平均功率估计值,它可由(9)递推得到,其中,β 为一常数,$0<\beta<1$。同理对 v_{jk} 有

$$v_{Jk}(n+1)=v_{Jk}(n)+\mu\cdot\frac{1}{\sigma_{J+1,k}^2(n)}e(n)\cdot s_{jk}^*(n), \quad (15)$$

$$\hat\sigma_{J+1,k}^2(n+1)=\beta\cdot\hat\sigma_{J+1,k}^2(n)+(1-\beta)|s_{Jk}(n)|^2, \quad (16)$$

由于在相同 j 下,$s_{jk}(n)$ 的平均功率近似相等,因此,(9)式和(10)式的计算可以只对不同的 j 进行,

$$\hat\sigma_j^2(n+1)=\beta\cdot\hat\sigma_j^2(n)+(1-\beta)\cdot|r_{j0}(n)|^2,\quad j=1,2,\cdots,J, \quad (17)$$

$$\hat\sigma_{J+1}^2(n+1)=\beta\cdot\hat\sigma_{J+1}^2(n)+(1-\beta)|S_{J0}(n)|^2, \quad (18)$$

公式(12)~(18)就是引入正交小波的线性自适应均

衡算法。将这一过程归纳如下:

1) 由公式 (10) 计算输入 $x(n)$ 与小波函数 h^j 的卷积 $r_{j0}(n)$ $j=1,2,\cdots,J$,由公式 (11) 计算输入 $x(n)$ 与尺度函数 g^j 的卷积 $S_{j0}(n)$;

2) 将 $r_{j0}(n)$ 延时 $2^j k$ 得到 $r_{jk}(n)$,将 $s_{j0}(n)$ 延时 $2^j k$ 得到 $s_{jk}(n)$;

3) 由公式 (9) 计算均衡器输出 $y(n)$;

4) 由公式 (13) 来调整权系数 W_{jk} 与 v_{jk};

5) 由公式 (14) ~ (15) 估计不同尺度下的功率。

4 计算机模拟

模拟实验采用如图 3的系统。均衡器的收敛性能由均方误差 (简称 MSE) 与迭代次数的曲线表示。

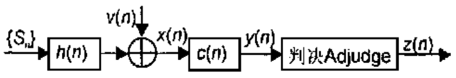


图 3 等效基带离散信道模型

Fig. 3 The disperse channel model for the equivalent baseband

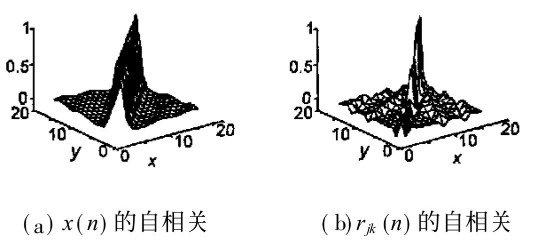
实验中的信道形式为:

$$H_1(z)=0.3487+0.87z^{-1}+0.3487z^{-2}.$$

输入为 PSK信号,信噪比 SNR= 20 dB,输入信号的 Z= 81 在实验中,WBLE选用第二种结构,h和 g 采用 Darbichies的长度为 4的滤波器,简记为 WBLE($D4$)。阶数 $J=2$, $N=16$,收敛因子 T取 0.01 和 0.02

图 4给出 $r_{jk}(n)$ 的自相关矩阵的形式,同时给出了 $x(n)$ 的自相关矩 Rx (图 4a)。从图 4可知,$r_{jk}(n)$ 的自相关矩阵的主要能量集中在对角元素附近,离对角线远的元素值迅速下降,下降速度也比 Rx 快得多。可见 $r_{jk}(n)$ 的相关性比 $x(n)$ 间的相关性变小了。

图 5给出了 WBLE的收敛曲线, 曲线上每个点都是采用蒙特卡罗算法, 经过 30次平均得到的。在图 5中我们还给出了 LE的收敛曲线, 其中 LE的 N 为 16, u的取值为 0.01和 0.02 从图 5中可以看到,由于信道特性较差,使得输入 $x(n)$ 的 Z值较大, 此时 WBLE收敛速度则比 LE快得多。



(a) $x(n)$ 的自相关　　(b) $r_{jk}(n)$ 的自相关

(a) The self-correlation of $x(n)$　　(b) The self-correlation of $r_{jk}(n)$

图 4 输入信号的自相关矩阵

Fig. 4 The self-correlation matrix of the input signal

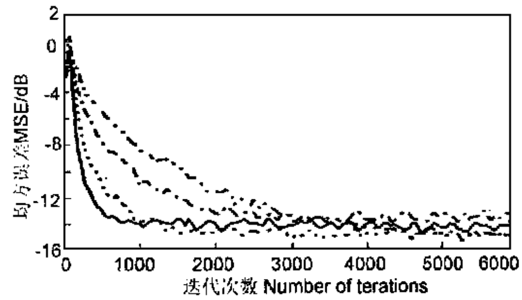


图 5 WBLE和 LE的收敛曲线 N16; 2PSK信号; SNR = 20dB

Fig. 5 The convergence curve of WBLE and N16; 2PSK Signal; SNR= 20dB

图 6是 WBLE和 LE的均衡器系数的值,实验表明, 采用小波来表示均衡器时, 大多情况下, 只需很少系数即可较准确表示均衡器,从而可以进一步减少计算量。图 7给出了 WBLE与信道的联合冲击响应, 并同时给出了 LE与信道的联合冲击响应。从图 7中可以看出, WBLE与信道的冲激响应与 LE与信道的冲击响应很接近, 表明其均衡效果也十分类似。

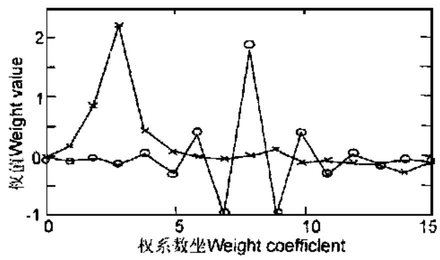


图 6 均衡器的权系数

Fig. 6 The power coefficient of the equalier

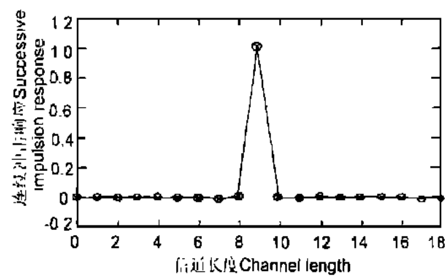


图 7 均衡器与信道的联合冲击响应

Fig. 7 The unite impulsion response of the equalier and channel

5 结语

本文提出了用小波级数来表示均衡器的方法,并推导出了这种基于正交小波的线性均衡器结构。在此基础上, 采用离散时间的多分辨分析的思想, 给出了同滤波器组实现的 WBLE结构, 从而使 WBLE适用于各种小波。通过计算机模拟研究了 WBLE的性能。

(下转第 253页 Continue on page 253)

$1, i+1, \cdots, k\}$ which has the same meaning as $B1$, then $D1 = B1B1^* + zz^T$, where

$$z = (b_{i1}, b_{i,i-1}, b_{i,i+1}, \cdots, b_{ik})^T.$$

And $K_1^2, K_2^2, \cdots, K_{k-1}^2$ are the eigenvalues or $D1$ in increasing order. $K_i \geqslant 0, i = 1, 2, \cdots, k-1$. According to Cauchy interlacing theorem[1], we get

$$W_1^2 \leqslant K_1^2 \leqslant \cdots \leqslant K_{k-1}^2 \leqslant W_k^2$$

or

$$W_1 \leqslant K_1 \leqslant \cdots \leqslant K_{k-1} \leqslant W_k.$$

On the other hand, let the eigenvalues of $B1B1^*$ be θ_1^2, $\theta_2^2, \cdots, \theta_{k-1}^2$ in increasing order, where $\theta_i \geqslant 0, i = 1, 2, \cdots, k-1$. According to Theorem 2, we get

$$\theta_1^2 \leqslant K_1^2 \leqslant \theta_2^2 \leqslant \cdots \leqslant \theta_{k-1}^2 \leqslant K_{k-1}^2$$

or

$$\theta_1 \leqslant K_1 \leqslant \theta_2 \leqslant \cdots \leqslant \theta_{k-1} \leqslant K_{k-1}.$$

Remark 1 For convenience we call the conclusion of Theorem to be generalized interlacing theorem. Furthermore, these inequalities can not be combined into one. For example,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, A1 = [0],$$

where $W_1 = W_2 = 1, \theta_1 = 0$.

That is, it can not be showed that they are in an inequality as Cauchy interlacing theorem, but they can be described as generalized interlacing theorem.

Now let us use the result in Theorem 3 to get the following result.

Theorem 3 Let $B \in R^{k \times k}$ and B be normal and the submatrix $B1$, which is obtained by deleting some row and the same column of B, is normal. $\{\lambda_i\}_{i=1}^n$ are the eigenvalues of B in modulus increasing order and $\{\mu_i\}_{i=1}^{n-1}$ are the eigenvalues of $B1$ in modulus increasing order. Then there exists the sequence of nonnegative real numbers $\{K_i\}_{i=1}^{k-1}$ which satisfies

$$|\lambda_1| \leqslant K_1 \leqslant |\lambda_2| \leqslant \cdots \leqslant |\lambda_{n-1}| \leqslant K_{n-1} \leqslant |\lambda_n|$$

and

$$|\mu_1| \leqslant K_1 \leqslant |\mu_2| \leqslant \cdots \leqslant |\mu_{n-1}| \leqslant K_{n-1}.$$

Proof Since that the modulus of the eigenvalues are just the singular values, we can get the conclusion according to Theorem 3.

Apparently, the theorem fits to Hermitian and skew-Hermitian matrixes. And the normal matrix plays an important role not only in economics but also in physics.

References

1 Horn R A, Johnson C R. Matrix Analysis, Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

2 Wilkson J H. The algebric eigenvalue problem. Oxford: Oxford University Press, 1965.

3 Friedland S, Nabben R. On the second real eigenvalue of nonnegative and Z-matrix. Linear Algebra Appl, 1997, 255: 301~313.

4 Gohberg I, Lancaster P, Rodman L. Matrices and indefinite scalar products. Birkhauser-Verlag, Boston, 1983.

(责任编辑: 蒋汉明)

(上接第248页 Continue from page 248)

实验表明，WBLE具有很多优点，采用WBLE结构后，输入自相关矩阵很接近一个对角阵，通过能量规一化，可以使WBLE的收敛速度比传统的LE快很多，而误码性能则与LE相同. 当信道特性发生变化时，WBLE能够迅速跟踪这一变化. 在很多情况下WBLE的权系数中只有少数具有较大的能量，而其它系数能量则小得多.

参考文献

1 Cowan C F N, Grant P M. Adaptive filters. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, NJ, 1985.

2 Treichler J R, Fijalkow I, Johnson C R. Fractionally spaced equalizers. IEEE SP Mag, 1996, 65~81.

3 Qureshi S U H. Adaptive equalization. Proceedings of IEEE, 1985, 73 (9): 1349~1387.

4 Proakis J G. Digital communication. 3nd Ed., New York: McGraw-Hill, 1995.

5 Shensa M. Wedding the A trous and mallt algorithms. IEEE Trans SP, 1992, 40: 2464~2482.

6 Olivier Rioal. A discrece-time multiresolution theory. IEEE Trans SP, 1996 (8): 63~67.

7 Mueller K H, Spaulding D A. Cyclic equalization—— a new rapidly converging equalization technique for synchronous data communication. BSTJ, 1975, 54: 479~406.

8 Daubichies I. Ten lectures on wavelets. Philadelphia: CBMS-NSF, SIAM, 1992, (61).

9 Tsatanis M K, Giannakis B B. Time-varying system identification and model validation using wavelets. IEEE Trans SP, 1993, 41 (12): 3512~3523.

(责任编辑: 黎贞崇)