DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.2003.03.007

具 Holling III类功能反应和放养的食物链扩散系统的周期解

Periodic Solution of Food Chain of the Holling's Type III Function Response and Prey Supplement with Diffusion

刘 琼
Liu Qiong

(钦州师范高等专科学校数学与计算机科学系 广西钦州 535000)
(Dept. of Math. and Comp. Sci., Qinzhou Teacher's College, Qinzhou, Guangxi, 535000, China)

摘要 讨论一类具 Holling III类功能反应和放养的捕食链非自治扩散系统，应用极值原理和不动点定理及 V 函数法，得到该系统的一致持久性以及存在唯一全局渐近稳定周期解的充分条件.

关键词 食物链扩散系统 持续性 周期解 不动点定理 V 函数法
中图法分类号 O175

Abstract A nonautonomous Lotke-Volterra model of Holling's Type III Function response with diffusion is studied. The sufficient conditions for guaranteeing the permanence of the system and the existence and uniqueness of periodic solution having globally asymptotical stability are obtained by using the extremum principle, fixed point theorem and V function methods together.

Key words food chain diffusion system, permanence, periodic solution, fixed-point theorem, V function method

在现实生活中，一般说来，1个种群不可能孤立地存在，它总会由于竞争食物、资源和空间而与其它种群存在着某种形式的相互作用.因而考虑 2个或多个种群的相互作用就显得非常重要.捕食系统是被研究较多的，这方面工作主要是生物种群的持续生存.文献 [1] 讨论了具第II 类功能反应的 3种群自治系统持续生存的条件. 此后，引起了一些学者的关注，发表了一些有关研究成果. 例如，文献 [2] 研究了具第II 类功能性反应的 3种群捕食链周期系统，得到了该系统存在唯一全局渐近稳定正周期解的充分条件. 文献 [3] 研究了具第III类功能性反应的捕食周期系统，给出了系统模型存在唯一严格正的全局渐近稳定的周期解. 但由于环境的变化、人为的干预或外来物的影响，都不同程度地影响着生物的持续生存和绝灭，于是越来越多的现实因素被考虑到研究模型中来. 不论是野生的还是人工饲养的种群，人们常采取扩散和放养 (食饵补充) 来加以保护或控制，特别当捕食者种群类多、密度大或捕食能力强时，常通过补充食饵使种群的数量趋于稳定，以达到生态平衡.

本文研究具 Holling III型功能反应和放养的非自治捕食链扩散系统

$$
\begin{cases}
\dfrac{dx_1}{dt} = x_1[a_{10}(t) - a_{11}(t)x_1] - \dfrac{\mathrm{T}_1(t)x_1^2x_3}{1+\mathrm{U}_1(t)x_1^2} + \\
\qquad D_1(t)[x_2 - x_1] + h_1(t), \\
\dfrac{dx_2}{dt} = x_2[a_{20}(t) - a_{21}(t)x_2] + D_2(t)[x_1 - x_2] + \\
\qquad h_2(t), \\
\dfrac{dx_3}{dt} = x_3[-a_{30}(t) + a_{31}(t)\dfrac{\mathrm{T}_1(t)x_1^2}{1+\mathrm{U}_1(t)x_1^2} - \\
\qquad a_{32}(t)x_3] - \dfrac{\mathrm{T}_2(t)x_3^2x_4}{1+\mathrm{U}_2(t)x_3^2}, \\
\dfrac{dx_4}{dt} = x_4[-a_{40}(t) + a_{41}(t)\dfrac{\mathrm{T}_2(t)x_3^2}{1+\mathrm{U}_2(t)x_3^2} - \\
\qquad a_{42}(t)x_4]. \\
x_i(0) > 0, i = 1, 2, 3, 4
\end{cases}
\tag{1}
$$

的持久性，给出了系统 (1) 持久的充分条件，特别当系统 (1) 是周期系统时，得到了存在唯一的全局渐近稳定的正周期解的条件. 系统 (1) 中 $x_i(t)$ $(i = 1, 2)$，$x_3(t)$，$x_4(t)$ 分别表示 t 时刻种群 X，X_3，X_4 的密度，(其中 X 可在缀块 1和缀块 2间迁移，$x_1(t)$，$x_2(t)$ 分别表示 X 在缀块 1和 2中的密度)；$D_i(t)$ 及 $h_i(t)$ $(i =$

2003-04-02收稿，2003-06-23修回。

1, 2) 分别表示食饵种群在缀块 1或 2中的扩散率及投放率; X_3以 X为食, X_4以 X_3为食;如此相继捕食,形成了一个生物食物链;系统(1)的所有系数和 $h_i(t)$ 均为正的以 ω为周期的连续函数.

考虑到生态意义,我们仅在 $R_+^4\times R_+=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)|\,x_i>0,i=1,2,3,4\}\times[0,+\infty)$上讨论系统(1).

1 一致持久性

显然,由系统(1)的解的表达式知:

引理 1 如果系统(1)的解之初值大于零,则其解也保持大于零,即

$R_+^4=\{x=(x_1,x_2,x_3,x_4)|\,x_i>0,(i=1,2,3,4)\}$为系统(1)的正不变集.

对系统(1)作变换: $x_i(t)=e^{u_i(t)}, i=1,2,3,4$,则(1)变为:

$$\begin{cases}\dfrac{du_1(t)}{dt}=a_{10}(t)-D_1(t)-a_{11}(t)e^{u_i(t)}-\dfrac{\alpha_1(t)e^{u_1(t)+u_3(t)}}{1+\beta_1(t)e^{2u_1(t)}}+D_1(t)e^{u_2(t)-u_1(t)}+h_1(t)e^{-u_1(t)},\\ \dfrac{du_2(t)}{dt}=a_{20}(t)-D_2(t)-a_{21}(t)e^{u_2(t)}+D_2(t)e^{u_1(t)-u_2(t)}+h_2(t)e^{-u_2(t)},\\ \dfrac{du_3(t)}{dt}=-a_{30}(t)+a_{31}(t)\dfrac{\alpha_1(t)e^{2u_1(t)}}{1+\beta_1(t)e^{2u_1(t)}}-a_{32}(t)e^{u_3(t)}-\dfrac{\alpha_2(t)e^{u_3(t)+u_4(t)}}{1+\beta_2(t)e^{2u_3(t)}},\\ \dfrac{du_4(t)}{dt}=-a_{40}(t)+a_{41}(t)\dfrac{\alpha_2(t)e^{2u_3(t)}}{1+\beta_2(t)e^{2u_3(t)}}-a_{42}(t)e^{u_4(t)},\end{cases}\qquad(1^*)$$

由文献[4]选取 $t_i,\xi_i\in[0,\omega](i=1,2,3,4)$,使

$\ln x_i(t_i)=u_i(t_i)=\max\limits_{t\in[0,\omega]}u_i(t)$, $\ln x_i(\xi_i)=u_i(\xi_i)=\min\limits_{t\in[0,\omega]}u_i(t),(i=1,2,3,4)$,

于是有

$$\begin{cases}a_{10}(t_1)-D_1(t_1)-a_{11}(t_1)e^{u_1(t_1)}-\dfrac{\alpha_1(t_1)e^{u_1(t_1)+u_3(t_1)}}{1+\beta_1(t_1)e^{2u_1(t_1)}}+D_1(t_1)e^{u_2(t_1)-u_1(t_1)}+h_1(t_1)e^{-u_1(t_1)}=0, & (2)\\ a_{20}(t_2)-D_2(t_2)-a_{21}(t_2)e^{u_2(t_2)}+D_2(t_2)e^{u_1(t_2)-u_2(t_2)}+h_2(t_2)e^{-u_2(t_2)}=0, & (3)\\ -a_{30}(t_3)+a_{31}(t_3)\dfrac{\alpha_1(t_3)e^{2u_1(t_3)}}{1+\beta_1(t_3)e^{2u_1(t_3)}}-a_{32}(t_3)e^{u_3(t_3)}-\dfrac{\alpha_2(t_3)e^{u_3(t_3)+u_4(t_3)}}{1+\beta_2(t_3)e^{2u_3(t_3)}}=0, & (4)\\ -a_{40}(t_4)+a_{41}(t_4)\dfrac{\alpha_2(t_4)e^{2u_3(t_4)}}{1+\beta_2(t_4)e^{2u_3(t_4)}}-a_{42}(t_4)e^{u_4(t_4)}=0 & (5)\end{cases}$$

与

$$\begin{cases}a_{10}(\xi_1)-D_1(\xi_1)-a_{11}(\xi_1)e^{u_1(\xi_1)}-\dfrac{\alpha_1(\xi_1)e^{u_1(\xi_1)+u_3(\xi_1)}}{1+\beta_1(\xi_1)e^{2u_1(\xi_1)}}+D_1(\xi_1)e^{u_2(\xi_1)-u_1(\xi_1)}+h_1(\xi_1)e^{-u_1(\xi_1)}=0, & (6)\\ a_{20}(\xi_2)-D_2(\xi_2)-a_{21}(\xi_2)e^{u_2(\xi_2)}+D_2(\xi_2)e^{u_1(\xi_2)-u_2(\xi_2)}+h_2(\xi_2)e^{-u_2(\xi_2)}=0, & (7)\\ -a_{30}(\xi_3)+a_{31}(\xi_3)\dfrac{\alpha_1(\xi_3)e^{2u_1(\xi_3)}}{1+\beta_1(\xi_3)e^{2u_1(\xi_3)}}-a_{32}(\xi_3)e^{u_3(\xi_3)}-\dfrac{\alpha_2(\xi_3)e^{u_3(\xi_3)+u_4(\xi_3)}}{1+\beta_2(\xi_3)e^{2u_3(\xi_3)}}=0, & (8)\\ -a_{40}(\xi_4)+a_{41}(\xi_4)\dfrac{\alpha_2(\xi_4)e^{2u_3(\xi_4)}}{1+\beta_2(\xi_4)e^{2u_3(\xi_4)}}-a_{42}(\xi_4)e^{u_4(\xi_4)}=0, & (9)\end{cases}$$

记: $\bar f=\sup\{f(t)\}$, $\underline{f}=\inf\{f(t)\}$,并设

$0<\min\{\underline{a_{ij}},\underline{\alpha_i},\underline{\beta_i},\underline{h_i}\},\max\{\overline{a_{ij}},\overline{\alpha_i},\overline{\beta_i},\overline{h_i}\}<+\infty, i=1,2,3,4, j=0,1,2.$

下面分情形讨论:

情形 **A**

$x_i(t_i)=e^{u_i(t_i)}\leqslant\max\{M_1^*,M_2^*\}:=M_1, i=1,2$;

其中 $M_j^*=\max\limits_{t\in[0,\omega]}\dfrac{a_{j0}(t)+\sqrt{a_{j0}^2(t)+4a_{j1}(t)h_j(t)}}{2a_{j1}(t)}, j=1,2,$ $\qquad(H_1)$

(i) 若 $u_1(t_1)\geqslant u_2(t_2)$,则显然有 $u_1(t_1)\geqslant u_2(t_1)$. 由此及(2)得:

$$a_{11}(t_1)e^{u_1(t_1)}\leqslant a_{10}(t_1)+h_1(t_1)e^{-u_1(t_1)},$$

$$\Rightarrow\quad a_{11}(t_1)e^{2u_1(t_1)}-a_{10}(t_1)e^{u_1(t_1)}-h_1(t_1)\leqslant 0,$$

$$\therefore\ e^{u_1(t_1)}\leqslant\frac{a_{10}(t_1)+\sqrt{a_{10}^2(t_1)+4a_{11}(t_1)h_1(t_1)}}{2a_{11}(t_1)}\leqslant\max_{t\in[0,\omega]}\frac{a_{10}(t)+\sqrt{a_{10}^2(t)+4a_{11}(t)h_1(t)}}{2a_{11}(t)},$$

于是有

$$e^{u_2(t_2)}\leqslant e^{u_1(t_1)}\leqslant\max_{t\in[0,\omega]}\frac{a_{10}(t)+\sqrt{a_{10}^2(t)+4a_{11}(t)h_1(t)}}{2a_{11}(t)},$$

即 $x_2(t_2)\leqslant x_1(t_1)\leqslant\max\limits_{t\in[0,\omega]}\dfrac{a_{10}(t)+\sqrt{a_{10}^2(t)+4a_{11}(t)h_1(t)}}{2a_{11}(t)}.$

(ii) 若 $u_1(t_1)<u_2(t_2)$,则显然有 $u_1(t_2)<u_2(t_2)$. 由此及(3)得

$$a_{21}(t_2)e^{u_2(t_2)}\leqslant a_{20}(t_2)+h_2(t_2)e^{-u_2(t_2)}.$$

同理得 $x_1(t_1)\leqslant x_2(t_2)\leqslant\max\limits_{t\in[0,\omega]}\dfrac{a_{20}(t)+\sqrt{a_{20}^2(t_1)+4a_{21}(t)h_2(t)}}{2a_{21}(t)}.$

情形 **B**

$$x_i(t_i)=e^{u_i(t_i)}<M_i,i=3,4, \qquad (H_2)$$

其中 $M_i=\max\limits_{t\in[0,k]}\dfrac{-a_{j0}+a_{j1}(t)\overline{\left(\frac{T_{j-2}}{U_{j-2}}\right)}}{a_{j2}(t)},j=3,4.$

由(4)有

$$a_{32}(t_3)e^{u_3(t_3)}<-a_{30}(t_3)+\frac{a_{31}(t_3)T_1(t_3)}{U_1(t_3)}$$

$$\Rightarrow e^{u_3(t_3)}<-\frac{a_{30}(t_3)}{a_{32}(t_3)}+\frac{a_{31}(t_3)T_1(t_3)}{a_{32}(t_3)U_1(t_3)}\leqslant$$

$$\max_{t\in[0,k]}\frac{-a_{30}+a_{31}(t)\overline{\left(\frac{T_1}{U_1}\right)}}{a_{32}(t)},$$

$$\therefore x_3(t_3)<\max_{t\in[0,k]}\frac{-a_{30}+a_{31}(t)\overline{\left(\frac{T_1}{U_1}\right)}}{a_{32}(t)}.$$

同理可得 $x_4(t_4)<\max\limits_{t\in[0,k]}\dfrac{-a_{40}+a_{41}(t)\overline{\left(\frac{T_2}{U_2}\right)}}{a_{42}(t)}.$

情形 **C**

$$x_i(f_i)=e^{u_i(f_i)}\geqslant\min\{m_1^*,m_2^*\}=m_1,i=1,2, \qquad (H_3)$$

其中 $m_1^*=$

$$\min_{t\in[0,k]}\frac{a_{10}(t)+\sqrt{a_{10}^2(t)+4a_{11}(t)[h_1(t)-\overline{\left(\frac{T_1}{U_1}\right)}M_3]}}{2a_{11}(t)},$$

$$m_2^*=\underline{\left(\frac{a_{20}}{a_{21}}\right)}.$$

(i) 若 $u_1(f_1)\leqslant u_2(f_2)$,则显然有 $u_1(f_1)\leqslant u_2(f_1)$. 由此及(6)得

$$a_{11}(f_1)e^{u_1(f_1)}\geqslant a_{10}(f_1)-\frac{T_1(f_1)e^{u_1(f_1)+u_3(f_1)}}{1+U_1(f_1)e^{2u_1(f_1)}}+$$

$$h_1(f_1)e^{-u_1(f_1)}\geqslant a_{10}(f_1)-\frac{T_1(f_1)M_3}{U_1(f_1)e^{u_1(f_1)}}+$$

$$h_1(f_1)e^{-u_1(f_1)}$$

$$\Rightarrow a_{11}(f_1)e^{2u_1(f_1)}-a_{10}(f_1)e^{u_1(f_1)}+\overline{\left(\frac{T_1}{U_1}\right)}M_3-$$

$$h_1(f_1)\geqslant 0.$$

$$\therefore e^{u_1(f_1)}\geqslant$$

$$\frac{a_{10}(f_1)+\sqrt{a_{10}^2(f_1)+4a_{11}(f_1)[h_1(f_1)-\overline{\left(\frac{T_1}{U_1}\right)}M_3]}}{2a_{11}(f_1)}\geqslant$$

$$\min_{t\in[0,k]}\frac{a_{10}(t)+\sqrt{a_{10}^2(t)+4a_{11}(t)[h_1(t)-\overline{\left(\frac{T_1}{U_1}\right)}M_3]}}{2a_{11}(t)}.$$

$$\therefore x_2(f_2)\geqslant x_1(f_1)\geqslant$$

$$\min_{t\in[0,k]}\left(a_{10}(t)+\sqrt{a_{10}^2(t)+4a_{11}(t)[h_1(t)-\overline{\left(\frac{T_1}{U_1}\right)}M_3]}\right)/2a_{11}(t).$$

(ii) 若 $u_1(f_1)>u_2(f_2)$,则显然有 $u_1(f_2)>u_2(f_2)$.由此及(7)得

$$a_{21}(f_2)e^{u_2(f_2)}\geqslant a_{20}(f_2)+h_2(f_2)e^{-u_2(f_2)}\geqslant a_{20}(f_2)$$

$$\Rightarrow e^{u_2(f_2)}\geqslant\frac{a_{20}(f_2)}{a_{21}(f_2)}\geqslant\underline{\left(\frac{a_{20}}{a_{21}}\right)}.$$

$$\therefore x_1(f_1)>x_2(f_2)\geqslant\underline{\left(\frac{a_{20}}{a_{21}}\right)}.$$

情形 **D**

$$x_i(f_i)=e^{u_i(f_i)}\geqslant m_i,i=3,4,$$

其中 $m_3=\min\limits_{t\in[0,k]}\dfrac{b_3(t)+\sqrt{b_3^2(t)-4a_{32}(t)\overline{\left(\frac{T_2}{U_2}\right)}M_4}}{2a_{32}(t)},$

$m_4=\min\limits_{t\in[0,k]}\dfrac{b_4(t)}{a_{42}(t)};$

这里 $b_j(t)=a_{j1}(t)\dfrac{T_{j-2}(t)}{\frac{1}{m_{j-1}^2}+U_{j-2}(t)}-a_{j0}(t).$

$$j=3,4, \qquad (H_4)$$

由(8)式有

$$a_{32}(f_3)e^{u_3(f_3)}=-a_{30}(f_3)+a_{31}(f_3)\cdot$$

$$\frac{T_1(f_3)e^{2u_1(f_3)}}{1+U_1(f_3)e^{2u_1(f_3)}}-\frac{T_2(f_3)e^{u_3(f_3)+u_4(f_3)}}{1+U_2(f_3)e^{2u_3(f_3)}}\geqslant b_3(f_3)-$$

$$\frac{T_2(f_3)e^{u_4(f_3)}}{U_2(f_3)e^{u_3(f_3)}}$$

$$\Rightarrow a_{32}(f_3)e^{2u_3(f_3)}-b_3(f_3)e^{u_3(f_3)}+\overline{\left(\frac{T_2}{U_2}\right)}M_4\geqslant 0.$$

$$\therefore e^{u_3(f_3)}\geqslant\frac{b_3(f_3)+\sqrt{b_3^2(f_3)-4a_{32}(f_3)\overline{\left(\frac{T_2}{U_2}\right)}M_4}}{2a_{32}(f_3)}\geqslant$$

$$\min_{t\in[0,k]}\frac{b_3(t)+\sqrt{b_3^2(t)-4a_{32}(t)\overline{\left(\frac{T_2}{U_2}\right)}M_4}}{2a_{32}(t)},$$

即 $x_3(f_3)\geqslant$

$$\min_{t\in[0,k]}\frac{b_3(t)+\sqrt{b_3^2(t)-4a_{32}(t)\overline{\left(\frac{T_2}{U_2}\right)}M_4}}{2a_{32}(t)}.$$

由(9)式有

$$a_{42}(f_4)e^{u_4(f_4)}=-a_{40}(f_4)+a_{41}(f_4)\cdot$$

$$\frac{T_2(f_4)e^{2u_3(f_3)}}{1+U_2(f_4)e^{2u_3(f_4)}}\geqslant b_4(f_4),$$

$$\therefore e^{u_4(f_4)}\geqslant\frac{b_4(f_4)}{a_{42}(f_4)}\geqslant\min_{t\in[0,k]}\frac{b_4(t)}{a_{42}(t)},$$

即 $x_4(f_4)\geqslant\min\limits_{t\in[0,k]}\dfrac{b_4(t)}{a_{42}(t)}.$

于是,我们有:

引理 **2** 设系统(1)满足(H_1)~(H_4),则集合

$$S=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in R_+^4\mid m_i\leqslant x_i\leqslant M_i,i=1,2,3,4\}$$

是系统(1)的最终有界集和正不变集. (其中 $M_1=M_2,m_1=m_2$).

定义 1 若存在紧区域 $S\subset R_+^4$,使得对系统(1)满足正初值的任何解 $x(t)=(x_1(t),x_2(t),x_3(t),x_4(t))$存在 $T\geq 0$使当 $t\geq T$时均有 $x(t)\in S$,则称系统(1)是一致持久的.

由前面的论述,我们可得如下结论:

定理 1 如果系统(1)满足条件(H_1)~(H_4),则系统(1)是一致持久的.

2 周期解的存在唯一性和稳定性

设系统(1)对应初值 $x_0=x(0)=(x_1^0,x_2^0,x_3^0,x_4^0)\in S$的唯一解为 $X(t,x_0)$,$X(t_0,x_0)=x_0$,由上讨论知 R_+^4 是系统(1)的不变集,故可定义 Poincare映射 $A: R_+^4\to R_+^4$,

$$A(x_0)=x(k,x_0),x_0\in R_+^4.$$

易知 A 的不动点对应于系统(1)的周期解.

定理 2 若系统满足条件(H_1)~(H_4),则系统(1)至少存在一个严格正的 k周期解.

证明 由定理 1知,集合 S是有界闭凸集,A映射 S到自身,即 $AS\subset S$,故由解对初值连续依赖性可知,A连续.再由 Brouwer不动点定理知,在 S中映射 A至少存在一个不动点,相应地系统(1)至少存在一个严格正的 k周期解.证毕.

定理 3 设周期系统(1)满足条件(H_1)~(H_4)及

$$\begin{cases}\underline{a}_{11}+\frac{\underline{h}_1}{M_1^2}+\frac{\underline{D}_1 m_2}{M_1^2}+\frac{\overline{T}_1 m_3}{1+\overline{U}_1 M_1^2}>\frac{\overline{D}_2}{m_2}+\\ \quad\frac{2\overline{T}_1\overline{U}_1 M_1^2 M_3}{(1+\underline{U}_1 m_1^2)^2}+\frac{2\overline{a}_{31}\overline{T}_1 M_1}{(1+\underline{U}_1 m_1^2)^2},\\ \underline{a}_{21}+\frac{\underline{h}_2}{M_2^2}+\frac{\underline{D}_2 m_1}{M_2^2}>\frac{\overline{D}_1}{m_1},\\ \underline{a}_{32}+\frac{\underline{T}_2 m_4}{1+\overline{U}_2 M_3^2}>\frac{2\overline{T}_2\overline{U}_2 M_3^2 M_4}{(1+\underline{U}_2 m_3^2)^2}+\frac{\overline{T}_1 M_1}{1+\underline{U}_1 m_1^2}+\\ \quad\frac{2\overline{a}_{41}\overline{T}_2 M_3}{(1+\underline{U}_2 m_3^2)^2},\\ \underline{a}_{42}>\frac{\overline{T}_2 M_3}{1+\underline{U}_2 m_3^2},\end{cases}\qquad (H_5)$$

则系统(1)存在唯一的严格正的周期解,且是全局渐近稳定的.

证明 由定理 2知,系统(1)至少存在一个正周期解 $\tilde{x}(t)=(\tilde{x}_1(t),\tilde{x}_2(t),\tilde{x}_3(t),\tilde{x}_4(t))$;现设 $x(t)=(x_1(t),x_2(t),x_3(t),x_4(t))$是系统(1)具正初值的任一解,易知 $\tilde{x}(t),x(t)\in S,t\geq 0$.

考虑 Liapunov 函数

$$V(t)=\sum_{i=1}^4|\ln x_i(t)-\ln\tilde{x}_i(t)|,$$

沿着系统(1)的轨线计算 $V(t)$的上右导数

$$\begin{aligned}D^+V(t)=&\sum_{i=1}^4\mathrm{sgn}(x_i(t)-\tilde{x}_i(t))\left[\frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)}-\frac{\dot{\tilde{x}}_i(t)}{\tilde{x}_i(t)}\right]\leqslant-\Big[\underline{a}_{11}+\frac{\underline{h}_1}{M_1^2}+\frac{\underline{D}_1 m_2}{M_1^2}+\frac{\overline{T}_1 m_3}{1+\overline{U}_1 M_1^2}-\frac{\overline{D}_2}{m_2}-\\&\frac{2\overline{T}_1\overline{U}_1 M_1^2 M_3}{(1+\underline{U}_1 m_1^2)^2}-\frac{2\overline{a}_{31}\overline{T}_1 M_1}{(1+\underline{U}_1 m_1^2)^2}\Big]|x_1-\tilde{x}_1|-(\underline{a}_{21}+\\&\frac{\underline{h}_2}{M_2^2}+\frac{\underline{D}_2 m_1}{M_2^2}-\frac{\overline{D}_1}{m_1})|x_2-\tilde{x}_2|-(\underline{a}_{42}-\frac{\overline{T}_2 M_3}{1+\underline{U}_2 m_3^2})\cdot\\&|x_4-\tilde{x}_4|-\Big[\underline{a}_{32}+\frac{\underline{T}_2 m_4}{1+\overline{U}_2 M_3^2}-\frac{2\overline{T}_2\overline{U}_2 M_3^2 M_4}{(1+\underline{U}_2 m_3^2)^2}-\\&\frac{\overline{T}_1 M_1}{1+\underline{U}_1 m_1^2}-\frac{2\overline{a}_{41}\overline{T}_2 M_3}{(1+\underline{U}_2 m_3^2)^2}\Big]|x_3-\tilde{x}_3|\leqslant\\&-r\sum_{i=1}^4|x_i(t)-\tilde{x}_i(t)|<0,\end{aligned}$$

这里 $r=\min\{(\underline{a}_{11}+\frac{\underline{h}_1}{M_1^2}+\frac{\underline{D}_1 m_2}{M_1^2}+\frac{\overline{T}_1 m_3}{1+\overline{U}_1 M_1^2}-\frac{\overline{D}_2}{m_2}-\frac{2\overline{T}_1\overline{U}_1 M_1^2 M_3}{(1+\underline{U}_1 m_1^2)^2}-\frac{2\overline{a}_{31}\overline{T}_1 M_1}{(1+\underline{U}_1 m_1^2)^2}),$
$(\underline{a}_{21}+\frac{\underline{h}_2}{M_2^2}+\frac{\underline{D}_2 m_2}{M_2^2}-\frac{\overline{D}_1}{m_1}),(\underline{a}_{42}-\frac{\overline{T}_2 M_3}{1+\underline{U}_2 m_3^2}),$
$(\underline{a}_{32}+\frac{\underline{T}_2 m_4}{1+\overline{U}_2 M_3^2}-\frac{2\overline{T}_2\overline{U}_2 M_3^2 M_4}{(1+\underline{U}_2 m_3^2)^2}-\frac{\overline{T}_1 M_1}{1+\underline{U}_1 m_1^2}-\frac{2\overline{a}_{41}\overline{T}_2 M_3}{(1+\underline{U}_2 m_3^2)^2})\}>0$(由条件($H_5$)).

于是,由微分不等式定理得

$$V(t)+r\int_0^t\sum_{i=1}^4|x_i(f)-\tilde{x}_i(f)|\,\mathrm{d}f\leqslant V(0),t\geqslant 0$$

$$\Rightarrow\int_0^{+\infty}\sum_{i=1}^4|x_i(f)-\tilde{x}_i(f)|\,\mathrm{d}f<\frac{V(0)}{r}<+\infty.$$

因为 $x(t)=(x_1(t),x_2(t),x_3(t),x_4(t))$与 $\tilde{x}(t)=(\tilde{x}_1(t),\tilde{x}_2(t),\tilde{x}_3(t),\tilde{x}_4(t))$对于 $t\in[0,+\infty)$是有界的,故由系统(1)知 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x_1(t)-\tilde{x}_1(t))$在 $[0,+\infty)$有界,从而 $\sum_{i=1}^4|x_i(t)-\tilde{x}_i(t)|$在 R_+ 上一致连续,于是由文献[5]知,当 $t\to+\infty$时 $\sum_{i=1}^4|x_i(t)-\tilde{x}_i(t)|\to 0$.周期解的唯一性也由此得证.证毕.

致谢

本文承蒙罗桂烈教授审阅,谨此表示衷心感谢.

参考文献

1 陈兰荪,陈 键.非线性生物动力系统.北京:科学出版社,1993.80.

(下转第 191页 Continue on page 191)

5 结束语

本文在文献 [8] 开环控制的研究基础上，进一步研究了带有变量反馈的参数开关调制控制混沌系统的闭环控制策略．通过这种具有变量反馈的参数控制方法，可以实现原混沌系统正的李雅普洛夫指数转变为负数的控制机制，抑制混沌轨道的伸长与扩张，把混沌蔡氏电路控制到各种稳定的周期状态．数值模拟与仿真结果显示了该方法的有效性．该方法不用预先对混沌系统吸引子进行较详细的分析计算，也不必像 OGY方法那样，需等待系统靠近待控的不动点时，控制才起作用，控制时刻可以任意加入．该方法为工程中实现混沌电路的混沌控制提供了一定的参考价值．

参考文献

1 Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. Phys Rev Lett, 1990, 64(11): 1196～1199.

2 Qammar H K, Mossagchi, Murphy F L. Dynamical complexity arising in the adaptive control of a chaotic system. Phys Rev Lett A, 1993, 178(3): 279～283.

3 Lima B, Pettini M. Suppression of chaos by resonant parametric perturbations, Phys Rev A, 1992, 41(4): 726～733.

4 Pyfragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. Phys Lett A, 1992, 170(6): 421～428.

5 伍维根，古天祥．混沌系统的非线性反馈跟踪控制．物理学报，2000，(49): 1922.

6 Guemez J, Matuas M A. Control of chaos in unidimensional maps. Phys Lett A, 1993, 181(6): 29～32.

7 方锦清．非线性系统中混沌控制方法、同步原理及其应用前景(一)．物理学进展，1996，(16): 1～74.

8 罗晓曙，汪秉宏，陈关荣等．混沌系统的参数开关调制法研究．物理学报，2002，51(5): 988～993.

9 罗晓曙，方锦清，王力虎．一种基于间歇性正比于系统参量的脉冲微扰控制混沌方法．物理学报，1999，48(12): 2001～2196.

10 X Sh Luo, Fang J Q, Wang L H et al.. A new strategy of chaos control and a unified mechanism for several kinds of chaos control methods. Acta Physica Sinica, 1999, 8(12): 895～901.

11 Takashi M, Leon O. The genesis of Chua's circuit. Int J Electron Communication, 1992, 46(4): 250～257.

(责任编辑：黎贞崇)

(上接第 186页 Continue from page 186)

2 熊佐亮．关于三种群第Ⅱ类功能性反应周期系数模型研究．生物数学学报，1998，13(1): 38～42.

3 贾建文．具Ⅲ类功能反应的非自治捕食系统的持续性和周期解．生物数学学报，2001，16(1): 59～62.

4 Li B W, Zeng X W. Existence of positive solution for a two-patches competition system with diffusion and time delay and functional response. Appl Math J Chinese Univ Ser B, 2003, 18(1): 1～8.

5 Barbalat I. Systems d'equations differentielle d'oscillations nonlineaires. Rev. Roumaine Math Pures Appl, 1959, 4 261～270.

(责任编辑：黎贞崇)

中国科学家绘出 SARS病毒精细“家谱”

中国科学院理论物理研究所郝柏林院士及其领导的科研小组最近采用全新的方法，在 SARS病毒不同毒株之间的亲缘关系以及与其它冠状病毒的进化关系研究方面取得进展。

研究人员首先选取 6个完整的 SARS基因组和 14个已知的冠状病毒的完全基因组(与 SARS同属 Nidovirales科)，利用“组分矢量”方法探讨这些基因之间的进化关系。从已经得到的进化树可以看出，在全基因组的层次上，选定的 6个SARS毒株相互之间关系较近，在进化树上形成单群，而与已知的冠状病毒距离比较远，说明 SASR冠状病毒是冠状病毒属的独立种群。

此外，由于 SARS冠状病毒各个毒株之间的差异太小，如此构建的进化树并不足以区别出 SARS病毒之间的亲缘关系。研究人员在传统的“距离矩阵方法”基础之上，使用“超度规”算法得到了具有精细结构的带根亲缘树，这与以前研究得到的无根亲缘树相比成为一个更有意义的结果。

(摘自《科学时报》，2003年 8月 15日出版)