

# 元胞自动机双车道模型耦合效应研究\*

## Inter-lane Coupling Effect of a Two-lane Cellular Automaton Model

杨青勇 谭惠丽\*\* 孔令江\*\* 刘慕仁\*\*  
Yang Qingyong Tan Huili Kong Lingjiang Liu Muren

(南宁地区教育学院物理系 南宁市北湖路 57 号 530001)

(Dept. of Physics, Nanning Prefecture Educational College, 57 Beihulu, Nanning, Guangxi, 530001, China)

**摘要** 将元胞自动机的演化与交通规则相联系,建立元胞自动机交通流模型,研究由快慢双车道组成的交通系统当两车道的车辆密度不对称时所引起的系统交通流特性的变化.计算机数值模拟结果表明:在不同的初密度分布条件下,双车道模型早现出无耦合的自由运动相、有耦合的自由运动相、有耦合的两道各为局部阻塞相与畅通相的混合相以及无耦合的局部阻塞相等各种自组织行为.

**关键词** 元胞自动机 交通流模型 耦合效应

**中图分类号** TB126

**Abstract** The character of the traffic system which composes of fast-lane and slow-lane is investigated using a model for cellular automation traffic flow in terms of the combination of the evolvement of cellular automation and traffic regulations. The computer simulation indicates that the following self-organization phenomena, which are non-coupled and coupled free motions, traffic jam and non-traffic jam in the part of each lane of the coupled two-lane and traffic jam in the part of the non-coupled two-lane, would take place in the two-lane traffic model when initial densities are different.

**Key words** cellular automaton, traffic flow model, coupling effect

建立对实际交通有指导意义的完善的交通流理论是当今跨学科的研究热点之一.元胞自动机(Cellular automata,简称CA)是一种时间、空间、变量均离散的数学模型,具有算法简单,并行性完全和计算效率高等特点,是探索和研究交通流这类复杂现象的有效手段和工具.将元胞自动机应用于研究交通流,主要是将CA的演化与交通规则相联系,建立CA交通流模型,通过计算机数值模拟,研究特定条件下的交通流性质.国外学者先后提出了用于模拟高速公路或城市环城路的CA184号规则的模型<sup>[1]</sup>、NS模型<sup>[2]</sup>、FI模型<sup>[3]</sup>等交通流的基础模型,国内学者对以上模型也进行了较为深入的研究,并在此基础上提出了许多更接近实际的单车道CA交通流模型,取得了有价值的研究成果<sup>[4~11]</sup>.

在实际的交通系统中,道路由多条车道组成,道

路上的车辆按一定的规则在本车道上行驶,但也可以根据某种需求在条件许可的情况下进行转道.车辆在不同的车道间转入转出可视为一种耦合,在研究由多条车道组成的交通系统时,需要研究这种耦合所带来的交通系统的交通流特性的变化,即研究车道耦合效应.谭惠丽的论文(谭惠丽,孔令江,刘慕仁.元胞自动机交通流模型中的车道耦合效应.计算物理学会第五届年会学术交流论文,2002.)通过建立2个双车道模型,研究了车道转入转出概率的不对称、密度的不对称和速度的不对称3种情况下的交通流性质.本文在此基础上进一步研究由快慢双车道组成的交通系统当两车道的车辆密度不对称时所引起的交通系统特性的变化.计算机数值模拟结果表明,在不同的初密度分布条件下,双车道模型呈现出无耦合的自由运动相、有耦合的自由运动相、有耦合的两道各为局部阻塞相与畅通相的混合相以及无耦合的局部阻塞相等各种自组织行为.

### 1 双车道模型及其演化方程

与单车道模型相比,多车道模型主要是增加了车

2002-07-08 收稿,2002-09-16 修回.

\* 国家自然科学基金资助项目(10062001);广西自然科学基金资助项目(0007017);教育部“高等学校骨干教师资助计划”课题.

\*\* 广西师范大学物理与电子科学系 桂林市育才路3号 541004 (Dept. of Physics and Electronic Science, Guangxi Normal Univ., 3 Yucailu, Guilin, Guangxi, 541004, China).

辆的转道规则. 不同的模型有不同的转道规则. 制定任何转道规则都必须同时考虑两个方面: 一是转道的需求, 二是转道的安全性. 本文模型的转道规则是在保证安全性的前提下侧重于考虑可移动性, 即在安全性许可的条件下, 受堵的车辆以一定概率由快车道转到慢车道或由慢车道转到快车道.

设有长度为  $L$  的 2 条车道都被均分成  $L$  个格点, 每个格点或为空, 或为一辆车占据. 其中一道上的车辆在时间从  $t$  时刻到  $t+1$  时刻变化时, 视  $t$  时刻前方格点是否为空而决定是否前移 2 格、1 格或不动, 即该车道上的车速允许有 2、1、0 三种, 而另一车道上只允许有 1、0 两种车速. 因此, 称之为 (01/012) 双车道模型. 该模型的演化、转道规则设定为: 若慢车道格点  $i$  上有车, 而格点  $i+1$  为空, 则该车可前移到格点  $i+1$  上, 否则在慢车道不动, 但如果快车道格点  $i+1$  为空且其后 2 格为 0, 前一格点也为空, 则以概率  $P_{out1}$  转到快车道格点  $i+1$  上; 快车道格点  $i$  上的车, 如果前方紧邻 2 个格点都为空, 则前移 2 个格点, 如果只有格点  $i+1$  为空, 则只移动一个格点, 否则在快车道不动, 但如果慢车道格点  $i+1$  为空, 且其前后一格点都为空, 则该车以概率  $P_{out2}$  转到慢车道格点  $i+1$  上. 用布尔变量  $e_i^t(S_i^t)$ 、 $e_i^{t+1}(S_i^{t+1})$  分别表示慢(快)车道第  $i$  格点  $t$ 、 $t+1$  时刻的占领状态, 布尔变量等于 1 表示格点上有车, 等于 0 表示格点为空;  $\mu_1^{out}(\delta_1^n)$ 、 $\mu_2^{out}(\delta_2^n)$  分别是慢、快车道转出(转入)概率布尔变量,  $\mu_1^{out}(\delta_1^n)$ 、 $\mu_2^{out}(\delta_2^n)$  为 1 的概率分别为  $P_{out1}$  ( $P_{in1}$ )、 $P_{out2}$  ( $P_{in2}$ ); 用带横杠的量表示补布尔变量. 则 (01/012) 双车道模型的演化方程如下.

慢车道的演化方程:

$$e_i^{t+1} = e_{i-1}^t \bar{e}_i^t + e_i^t e_{i+1}^t [S_{i+1}^t + S_i^t \bar{S}_{i+1}^t + S_{i-1}^t \bar{S}_i^t \bar{S}_{i+1}^t + \bar{S}_{i-1}^t \bar{S}_i^t \bar{S}_{i+1}^t S_{i+1}^t + \bar{S}_{i-1}^t \bar{S}_i^t \bar{S}_{i+1}^t \bar{S}_{i+2}^t \bar{S}_{i+3}^t \mu_1^{out}] + \bar{e}_{i-1}^t \bar{e}_i^t \bar{e}_{i+1}^t S_{i-1}^t S_i^t \delta_1^n;$$

快车道的演化方程:

$$S_i^{t+1} = S_{i-1}^t \bar{S}_i^t S_{i+1}^t + S_{i-2}^t \bar{S}_{i-1}^t \bar{S}_i^t + S_i^t S_{i+1}^t [e_{i+1}^t + e_i^t \bar{e}_{i+1}^t + \bar{e}_i^t \bar{e}_{i+1}^t e_{i+2}^t + \bar{e}_i^t \bar{e}_{i+1}^t \bar{e}_{i+2}^t \mu_2^{out}] + \bar{S}_{i-2}^t \bar{S}_{i-1}^t \bar{S}_i^t \bar{S}_{i+1}^t e_{i-1}^t \delta_2^n.$$

## 2 计算机数值模拟及讨论

设双车道交通系统的总车辆数为  $N$ , 系统车辆密度为  $\rho = \frac{N}{2L}$ ,  $t$  时刻的平均速度为  $\bar{v}_t = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^2 k \cdot N_k$ , 其中  $N_k$  是  $t$  时刻具有速度为  $k$  的车辆数, 则总交通流量定义为  $J_t = \rho \bar{v}_t$ . 初始时刻慢车道车辆密度为  $\rho_{01}$ , 快车道车辆密度为  $\rho_{02}$ , 则  $\rho = \frac{\rho_{01} + \rho_{02}}{2}$ , 两道初密度

比  $a = \frac{\rho_{01}}{\rho_{02}}$  反映了系统初态时两车道车辆密度分布的不对称性. 本文讨论快车道初密度大于慢车道初密度 (即  $a \leq 1$ ) 的双车道模型的交通流性质, 为与谭惠丽的论文(谭惠丽, 孔令江, 刘慕仁. 元胞自动机交通流模型中的车道耦合效应. 计算物理学会第五届年会学术交流论文, 2002.) 讨论慢车道初密度大于快车道初密度的结果进行比较, 我们取不同的  $a$  值进行计算机数值模拟. 两车道上的车辆可以根据规则进行转道, 车辆在车道间的转入转出就体现了车道的耦合效应. 模拟时, 系统  $L = 2000$ , 采用周期性边界条件, 而  $P_{out1} = P_{in2} = P_{out2} = P_{in1} = 1$ . 每个样本演化总时步为 40 000 步, 取后 10 000 步的数值模拟结果作时间平均, 取 20 个样本作系综平均, 以消除初始随机分布的影响. 结果如图 1~2 所示, 图中横坐标 ( $\rho_{02}$ ) 表示快车道初密度, 则慢车道的初密度  $\rho_{01} = a\rho_{02}$ , 纵坐标表示系统从初态演化到稳定终态各量(除  $\rho_{01}$  外) 的统计平均值. 两图显示了在初密度分布确定的情况下终态各量的值.  $\rho_1$ 、 $\rho_2$  分别表示系统稳定终态慢、快车道上车辆的平均密度,  $v_1$ 、 $v_2$  分别表示系统稳定终态慢、快车道上车辆的平均速度.  $J$  是双车道系统稳定终态的总交通流量,  $J_1$ 、 $J_2$  分别为慢、快车道稳定终态的流量.

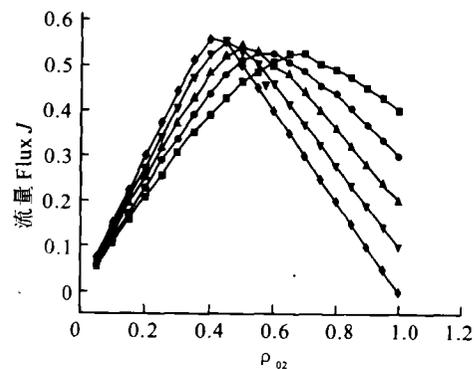


图 1  $P_{out1} = P_{out2} = 1$ , 取不同的  $a$  值时双车道模型的总流量随  $\rho_{02}$  的变化

Fig. 1 Flux change of the two-lane system with the increase of  $\rho_{02}$  at different  $a$  when  $P_{out1} = P_{out2} = 1$

—■—:  $a = 0.2$ ; —●—:  $a = 0.4$ ; —▲—:  $a = 0.6$ ;  
—▼—:  $a = 0.8$ ; —◆—:  $a = 1.0$ .

图 1 是取不同的  $a$  值时双车道模型的总流量随快车道初密度分布的变化情况. 由图 1 可以看出, 对不同的  $a$  值, 随着密度的增大, 都存在一个最大流量值 (约为 0.55), 分别对应于不同的初密度分布, 如  $a = 0.2$  时,  $\rho_{02} = 0.7$ ,  $\rho_{01} = a\rho_{02} = 0.14$ ;  $a = 0.6$  时,  $\rho_{02} = 0.5$ ,  $\rho_{01} = 0.3$ ;  $a = 1$  时,  $\rho_{02} = \rho_{01} = 0.4$ , 通过计算可知, 双车道系统达到最大流量时的密度 ( $\rho = \frac{\rho_{01} + \rho_{02}}{2}$ ) 都在 0.4 左右, 接近于慢、快车道的临界密

度  $\rho_{1c} = 0.5, \rho_{2c} = 0.33^{[5,6,10]}$  的平均值 0.415. 可见, 不论两车道上初密度分布如何, 只要使系统密度  $\rho$  保持在 0.4 左右, 最终都能使系统达到最大流量, 我们称此密度为系统的临界密度. 在达到临界密度以前, 系统流量随密度增大而增大, 在超过临界密度后, 系统流量随密度增大而减小, 即系统出现局部堵塞相. 但除  $a = 1$  的情况外, 系统均不出现完全堵塞相. 在谭惠丽的论文(谭惠丽, 孔令江, 刘慕仁. 元胞自动机交通流模型中的车道耦合效应. 计算物理学会第五届年会学术交流论文, 2002.) 中也有类似的性质.

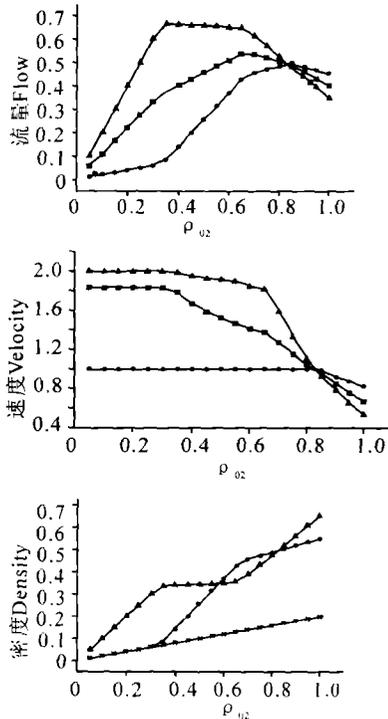


图 2  $P_{out1} = P_{out2} = 1, a = 0.2$  时, 快、慢车道及双车道系统的流量、速度、密度

Fig. 2 Plots of traffic flow, velocity and density of single-lane and two-lane when  $P_{out1} = P_{out2} = 1, a = 0.2$

—■—: 双车道 Two-lane; —●—: 慢车道 Slow-lane; —▲— 快车道 Rapidness-lane; - - - 初始时刻慢车道 Slow-lane of initial time.

当  $a = 0.2$  时, 由图 2 可以看出, 当  $\rho_{02} \leq 0.33$  时, 系统表现为无车道耦合的自由运动相; 当  $0.33 < \rho_{02} \leq 0.7, \rho \leq 0.42$  时, 快车道上的车辆将转移到慢车道上, 使  $\rho_c \approx 0.33$ , 即通过车辆转道在保持快车道畅通的同时使系统流量增大, 其中, 当  $\rho_{02} = 0.7, \rho_{01} = 0.14$  时, 系统的流量最大, 低密度的慢车道对快车道有明显的耦合作用, 系统表现为有车道耦合的畅通相; 当  $0.7 < \rho_{02} \leq 0.83, 0.42 < \rho \leq 0.5$  时, 快车道部分受阻的车辆转移到慢车道上, 体现了慢车道的耦合作用, 但当慢车道的密度增大到其临界密度后, 快车道受阻的车辆将不能再转移到慢车道上, 出现了局部阻塞, 表现了慢车道对快车道的屏蔽作用. 此时, 系统表现为有车道耦合的慢车道畅通而快车道局部阻

塞的混合相; 当  $0.83 < \rho_{02} < 1$ , 平均密度  $\rho > 0.5$  时, 开始时快车道上受堵的车辆转移到慢车道上, 当慢车道的车辆增加到临界密度时, 原则上就不再允许车辆转入, 但是由于此时系统将出现涨落现象而导致慢车道的车辆增加而出现局部阻塞, 此时系统属于有耦合的局部阻塞相. 从图 2 中还可看出, 在  $\rho_{02} \approx 0.8$  时,  $J_1, J_2$  及  $v_1, v_2$  均相交, 这与文献[12]的数值模拟结果有所不同. 这是值得今后进一步探讨的问题.

### 3 小结

以上研究表明: 快慢双车道模型的交通流, 当快慢车道的初密度分布不对称时将产生耦合现象、屏蔽现象和涨落现象等车道耦合效应; 系统将随两车道初始密度分布以及平均密度的不同而呈现出无耦合的自由运动相、有耦合的畅通相、有耦合的畅通—局部阻塞混合相、有耦合的局部阻塞相和无耦合的局部阻塞相等自组织行为.

如何充分发挥交通系统中车道间的耦合分流作用是寻求解决交通瓶颈问题的过程中所面临的课题之一. 对以上模型的研究结果表明, 我们要解决的一个问题是要消除低密度车道对高密度车道的屏蔽作用. 我们将在该模型的基础上通过修改转道规则, 引入产生、消失概率, 建立改进的 CA 双车道模型对此进行研究.

### 参考文献

- 1 Wolfram S. Theory and Applications of Cellular Automata. Singapore: World scientific, 1986.
- 2 Nagel K, Schreckenberg M. A cellular automaton model for freeway traffic. J Phys I(France), 1992, 2: 2221.
- 3 Fukui M, Ishibashi Y. Traffic flow in 1D cellular automaton model including cars moving with high speed. J Phys Soc Japan, 1996, 65: 1868.
- 4 王 雷. 一维交通流元胞自动机模型中自组织临界性及相变行为的研究: [博士学位论文]. 合肥: 中国科学技术大学, 2000.
- 5 汪秉宏, 邝乐琪, 许伯铭. 高速公路交通流元胞自动机模型的统计力学处理. 物理学报, 1998, 47: 906.
- 6 吕晓阳, 刘慕仁, 孔令江. 一维元胞自动机随机交通流模型的理论分析与计算机实验. 物理学报, 1998, 47: 1761.
- 7 李华兵, 陈若航, 刘慕仁等. 车辆从车道进入与转出的一维多速随机交通流模型的研究. 物理学报, 1998, 47: 1769.
- 8 黄丘花, 孔令江, 刘慕仁. 一维元胞自动机随机交通流模型的研究. 物理学报, 2001, 50: 30.
- 9 薛 郁, 董力耘, 戴世强. 一种改进的一维元胞自动机交通流模型及减速概率的影响. 物理学报, 2001, 50: 445~449.
- 10 吕晓阳, 孔令江, 刘慕仁. 一维元胞自动机随机交通流模型的宏观方程分析. 物理学报, 2001, 50: 1255.
- 11 谭惠丽, 刘慕仁, 孔令江. 单速和多速车道元胞自动机交通流模型的研究. 广西师范大学学报(自然科学版), 2002, 20(2): 5~8.

(责任编辑: 黎贞崇)