

# 玻璃幕墙非线性抗风可靠性分析

## Nonlinear Wind-Resistant Reliability Analysis of Glass Curtain Wall

卢德松

Lu Desong

(广西柳州高新技术产业开发区管理委员会 柳州市高新 1路 545006)

(Management Committee of Liuzhou New &amp; High-Tech Industry Development Zone, Guangxi, No. 1 New &amp; High Rd., Liuzhou, Guangxi, 545006, China)

**摘要** 建立各种边条件玻璃幕墙在风载下非线性应力分析模型以及玻璃幕墙风载和玻璃幕墙破坏强度  $R$  的概率分布模型,用 JCSS方法求得玻璃幕墙非线性可靠度,并结合实际算例,得出各种边条件下玻璃幕墙非线性抗风可靠性分析的一整套方法。

**关键词** 玻璃幕墙 抗风 可靠性

中图法分类号 TU311.2

**Abstract** The nonlinear wind-resistant analysis models for glass curtain wall with various boundary conditions are established, the probability distribution models of wind-load and strength of glass curtain wall are established. The calculating method of nonlinear reliability of glass curtain wall are established using JCSS method, and the calculating example is also given. Then a complete set of analysis method of nonlinear wind-resistant reliability for glass curtain wall with various boundary conditions is given.

**Key words** glass curtain wall, wind-resistant, reliability

玻璃幕墙(简称幕墙)广泛应用于各种建筑,全国每年幕墙产量达 500 万米<sup>2</sup>以上,价值数十亿元,幕墙工程已形成新型产业<sup>[1-3]</sup>。

抗风是幕墙设计的主要问题<sup>[4]</sup>,幕墙在风载作用下的变形属几何非线性问题<sup>[1,4,5]</sup>。玻璃是刚性较大而应变较小的材料,在破坏前,其应力应变关系一直保持线性关系,因此,玻璃幕墙不存在材料非线性问题。但根据美国学者的长期理论和实验研究,玻璃幕墙破坏前,其挠度达到幕墙厚度的 10 倍<sup>[5]</sup>。同时,国际上一直把玻璃幕墙处理为几何非线性问题,故用板的非线性理论来分析幕墙的抗风应力是合理的。

我国首部《JGJ102-96玻璃幕墙工程技术规范》(简称《幕墙规范》)已于 1998 年 12 月开始执行,这极大提高了我国幕墙设计水平,然而规范采用的是容许应力设计方法,属于“定值设计法”。实际上,基于结构可靠性理论的设计法是至今先进的设计方法,结构可靠性理论的突出成就在于打破了传统的结构分析与设计中不能接受任何风险的概念,从而把不确

定性引入了结构设计<sup>[6]</sup>。因此,建立幕墙非线性抗风可靠性分析方法,并据此对幕墙进行抗风设计是必要和合理的。

### 1 幕墙非线性抗风应力分析

#### 1.1 非线性方程与边界条件

在每块幕墙上建立如图 1 所示的局部坐标系  $xoy$ ,则在静风压  $W$  (MPa)作用下,幕墙的挠度  $Y(x, y)$  和应力函数  $F(x, y)$  将满足如下非线性方程<sup>[7]</sup>:

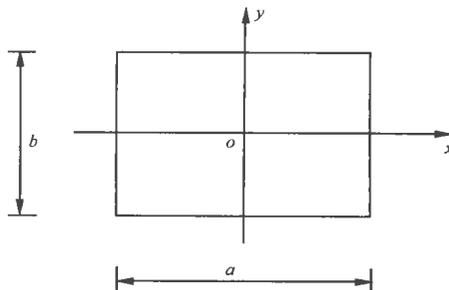


图 1 幕墙的局部坐标系  $xoy$

Fig. 1 Partial coordinate system  $xoy$  of glass curtain wall

$$5^4 F = E(Y_{,xy}^2 - Y_{,xx} Y_{,yy}), \quad (1)$$

$$L(Y, F) = D5^4 Y - h(F_{,yy} Y_{,xx} + F_{,xx} Y_{,yy} -$$

$$2F_{,xy}Y_{,xy} - W = 0, \quad (2)$$

$$\xi_x = Y_{,yy}; \xi_y = Y_{,xx}; f_{xy} = -F_{,xy}, \quad (3)$$

式中:  $h$  为幕墙的厚度,  $E = 0.72 \times 10^5$  (MPa) 为幕墙的弹性模量,  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  为幕墙板的抗弯刚度,  $\nu = 0.2$  为幕墙的泊松比.

本文考虑 2 种边界支承条件: (I) 四边简支, (II) 四边固支, 即

$$x = \pm a/2; \quad y = \pm b/2,$$

$$(I) Y = Y_{,xx} + \nu Y_{,yy} = 0; Y = Y_{,yy} + \nu Y_{,xx} = 0; \quad (4)$$

$$(II) Y = Y_{,x} = 0; Y = Y_{,y} = 0.$$

幕墙板中面的边缘支承条件也考虑两种: (a) 四边中面边缘不可动; (b) 四边中面边缘可动. 即:

$$x = \pm a/2; \quad y = \pm b/2,$$

$$(a) u = F_{,xy} = 0; \quad v = F_{,xy} = 0, \quad (5a)$$

$$(b) P_x = F_{,xy} = 0; P_y = F_{,xy} = 0, \quad (5b)$$

$u = \text{const}$  (常数),  $v = \text{const}$  (常数),

式中  $u, v$  分别为板中面位移,  $P_x$  和  $P_y$  分别为  $x, y$  方向的合力, 它们的表达式<sup>[6]</sup>为:

$$u = \int_0^x \left[ \frac{1}{E} (F_{,yy} - \nu F_{,xx}) - \frac{1}{2} Y_{,x}^2 \right] dx, \quad (6)$$

$$v = \int_0^y \left[ \frac{1}{E} (F_{,xx} - \nu F_{,yy}) - \frac{1}{2} Y_{,y}^2 \right] dy, \quad (7)$$

$$P_x = h \int_{-b/2}^{b/2} F_{,yy} dy; P_y = h \int_{-a/2}^{a/2} F_{,yy} dx. \quad (8)$$

## 1.2 方程的求解

显然, 要求出方程 (1), (2) 在满足各种边界条件的精确解, 并将其用于抗风可靠度计算是非常困难的. 故在此, 我们仅求出其一级近似解. 于是, 设 (I) 四边简支, (II) 四边固支的挠度分别为:

$$(I) Y = hJ \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b},$$

$$(II) Y = hJ \cos^2 \left( \frac{\pi x}{a} \right) \cos^2 \left( \frac{\pi y}{b} \right). \quad (9)$$

将式 (9) 代入方程 (1), 并设

$$F = f \cdot J^2, \quad (10)$$

则  $f$  将满足

$$5^4 f = \frac{c^4 E h^4}{a^2 b^2} \sum_{p=0}^2 \sum_{q=0}^2 M_{pq} \cos \left( \frac{2p\pi x}{a} \right) \cos \left( \frac{2q\pi y}{b} \right). \quad (11)$$

现将  $f$  表成通解  $f_0$  与特解  $f_1$  之和, 则有:

$$f = f_0 + f_1. \quad (12)$$

容易验算方程 (11) 的特解可用  $f_1$  表示为:

$$f_1 = Eh^2 \sum_{p=0}^2 \sum_{q=0}^2 h_{pq} \cos \left( \frac{2p\pi x}{a} \right) \cos \left( \frac{2q\pi y}{b} \right), \quad (13)$$

$$\text{式中, } h_{pq} = \frac{V^2 M_{pq}}{16(P^2 + V^2 q^2)^2}, V = a/b. \quad (14)$$

经计算, 简支与固支两种边界条件下非零的系数  $h_{pq}$

为:

$$(I) h_{01} = -\frac{1}{32V^2}, h_{10} = -\frac{V^2}{32}; \quad (15)$$

$$(II) h_{01} = -\frac{1}{32V^2}, h_{10} = -\frac{V^2}{32}, h_{11} = \frac{V^2}{16(1+V^2)^2},$$

$$h_{02} = -\frac{1}{512V^2}, h_{20} = -\frac{V^2}{512},$$

$$h_{22} = -\frac{V^2}{32(1+4V^2)^2}, h_{11} = -\frac{V^2}{32(4+V^2)^2}.$$

设  $P_x$  和  $P_y$  为待定板中面的边缘薄膜应力, 显然通解  $f_0$  可表示为

$$f_0 = \frac{1}{2} P_x y^2 + \frac{1}{2} P_y x^2. \quad (16)$$

由式 (10), (12), (13), (16) 得出应力函数  $F(x, y)$  为:

$$F(x, y) = J^2 \left[ -\frac{1}{2} P_x y^2 + \frac{1}{2} P_y x^2 + \right.$$

$$\left. Eh \sum_{p=0}^2 \sum_{q=0}^2 h_{pq} \cos \left( \frac{2p\pi x}{a} \right) \cos \left( \frac{2q\pi y}{b} \right) \right]. \quad (17)$$

板中面边缘薄膜应力  $P_x, P_y$  之值与板中面支承条件有关, 由式 (9), (17), (6), (8) 和板中面支承条件式 (5a), (5b), 可求得两种中面支承条件下的边缘薄膜应力  $P_x, P_y$  为:

$$(a) P_x = C \cdot \frac{1 + \frac{V^2}{2}}{1 - \frac{V^2}{2}} \cdot \frac{c^2 E h^2}{a^2},$$

$$P_y = C \cdot \frac{V + \frac{V^2}{2}}{1 - \frac{V^2}{2}} \cdot \frac{c^2 E h^2}{a^2}; \quad (18)$$

$$(b) P_x = 0, P_y = 0. \quad (19)$$

式中  $C$  为常数, 对于四边简支与固支板,  $C$  分别为  $1/8$  和  $3/32$ .

至此, 式 (9) 和式 (10) 的挠度函数  $Y$  和应力函数  $F$  已满足各种相应的边界条件和方程 (1). 为最终求出  $J$ , 对方程 (2) 实施伽辽金法近似得:

$$\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} L(Y, F) Y dx dy = 0. \quad (20)$$

将相应的挠度  $Y$  和应力函数  $F$  的表达式代入 (20) 式, 则得出各种边界条件下  $J$  满足的方程为:

$$T J + U J^3 = Z_1 W, \quad (21)$$

式中:  $T, U, Z_1$  为常数. 它们的表达式为:

(I) 四边简支情况:

$$T = \frac{c^2 D h}{a^4} (1 + V^2), Z_1 = \frac{16}{\pi^2}, \quad (22)$$

$$U = \left[ \frac{c^2 h^2}{a^2} (P_x + V^2 P_y) - \frac{2c^4 E h^4}{a^2 b^2} (h_{01} + h_{10}) \right];$$

(II) 四边固支情况:

$$T = \frac{16c^4 D h}{9a^4} (3 + 2V^2 + 3V^4), Z_1 = \frac{16}{9}, \quad (23)$$

$$U = \left[ \frac{4c^2 h^2}{3a^2} (P_x + V^2 P_y) - \frac{32c^4 E h^4}{9a^2 b^2} (h_{01} + h_{10} + \right.$$

$$\left. h_{11} + \frac{1}{2} h_{22} + \frac{1}{2} h_{21} + h_{20} + h_{02} \right].$$

而由方程 (21), 可求得  $J$  为:

$$J = k(w) = \{ [(\frac{Z_1 W}{2U})^2 + (\frac{2}{3U})^3]^{1/2} + \frac{Z_1 W}{2U} \}^{1/3} - \{ [(\frac{Z_1 W}{2U})^2 + (\frac{2}{3U})^3]^{1/2} - \frac{Z_1 W}{2U} \}^{1/3}. \quad (24)$$

### 1.3 控制应力的计算

设  $a$  为幕墙的短边, 显然在幕墙点 ( $x = 0, y = 0$ ) 或 ( $x = a/2, y = 0$ ) 处, 表面应力最大, 且为主应力, 故这两点在  $x$  方向的主应力  $\sigma_x$  大于  $y$  方向的主应力  $\sigma_y$ , 所以, 这两点  $x$  方向上主应力即为整块幕墙的最大非线性应力  $S$ , 也就是所要求的最危险应力, 故由板的最大挠度理论<sup>[6]</sup>, 有:

$$\sigma_x = -\frac{6D}{h^2} (\frac{\partial Y}{\partial x^2} + \frac{\partial Y}{\partial y^2}) + \frac{\partial F}{\partial y^2}. \quad (25)$$

将挠度  $Y$  和应力函数  $F$  的表达式 (9) 和式 (17) 代入式 (25), 可得:

$$S = A \cdot k^2(w) + B \cdot k(w), \quad (26)$$

式中:  $A, B$  为常数. 它们的表达式为

(I) 对于四边简支情况,

$$A = [P_x - Eh \sum_{p=0}^2 \sum_{q=0}^2 (\frac{2q}{b})^2 h_{pq}], \quad (27)$$

$$B = \frac{6D}{h} [(\frac{c}{a})^2 + (\frac{c}{b})^2]; \quad (28)$$

(II) 对于四边固支情况,

$$A = P_x - Eh \sum_{p=0}^2 \sum_{q=0}^2 (\frac{2q}{b})^2 h_{pq}, \quad (29)$$

$$B = \frac{12D}{h} [(\frac{c}{a})^2 + (\frac{c}{b})^2]. \quad (30)$$

## 2 幕墙风载的概率分布模型

按《幕墙规范》, 玻璃幕墙是以其所承受的瞬间风压来设计的, 且《幕墙规范》给出了具有较高保证率的平均风压转换为瞬时风压的阵风系数为  $U = 2.25$ , 故幕墙在设计期 50a 内所承受的风压  $W$  为:

$$W = U_z W_T, \quad (31)$$

式中,  $W$  和  $W_T$  (MPa) 为幕墙在设计期 50a 内所承受瞬间风压的最大值以及所承受局部平均风压的最大值, 它们都是随机变量.

由于幕墙的最大尺寸小于  $4\text{ m} \times 4\text{ m}$ , 风载的相关系数

$$\rho_{xy}(x_1, y_1; x_2, y_2) = \exp\{- [\frac{(x_1 - x_2)^2}{50^2} + \frac{(y_1 - y_2)^2}{60^2}]^{1/2}\}, \quad (32)$$

即水平方向的相关参数尺寸为 50 m, 竖向方向的相关参数尺寸为 60 m, 故令  $\rho_{xy} = 1$ , 可以不考虑风载的相关性和相异性.

由《建筑设计统一标准》(GBJ68-84), 当不

考虑风向影响时, 年最大局部平均风压  $W_T$  服从极值 I 型分布, 其概率分布函数  $F_{W_T}(x)$  为:

$$F_{W_T}(x) = \exp\{- \exp[- \frac{x - 0.359W_{TK}}{0.167W_{TK}}]\}, \quad (33)$$

式中  $W_{TK}$  为《建筑结构荷载规范》(GBJ9-87) 规定的 50a 内局部平均风压最大值  $W_T$  的极限值, 即:

$$W_{TK} = \zeta_s \zeta_z W_0, \quad (34)$$

式中  $\zeta_z$  为风压高度变化系数,  $\zeta_s$  为建筑物在幕墙处的局部风载体形系数, 当幕墙外表面竖直时, 取为  $\pm 1.5$ ,  $W_0$  为建筑物所在地的基本风压.  $\zeta_s, \zeta_z, W_0$  均按《建筑结构荷载规范》(GBJ9-87) 取值. 由式 (31) (34) 的幕墙瞬时风压  $W$  的标准值  $W_K$  为:

$$W_K = U_z W_{TK} = U_z \zeta_s \zeta_z W_0. \quad (35)$$

按《建筑设计统一标准》(GBJ68-84), 在设计期 50a 内, 幕墙承受的局部平均风压的极大值  $W_T$  的概率分布函数  $F_{W_T}(x)$  为:

$$F_{W_T}(x) = [F_{W_T}(x)]^{50} = \exp\{- \exp[- \frac{x - 1.0127W_{TK}}{0.1669W_{TK}}]\}. \quad (36)$$

故由式 (31) (35) (36), 得幕墙风压  $W$  的概率分布函数  $F_W(x)$  和概率密度函数  $f_W(x)$  分别为:

$$F_W(x) = \exp[- \exp(- \frac{x - W}{\theta})], \quad (37)$$

$$f_W(x) = \frac{1}{\theta} \exp(- \frac{x - W}{\theta}) \cdot \exp[- \exp(- \frac{x - W}{\theta})], \quad (38)$$

$$\text{式中, } W = 1.027W_K, \theta = 0.1669W_K. \quad (39)$$

## 3 幕墙破坏强度 $R$ 的概率分布模型

根据武汉工业大学对洛阳玻璃厂的浮法平板玻璃所做的大量强度实验研究<sup>[8]</sup>, 玻璃的破坏强度  $R$  服从 2 个参数的 Weibull 分布, 即强度  $R$  的概率分布函数  $F_R(x)$  和概率密度函数  $f_R(x)$  分别是:

$$F_R(x) = 1 - \exp[- (\frac{x}{Z})^m], x \geq 0, \quad (40)$$

$$f_R(x) = \frac{m}{Z} (\frac{x}{Z})^{m-1} \cdot \exp[- (\frac{x}{Z})^m], x \geq 0, \quad (41)$$

$$\text{式中, } m = 5.88, Z = 73.6 \text{ (MPa)}. \quad (42)$$

## 4 幕墙非线性抗风可靠性分析

幕墙的抗风可靠度  $P_S$  是指在风载  $W$  作用下所产生的最大应力  $S$  小于幕墙强度  $R$  的概率, 即:

$$P_S = P(S < R). \quad (43)$$

由式 (26), 可得幕墙抗风的极限状态方程为

$$g(R, W) = R - S = R - Ak^2(W) - Bk(W) =$$

$$0. \quad (44)$$

由于有了极限状态方程,故由结构可靠性理论,抗风可靠性指标  $U$ 可用《幕墙规范》中的 JCSS方法求得. 求出可靠性指标  $U$ 后,则可靠度  $P_s$ 可按

$$P_s = P(S < R) = H(U) \quad (45)$$

求得. 式中  $H(U)$  为标准正态分布函数.

## 5 算例

某矩形高层建筑位于 C类地区,总高为 150 m,基本风压  $W_0 = 0.65 \text{ KN/m}^2 = 0.65 \times 10^{-3} \text{ (MPa)}$ . 已知幕墙采用洛阳玻璃厂生产的浮法平板玻璃,求在设计基准期  $50a$ 内,位于建筑物高度为 100 m处,幕墙的厚度为 0.01 m,长度和宽度相等,且长度分别是 2.0 m, 1.8 m, 1.6 m, 1.4 m, 1.2 m, 1.0 m, 0.8 m, 0.6 m的幕墙非线性抗风可靠度.

由《荷载规范》和《幕墙规范》知:  $z = 1.79, z_s = 1.5, U_z = 2.25$ ,由式(34)、(38)得:  $W_k = 3.927 \times 10^{-3} \text{ (MPa)}$ ,  $W = 3.977 \times 10^{-3} \text{ (MPa)}$ ,  $\theta = 0.655 \times 10^{-3} \text{ (MPa)}$ .

由式(42)得:  $m = 5.88, Z = 73.6 \text{ (MPa)}$ . 将各已知参数代入,按《幕墙规范》中的 JCSS方法即可求出非线性抗风可靠指标  $U$ 和可靠度  $P_s$ . 表 1给出玻璃幕墙在四边简支边条件和中面约束为四边中面边缘可动的情况下的计算结果.

从表 1可看出,如按可靠指标  $U = 3.2$  (即失效概率为  $6.9 \times 10^{-4}$ ) 来设计幕墙,则幕墙的合理尺寸为:长、宽、厚等于 1.4 m, 1.4 m, 0.01 m.

## 6 结束语

(1) 本文首先建立各种边条件玻璃幕墙的非线性应力分析模型以及玻璃幕墙抗风载和幕墙破坏强度  $R$ 的概率分布模型,然后用 JCSS方法建立幕墙非线性可靠度的计算方法,并结合实际算例,得出各种边条件幕墙非线性抗风可靠性分析的一整套方法.

表 1 C类地区, 100 m处,各种尺寸玻璃幕墙非线性抗风可靠度

Table 1 Nonlinear wind-resistant reliability of glass curtain wall with different sizes of 100 metres high, in C area

长度 $b$ Length	宽度 $a$ Width	厚度 $h$ Thickness	非线性可靠度 $P_s$ Measure of nonlinear reliability	非线性可靠指标 $U$ Index of nonlinear reliability
(mm)	(mm)	(mm)		
2000	2000	10	0.9982291	2.92
1800	1800	10	0.9985590	2.98
1600	1600	10	0.9989300	3.07
1400	1400	10	0.9993363	3.21
1200	1200	10	0.9997197	3.45
1000	1000	10	0.9999409	3.85
800	800	10	0.9999951	4.42
600	600	10	0.9999998	5.10

(2) 因为基于可靠性的概率设计法比容许应力设计法合理,而客观上玻璃幕墙在风载下处于非线性状态,故从经济和完善设计理论出发,分析幕墙的非线性抗风可靠性,并以此作为幕墙的抗风设计准则,比容许应力设计法和线性可靠度理论设计法合理.

## 参考文献

- 1 彭政国.现代建筑装饰-铝合金玻璃幕墙与玻璃采光顶.北京:中国建筑工业出版社,1996. 1~ 10.
- 2 赵西安.幕墙工程手册.北京:中国建筑工业出版社,1996. 1~ 10.
- 3 赵西安.玻璃幕墙的结构设计.建筑结构,1996,(6): 44~ 51.
- 4 黄本才,陈亚平.高层建筑玻璃幕墙的抗风设计.建筑结构学报,1992,13(3): 59~ 66.
- 5 C V Girija Vallabhan. Parametric study of axisymmetric circular glass plates. Journal of Structural Engineering, 1994, 120(5): 1663~ 1671.
- 6 李继华.建筑结构概率极限状态设计.北京:中国建筑工业出版社,1991. 1~ 15.
- 7 杨耀乾.平板理论.北京:中国铁道出版社,1984. 180~ 230.
- 8 潘素瑛.平板玻璃热疲劳损伤.武汉工业大学学报,1993, 15(2): 37~ 40.

(责任编辑:邓大玉 曾蔚茹)