

一种自适应普遍路况的元胞自动机交通流模型*

One Model of Cellular Automaton Traffic Flow Which is Self-adaptive to General Road Conditions

吕集尔¹, 朱留华², 孔令江², 刘慕仁²

Lü Ji-er¹, ZHU Liu-hua², KONG Ling-jiang², LIU Mu-ren²

(1. 玉林师范学院物理与信息科学系, 广西玉林 537000; 2. 广西师范大学物理与电子工程学院, 广西桂林 541004)

(1. Department of Physics and Information Science, Yulin Normal College, Yulin, Guangxi, 537000, China; 2. College of Physics and Electronic Engineering, Guangxi Normal University, Guilin, Guangxi, 541004, China)

摘要:在 Nagel-Schreckenberg (NaSch) 模型的基础上, 考虑重力对行驶坡道上车辆的影响, 将时间与空间上连续的加速、减速效应离散化, 以概率 p_{up} 和 p_{down} 的方式进行一次性速度补偿, 提出一个改进的 NaSch 模型, 并对改进的模型进行计算机数值模拟. 模拟结果显示, 改进后的模型能准确反映特殊路段对行驶车辆的影响, 同时再现了与实际交通相一致的时走时停交通波等复杂的非线性现象, 能自动适应普遍路况.

关键词:交通流 元胞自动机 重力 交通波 相变分析

中图分类号: O550 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2007)03-0257-04

Abstract: The Nagel-Schreckenberg (NaSch) model is improved with taking into account the effect of gravity on the vehicles running on a ramp road, discretizing the effect of acceleration and deceleration which are continued in time and space, and making an one-off compensation for the velocities with modes of probabilities p_{up} and p_{down} . The computer numerical simulations has been used to the improved model. The simulation shows that the improved model can accurately reflect the influence of special sections of a road on the running vehicles, meanwhile visualize the complex nonlinear phenomenon of traffic waves of alternate running and stopping as in actual traffics. It is revealed that the improved model can be self-adaptive to general road conditions.

Key words: traffic flow, cellular automaton, gravity, stop-start traffic wave, phase-transition analysis

近年来, 交通流问题由于其高度的非线性和复杂性以及实际的需求而成为众多学者研究的重要课题之一. 现阶段用于交通流研究的数学模型主要有: 流体力学模型 (hydrodynamic model)、跟车模型 (car following model) 和元胞自动机模型 (cellular automaton model) 等^[1]. 其中元胞自动机模型已引起了许多学者的关注, 因为其模型简单, 计算效率比跟车模型高得多, 而且同样能抓住交通流中最基本的一些非线性现象.

最初的元胞自动机模型是由著名的数学家及现

代数字计算机架构的创始人 Von Neumann 于 20 世纪 60 年代提出的, 是一种时间和空间都离散的数学模型^[2]. 基于此思想 Stephen Wolfram^[3] 随后设计出诸多具体的初等元胞自动机模型, 其中基于 184 号初等元胞自动机演化规则^[4], 拓展派生出诸如: NaSch 元胞自动机交通流模型^[5], 二维网格的 BML 元胞自动机交通流模型等^[6]. 这些模型都非常适合用于研究本质上是一离散系统的交通流, 显示出其描述实际交通现象所具有的独特优越性.

Wolfram. S^[4] 于 1986 年提出了 184 号元胞自动机的规则表达式为:

$$n_i(t+1) = n_{i-1}(t)[1 - n_i(t)] + n_i(t)n_{i+1}(t), \quad (1)$$

其中 $n_i(t)$ 为布尔变量, 格点 i 为空时, $n_i = 0$; 反之, n_i

收稿日期: 2007-01-26

作者简介: 吕集尔 (1964-), 男, 讲师, 主要从事交通流研究.

* 国家自然科学基金项目 (10562001, 10362001, 10347001, 70371067) 和广西自然科学基金项目 (0447030) 资助.

广西科学 2007 年 8 月 第 14 卷第 3 期

$= 1$. $n_{i-1}(t)$ 代表左邻居元胞状态, $n_{i+1}(t)$ 代表右邻居元胞状态.

Nagel 和 Schreckenberg^[5]于 1992 年将 184 号规则模型推广到最大速度大于 1 及考虑随机慢化影响的更一般情形, 提出了著名的 Nagel-Schreckenberg (NaSch) 模型, 基本思想是: 车辆随机分布在长度为 L 的一维离散格点链上, 每一格点在任意时刻最多只能被一辆车所占据. 以 $v_i(t)$ 、 $x_i(t)$ 和 $d_i(t)$ 分别表示 t 时刻第 i 辆车的速度、位置以及与前方紧邻车辆间的空格点数, 其中速度 $v_i(t) \in [0, v_{\max}]$, 同时引入延迟刹车概率 p 表示车辆以一定的概率随机减速以模拟车辆的不确定性延迟行为. NaSch 模型仅考虑了车辆加速、减速、随机延迟和位置更新 4 个步骤就能再现实际交通中经常发生的交通现象, 如走走停停交通波等. NaSch 模型中车辆的状态演化可用如下规则描述.

(1) 加速过程:

$$v_i(t + 1/3) = \min\{v_i(t) + 1, v_{\max}\};$$

(2) 为防止车辆追尾相撞而采取的确定性减速:

$$v_i(t + 2/3) = \min\{v_i(t + 1/3), d_i(t)\};$$

(3) 以概率 p 随机延迟过程:

$$v_i(t + 1) = \max\{v_i(t + 2/3) - 1, 0\};$$

(4) 位置更新:

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + v_i(t + 1).$$

NaSch 模型所进行的数值模拟与真实的交通行为较为吻合, 但还不能反映实际交通中所出现的同步流、亚稳态等现象, 此后不少学者对这一模型进行了改进, 先后提出了优先随机慢化的 Noise-First 模型^[7]和慢启动规则的 T^2 模型^[8]等. 尽管这些模型在一定程度上能较真实的再现实际道路交通状态, 但建模时未考虑实际路况对交通的影响, 因此无法进一步再现道路中普遍存在的桥梁、坡道、弯道、安全标志牌等因素对交通流的影响. 针对实际道路中普遍存在的桥梁、坡道状况, 本文提出一种改进的 NaSch 模型; 分析了坡道的坡角 α , 坡高 h 对交通流的影响. 数值模拟结果显示, 有坡道的路段甚至在较低的密度下就出现了走走停停交通波, 但随着密度的递增, 流量保持相对稳定.

1 数学模型

如图 1 所示, 在上坡路段, 重力在沿坡道的方向的分量对上坡的车子起到了减速的作用, 其加速度值为 $-g\sin\alpha$; 在下坡路段, 重力在沿坡道方向的分量对下坡的车子起到加速作用, 其加速度值为 $g\sin\beta$, g 为重力加速度, 取 9.8m/s^2 , α, β 分别为上坡、下坡的

坡角. 依据交通流元胞自动机模型相关理论, 每一格点所对应的实际空间长为 7.5m . NaSch 模型演化规则中的 $v_i(t) + 1$ 相当于在 1s 的时间内速度值增加 7.5m/s , 即对应加速度值为 7.5m/s^2 . 为了使在时间和空间上都连续的上坡附加减速效应, 下坡附加加速效应对车辆的影响能在元胞自动机中得到体现, 需要将这些效应离散化处理. 这些连续效应可改用另一方式实现, 即以一定的概率一次性减速或加速, 每一次加速度大小取 1cell/s^2 . 经折算后, 上坡时每一次减速的发生概率为 $p_{up} = g\sin\alpha/7.5$; 下坡时每一次加速的发生概率为 $p_{up} = g\sin\beta/7.5$.

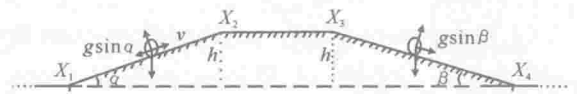


图 1 坡道示意图

Fig. 1 The sketch map of ramp

考虑到 NaSch 模型的第一步为确定性加速, 其影响贯穿于整个演化过程, 所以, 应将重力的影响置于第一步之中. 计算出坡道影响的元胞自动机交通流模型演化规则如下:

(1) 加速过程:

$$v_i(t + 1/3) = \min\{v_i(t) + 1 + \text{sign}(x_i(t)), v_{\max}\};$$

$$\text{sign}(x_i(t))$$

$$\begin{cases} 1, x_i(t) \in [X_3, X_4], \text{以概率 } p_{down} \text{ 发生,} \\ -1, x_i(t) \in [X_1, X_2], \text{以概率 } p_{up} \text{ 发生,} \\ 0, \text{ELSE.} \end{cases}$$

(2) 为了防止车辆追尾相撞, 采取确定性减速过程:

$$v_i(t + 2/3) = \min\{v_i(t + 1/3), d_i(t)\}.$$

(3) 以概率 p 随机延迟过程:

$$v_i(t + 1) = \max\{v_i(t + 2/3) - 1, 0\}.$$

(4) 位置更新:

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + v_i(t + 1).$$

2 数值模拟与分析

数值模拟时采用周期性边界条件, 取 $L = 2000$ 组成一维格点链, 每一格点对应的实际道路长为 7.5m , 则整个格点链对应的实际道路长为 15km , 设道路上车辆总数为 N , 车辆最大速度取 $V_{\max} = 3\text{cells/s}$, 对应实际车速为 81km/h . 为消除暂态影响, 模拟时每次对最初的 20000 时步不做统计, 对以后的 10000 时步进行时间平均, 这样就得到了每一次运行的平均值. 为减小初始化引起的误差, 取样本数为 30.

$$\text{车辆的密度: } \rho = \frac{N}{L}, \quad (2)$$

$$\text{车辆的平均速度: } \bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i(t), \quad (3)$$

$$\text{平均车流量: } J = \rho \bar{v} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^N v_i(t). \quad (4)$$

2.1 基本图分析

图2为坡高相同,坡角不同对流量影响情形.模拟时,设上坡路面、下坡路面对称,坡高为5 cells,随机慢化概率 $p = 0.25$.若整条路段不存在坡道时,改进模型模拟所得到的结果与标准的 NaSch 模型完全一致;如果道路存在着一定的坡度,坡角对交通流量的影响较为显著,随着坡角的增加,流量下降,并且提前出现了时走时停交通波等复杂的非线性现象,临界密度也下降.不难理解,这是由于随着坡角的增加,车子受到重力的影响增强,此时上坡道的入口处可视为一“瓶颈”,系统中提前出现时走时停交通波,车辆平均速度急剧下降(见图3),从而引起整个道路通行能力下降.

进一步观察发现:车子在爬坡时,排气管黑烟滚滚且车子前行缓慢,也就是说,坡角的增加不仅影响了道路的通行能力,还会使车辆的废气排放量加剧,严重威胁着人类生存环境.

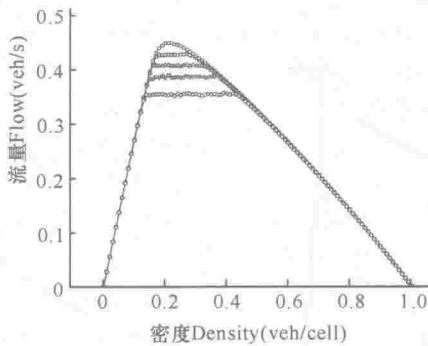


图2 基本图

Fig. 2 The fundamental diagram

$h = 5 \text{ cells}$, --- : $\alpha = \beta = 0^\circ$; --- : $\alpha = \beta = 2^\circ$; --- : $\alpha = \beta = 4^\circ$; --- : $\alpha = \beta = 6^\circ$; --- : $\alpha = \beta = 8^\circ$.

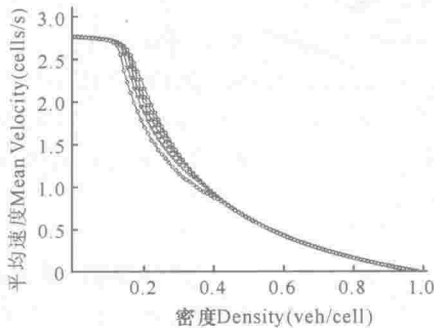


图3 平均速度随密度变化曲线

Fig. 3 The curve of mean velocity versus density

$h = 5 \text{ cells}$, --- : $\alpha = \beta = 0^\circ$; --- : $\alpha = \beta = 2^\circ$; --- : $\alpha = \beta = 4^\circ$; --- : $\alpha = \beta = 6^\circ$; --- : $\alpha = \beta = 8^\circ$.

2.2 车流演化状态分析

为了具体的描述坡道车流随车辆密度增加而出现由畅行相向宽幅运动阻塞相的演化过程,我们模拟了车辆运动过程中车辆位置与运动时间的关系.取参数 $p = 0.25, h = 5 \text{ cells}, \alpha = \beta = 8^\circ$,模拟的空间位置为 $700 \sim 1200$,时间为 $20000 \sim 20400$.

图4为 $\rho = 0.10$ 时的车辆位置与时间的关系.此时车道上车辆密度较低,下坡道下游区域,车流处于畅行相,所有的车辆都以较高的速度行驶;上坡道入口处出现了静止车辆并形成了一些堵塞区域,但是随着爬坡过程的结束,堵塞区域又很快消散了.

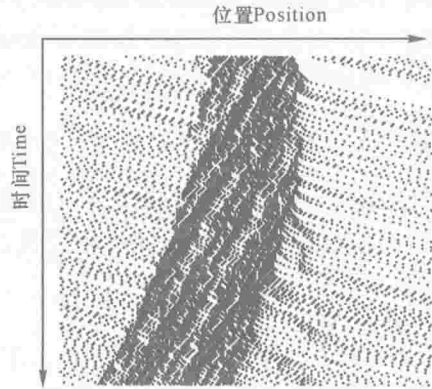


图4 $\rho = 0.10$ 时的位置与时间的关系

Fig. 4 The relation diagram of position and time ($\rho = 0.10$)

黑点表示车辆,白色表示空白区域. Black dots indicate vehicles, and white indicates blank areas.

图5为 $\rho = 0.20$ 时的车辆位置与时间的关系,此时在上坡道入口处出现了大范围的局部阻塞,且向后传播.随着全局密度的增加,阻塞区域可以进一步向后蔓延.图6为 $\rho = 0.50$ 时的车辆位置与时间的关系,此时车辆密度较大,行驶车辆明显受到其它车辆的影响,自由运动的程度显著减小,车辆时走时停现象经常发生,坡道效应不存在.

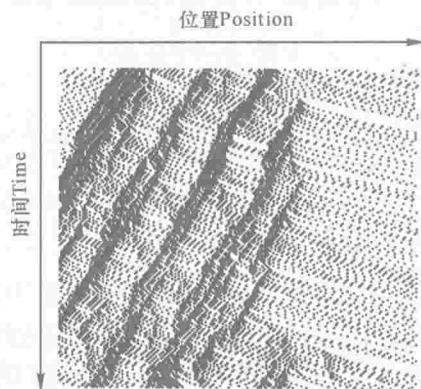


图5 $\rho = 0.20$ 时的位置与时间的关系

Fig. 5 The relation diagram of position and time ($\rho = 0.20$)

黑点表示车辆,白色表示空白区域. Black dots indicate vehicles, and white indicates blank areas.

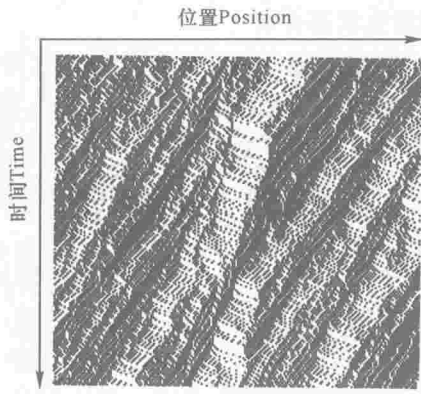


图6 $\rho = 0.50$ 时的位置与时间的关系

Fig. 6 The relation diagram of position and time ($\rho = 0.50$)

黑点表示车辆,白色表示空白区域。Black dots indicate vehicles, and white indicates blank areas.

3 序参量分析

对于改进模型,可由序参量来确定交通流从畅行相到阻塞相的相变,同时研究车辆的相关性,以了解车辆之间的关联。序参量定义^[9]如下:

$$m(\rho) = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} n_i n_{i+1}$$

假如格点被车辆占据,则 $n_i = 1$,反之 $n_i = 0$ 。观察图7发现:当密度 $\rho < \rho_c$ 时,序参量一直为零;当密度 $\rho > \rho_c$ 时,序参量连续变化。类似于有交通噪声情况下的 NaSch 模型序参量的变化,呈现出自由流到交通阻塞的相跨越现象。

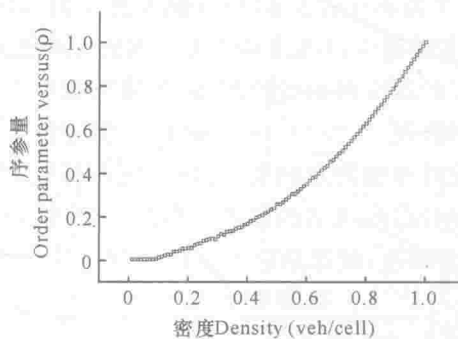


图7 序参量随密度变化曲线

Fig. 7 The curve of order parameter versus density
 $h = 5$ cells, $\alpha = \beta = 8^\circ$.

4 结论

在 NaSch 模型的基础上,通过考虑重力对行驶于坡道上的车辆的影响,将时间与空间上连续的加速、减速效应离散化,以概率 p_{up} 和 p_{down} 的方式进行

一次性速度补偿。在 NaSch 模型的第一步引入加速度补偿项,成功地模拟了车子在坡道上行驶时出现的一些复杂的非线性现象。

模拟结果显示:坡道的长度、坡角的大小对交通流的流量及平均速度有着不可忽视的影响。这对于公路、桥梁以及交叉口立交桥的设计有一定的指导意义:(1)在坡道、桥梁设计方面,尽可能降低道路中斜坡的坡角。如在山区公路设计上,可以通过开挖过山隧道或者在两座山梁之间架设天桥的方法,尽可能降低公路的坡角;(2)在桥梁、城市交叉口立交桥设计方面,可通过增加引桥长度的办法来降低桥梁的上、下坡的坡角,以使道路的通行能力得到最大限度的发挥,有效减少机动车废气的排放而造成的对城市环境的污染,取得经济效益与社会效益的双赢。

参考文献:

- [1] 刘慕仁,薛郁,孔令江.城市交通问题与交通流模型[J].力学与实践,2005,27(1):1-6.
- [2] VON NEUMANN J. The general and logical theory of automata[M]//Taub AA, VON NEUMANN. Collected Works. Urbana: University of Illinois, 1963:288-298.
- [3] NEUMANN J VON. The general and logical theory of automata [M]//TOUB A A, NEUMANN J VON. Collected Works. Urbana: University of Illinois, 1963: 288-298.
- [4] WOLFRAM S. Theory and application of cellular automata[M]. Sigapore: Word Scientific, 1986.
- [5] NAGEL K, SCHRECKENBERG M. A cellular automaton model for freeway traffic[J]. J Phys I France, 1992, 2:2221-2229.
- [6] BIHAM O, MIDDLETON A A, LEVINE D A. Self-organization and a dynamical transition in traffic flow models[J]. Phys Rev A, 1992, 46:6124-6127.
- [7] XUE YU, DONG LIYUN, LI LEI, et al. Effects of changing orders in the update rules on traffic flow[J]. Phys Rev E, 2005, 71:1-6.
- [8] TAKAYASU M. Fractals 1, 1993, 860:1-6.
- [9] EISENBLATTER B, SANTEN L, SCHADSCHNEIDER A. Jamming transition in a cellular automaton model for traffic flow[J]. Phys Rev E, 1998, 57:1309-1314.

(责任编辑:邓大玉)