DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.2008.03.005
广西科学 Guangxi Sciences 2008, 15(3): 221~223, 227

蕴含 $K_{1,4}+2e$ 的可图序列

On Potentially $K_{1,4}+2e$-graphic Sequences

马益聪[1],陈 纲[2]
MA Yi-cong[1], CHEN Gang[2]

(1.集美大学理学院,福建厦门 361021; 2.宁夏大学数学计算机学院,宁夏银川 750021)
(1. School of Science, Jimei University, Xiamen, Fujian, 361021, China; 2. School of Mathematics and Computer Science, Ningxia University, Yinchuan, Ningxia, 750021, China)

摘要:给出整数序列 $c(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ 蕴含 $K_{1,4}+2e$ 可图的 1个充分条件和 1个充要条件,其中 $K_{1,4}+2e$ 是向完全二部图 $K_{1,4}$ 添加 2条边后构成的简单图.
关键词:图 度序列 可图序列
中图法分类号: O157.5 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2008)03-0221-03
Abstract A sufficient condition and a necessary and sufficient condition are presented in this paper for the positive integer sequences $c(d_1,d_2,\cdots,d_n)$, which is potentially $k_{1,4}+2e$-graphic, where the $k_{1,4}+2e$ is the complete bipartite graph $k_{1,4}$ to be added two edges.
Key words graph, degree sequence, graphic sequenc

记所有满足 $n-1\geqslant d_1\geqslant d_2\geqslant\cdots\geqslant d_n\geqslant 0$ 的整数序列 $c=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ 的集合为 NS_n.设 $c\in NS_n$,如果 c 的每一项都是非零的,则 c 称为正的.称 $c\in NS_n$ 是可图的,如果 c 是某一 n 阶简单图 G 的度序列,并且 G 称为 c 的一个实现.NS_n 中所有正的可图序列构成的集合记为 GS_n.对于 $c\in NS_n$,定义 $e(c)=d_1+d_2+\cdots+d_n$.对于给定的图 H,称 $c\in GS_n$ 是蕴含 H 可图的,如果 c 有一个实现包含 H 作为子图.

Gould, Jacobson和 Lehel[1] 考虑经典 Turán型问题的变形:确定最小的正偶数 $e(H,n)$,使得对于每一个 n 项可图序列 $c=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$,当 $e(c)\geqslant e(H,n)$ 时,c 是蕴含 H 可图的.对于 $H=K_{r+1}$,其中 K_{r+1} 为 $r+1$ 阶完全图,Erdös, Jacobson和 Lehel[2] 猜想对于充分大的 n,$e(K_{r+1},n)=(r-1)(2n-r)+2$,同时证明猜想对于 $r=2$ 成立;李炯生等[3~5] 证明猜想对于 $r\geqslant 3$ 和充分大的 n 是成立的.对于 $H=C_k$,其中 C_k 是圈长为 k 的圈,Gould等[1] 证明 $e(C_4,n)=2[\frac{3n-1}{2}]$.赖春晖[6,7] 确定了 $e(C_k,n),k\geqslant 5$ 的值.2002年,罗荣[8] 考虑蕴含 C_k 可图序列问题,并刻划当 $k=3,4,5$ 时,蕴含 C_k 的可图序列.另外,罗荣等[9] 还刻划蕴含 K_4 的可图序列.赖春晖[10] 和 Eschen等[11] 各自独立地刻划蕴含 K_4-e 的可图序列.徐正华 胡黎莉[12] 考虑蕴含 $K_{1,t}+ke$ 的可图序列的刻划问题,其中 $K_{1,t}+ke$ 是在完全二部图 $K_{1,t}$ 上添加 k 条新的边所得的简单图.他们刻划了当 $n\geqslant 5$ 时,蕴含 $K_{1,4}+e$ 的可图序列.本文在此基础上刻划蕴含 $K_{1,4}+2e$ 的可图序列.

收稿日期: 2007-12-07
修回日期: 2008-01-07
作者简介:马益聪(1979-),男,助教,主要从事图论研究工作。

1 预备知识

设 $c=(d_1,d_2,\cdots,d_n)\in NS_n$.记 $c''_k=$

$$\begin{cases}(d_1-1,\cdots,d_{k-1}-1,d_{k+1}-1,\cdots,d_{d_k+1}-1,\\ \quad d_{d_k+2},\cdots,d_n),\text{若 } d_k\geqslant k,\\ (d_1-1,\cdots,d_{d_k}-1,d_{d_k+1},\cdots,d_{k-1},d_{k+1},\\ \quad\cdots,d_n),\text{若 } d_k<k,\end{cases}$$

并且记 $c'_k=(d'_1,d'_2,\cdots,d'_{n-1})$,其中 $d'_1\geqslant d'_2\geqslant\cdots\geqslant d'_{n-1}$ 是 c''_k 中的 $n-1$ 个项的重排.c'_k 称为从 c 删除 d_k 后的剩余序列.容易知道,如果 c'_k 是可图的,则 c 也是可图的,这是因为在 c'_k 的实现 G' 中添加一个度为 d_k 的新顶点 v_k,使得 v_k 相邻于 G' 中那些从 c 到 c'_k 的过程中度被减 1的顶点,所得的图 G 是 c 的一个实现.

定理 1.1[13] 设 $c\in NS_n$,则 $c\in GS_n$ 当且仅当 $c'_k\in GS_{n-1}$.

定理 1.2[14] 设 $c=(d_1,d_2,\cdots,d_n)\in NS_n$,$d_1-d_n\leqslant 1$,且 $e(c)$ 是偶数,则 c 是可图的.

定理 1.3[15] 设 $c=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ 是非负整数序列,$m=\max\{d_1,d_2,\cdots,d_n\}$,$\sum_{i=1}^{n}d_i$ 是偶数且 $\bar{c}=(\bar{d}_1,\bar{d}_2,\cdots,\bar{d}_n)$ 是 c 的重排,其中,$\bar{d}_1\geqslant\bar{d}_2\geqslant\cdots\geqslant\bar{d}_n$

是 $d_1,d_2,\cdots,d_n$ 的重排.如果存在一个整数 $n_1\leqslant n$,使得 $\overline{d_{n_1}}\geqslant h\geqslant 1$ 且 $n_1\geqslant \frac{1}{h}[\frac{(m+h+1)^2}{4}]$,则 π 可图.

定理 1.4[16] 设 $n\geqslant 10$ 且 $\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)\in GS_n$.如果 $d_5\geqslant 4,d_{10}\geqslant 3$,则 π 是蕴含 K_5 可图的.

定理 1.5[12] 设 $n\geqslant 5$ 且 $\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)\in GS_n$.如果 $d_1\geqslant 4,d_3\geqslant 2$,则 π 是蕴含 $K_{1,4}+e$ 可图的.

2 主要结论

定理 2.1 设 $\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)\in GS_n$,其中 $d_1=4$,且 $\pi\neq(4,2^5),(4,2^6)$.如果 π 满足 $d_2\geqslant 3,d_4\geqslant 2$,或者 π 满足 $d_5\geqslant 2$,则 π 是蕴含 $K_{1,4}+2e$ 可图的.

证明 如果 $d_2=2$,则此时 $d_5=2$.考虑序列 $\pi_1=(d_6,d_7,\cdots,d_n)$.显然,$\sigma(\pi_1)$ 是偶数,且 $\pi\neq(4,2^5),(4,2^6)$,故 $\pi_1\neq(2),(2^2)$.于是由定理 1.2可以知道 π_1 是可图的.假设 G^* 是 π_1 的一个实现,而序列 $(4,2^4)$ 有唯一的一实现,即向完全二部图 $K_{1,4}$ 中添加 2条匹配,所得到的图记为 G'.于是 $G'\cup G^*$ 是 π 的一个实现,而且包含 $K_{1,4}+2e$ 作为子图.因此 π 是蕴含 $K_{1,4}+2e$ 可图的.

假设 $d_2=3$.考虑序列 $\pi_2=(d_3-2,d_4-2,d_5-1,d_6,\cdots,d_n)$.显然,$\sigma(\pi_2)=\sigma(\pi)-12$ 是偶数.记 $m=\max\{d_3-2,d_4-2,d_5-1,d_6,\cdots,d_n\}$.如果 $m=2$,则由定理 1.2知 π_2 是可图的.如果 $m=3$,则 $d_6=3$,且 $n\geqslant 7$.如果 $d_7=1$ 或 $d_7=3$,且 $n=7$,则 $\pi_2=(1,1,2,3,1)$ 或 $(1,1,2,3,3)$.容易验证,以上 2个序列都是可图的.如果 $n\geqslant 8$,则 π_2 中的非零项至少有 6项,即 $6\geqslant\frac{1}{1}[\frac{(3+1+1)^2}{4}]$,由定理 1.3,$\pi_2$ 是可图的.设 G^* 是 π_2 的一实现,$x_3,x_4,x_5\in V(G^*)$,且 $d_{G^*}(x_3)=d_3-2,d_{G^*}(x_4)=d_4-2,d_{G^*}(x_5)=d_5-1$.在 G^* 中,添加新的顶点 x_1,x_2,和新的边 $x_1x_2,x_1x_3,x_1x_4,x_1x_5,x_2x_3,x_2x_4$,并记

$$G=G^*+\{x_1,x_2\}+\{x_1x_2,x_1x_3,x_1x_4,x_1x_5,x_2x_3,x_2x_4\}.$$

容易知道,G 是 π 的一个实现,且 $K_{1,4}+2e\subseteq G[\{x_1,x_2,\cdots,x_5\}]$.因此 π 是蕴含 $K_{1,4}+2e$ 可图的.

假设 $d_2=4$.考虑以下 2种情形.

情形 1 $d_5\leqslant 2$.如果 $n=5$,由于 $d_1=d_2=4$,则 $d_5=2$,于是 π 的实现 G 都包含完全三部图 $K_{1,1,3}$ 作为子图,故 π 是蕴含 $K_{1,4}+2e$ 可图的.假设 $n\geqslant 6$.考虑序列 $\pi_3=(d_3-2,d_4-2,d_5-1,d_6-1,d_7,\cdots,d_n)$.易知,$\sigma(\pi_3)=\sigma(\pi)-14$ 是偶数,且 $\pi_3\neq(2),(2,2)$.由定理 1.2知 π_3 是可图的.设 G^* 是 π_3 的一实现,$x_3,x_4,x_5,x_6\in V(G^*)$,且 $d_{G^*}(x_3)=d_3-2,d_{G^*}(x_4)=d_4-2,d_{G^*}(x_5)=d_5-1,d_{G^*}(x_6)=d_6-1$.在 G^* 中添加新的顶点 x_1,x_2 和新的边 $x_1x_2,x_1x_3,x_1x_4,x_1x_5,x_2x_3,x_2x_4,x_2x_6$,并记

$$G=G^*+\{x_1,x_2\}+\{x_1x_2,x_1x_3,x_1x_4,x_1x_5,x_2x_3,x_2x_4,x_2x_6\}.$$

容易知道,G 是 π 的一个实现,并且 $K_{1,4}+2e\subseteq G[\{x_1,x_2,\cdots,x_5\}]$.因此 π 是蕴含 $K_{1,4}+2e$ 可图的.

情形 2 $d_5\geqslant 3$.如果 $d_6\leqslant 3$,则考虑序列 $\pi_4=(d_3-2,d_4-2,d_5-2,d_6,\cdots,d_n)$.显然,$\sigma(\pi_4)=\sigma(\pi)-14$ 是偶数.记 $m=\max\{d_3-2,d_4-2,d_5-2,d_6,\cdots,d_n\}$,$h=\min\{d_3-2,d_4-2,d_5-2,d_6,\cdots,d_n\}$.如果 $m\leqslant 2$,则 $\pi_4\neq(2),(2,2)$,由定理 1.2,π_4 是可图的.假设 $m=3$,即 $d_6=3$.如果 $h=2$,则由定理 1.2知,π_4 是可图的.假设 $h=1$.如果 $n\geqslant 8$,则 π_4 中非零项至少为 6,即 $6\geqslant\frac{1}{1}[\frac{(3+1+1)^2}{4}]$,由定理 1.3知 π_4 是可图的.假设 $6\leqslant n\leqslant 7$,于是 π_4 可能为以下序列之一:$(1,1,1,3)$,$(2,2,1,3)$,$(1,1,1,3,2)$,$(2,1,1,3,1)$,$(2,1,1,3,3)$,$(2,2,1,3,2)$,$(2,2,2,3,1)$.容易验证,以上 7个序列都是可图的.设 G^* 是 π_4 的一实现,$x_3,x_4,x_5\in V(G^*)$,且 $d_{G^*}(x_i)=d_i-2,i=3,4,5$.在 G^* 中,添加新的顶点 x_1,x_2,和新的边 $x_1x_2,x_1x_3,x_1x_4,x_1x_5,x_2x_3,x_2x_4,x_2x_5$,并记 $G=G^*+\{x_1,x_2\}+\{x_1x_2,x_1x_3,x_1x_4,x_1x_5,x_2x_3,x_2x_4,x_2x_5\}$.显然,$G$ 是 π 的一个实现,且 $G[\{x_1,x_2,\cdots,x_5\}]$ 包含 $K_{1,4}+2e$ 作为子图.因此 π 是蕴含 $K_{1,4}+2e$ 可图的.

假设 $d_6=4$.如果 $d_{10}\geqslant 3$,则由定理 1.4知 π 是蕴含 K_5 可图的,故 π 是蕴含 $K_{1,4}+2e$ 可图的.假设 $d_{10}\leqslant 2$.考虑序列 $\pi_5=(d_3-2,d_4-2,d_5-1,d_6-1,d_7,\cdots,d_n)$.显然,$\sigma(\pi_5)$ 是偶数.如果 $d_7=0$,即 $n=6$,则 $\pi_5=(2,2,3,3)$ 是可图的.如果 $d_7=2$,则 $n=7$ 或 $n\geqslant 8$.于是 $5\geqslant\frac{1}{2}[\frac{(3+2+1)^2}{4}]$ 或者 $6\geqslant\frac{1}{1}[\frac{(3+1+1)^2}{4}]\geqslant\frac{1}{2}[\frac{(3+2+1)^2}{4}]$.由定理 1.3知 π_5 是可图的.如果 $d_7=3$ 或 $d_7=1$,由于 $\sigma(\pi_5)$ 是偶数,则 $n\geqslant 8$,于是 $6\geqslant\frac{1}{1}[\frac{(3+1+1)^2}{4}]$.由定理 1.3知 π_5 是可图的.假设 $d_7=4$.记 $\pi_5'=(d_3',d_4',\cdots,d_n')$ 是序列 π_5 的重排,其中 $d_3'\geqslant d_4'\geqslant\cdots\geqslant d_n'$ 是 $d_3-2,d_4-2,d_5-1,d_6-1,d_7,\cdots,d_n$ 的重排.如果 $n\geqslant 8$,由 $d_{10}\leqslant 2$ 和定理 1.3,则从 π_5' 中删除 d_3' 后的剩余序列是可图的.由定理 1.1知 π_5' 可图的,即 π_5 可图的.如果 $n=7$,则 $\pi=(4^7)$.于是容易验证 $\pi_5=(2,2,3,3,4)$ 是可图的.设 G^* 是 π_5 的一实现,$x_3,x_4,x_5\in$

$V(\overset{*}{G})$,且 $d_{\overset{*}{G}}(x_3)=d_3-2,d_{\overset{*}{G}}(x_4)=d_4-2,d_{\overset{*}{G}}(x_5)=d_5-1,d_{\overset{*}{G}}(x_6)=d_6-1$.在 $\overset{*}{G}$ 中添加新的顶点 x_1,x_2,和新的边 $x_1x_2,x_1x_3,x_1x_4,x_1x_5,x_2x_3,x_2x_4,x_2x_6$,并记

$$G=\overset{*}{G}+\{x_1,x_2\}+\{x_1x_2,x_1x_3,x_1x_4,x_1x_5,x_2x_3,x_2x_4,x_2x_6\}.$$

显然,G是 π的一个实现,且 $G[\{x_1,x_2,\cdots,x_5\}]$包含 $K_{1,4}+2e$作为子图.因此 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.定理 2.1证明完毕.

定理 2.2 设 $\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)\in GS_n$,其中 $n\geqslant 5$,且 $\pi\neq(4,2^5),(4,2^6)$,则 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的,当且仅当 π满足 $d_1\geqslant 4,d_2\geqslant 3,d_4\geqslant 2$,或者 π满足 $d_1\geqslant 4,d_5\geqslant 2$.

证明 必要性显然,只需要证明充分性.由定理 2.1,并且设 $\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)\in GS_n$,其中 π满足 $d_1\geqslant 5,d_2\geqslant 3,d_4\geqslant 2$,或者 π满足 $d_1\geqslant 5,d_5\geqslant 2$.考虑删除 d_4后的剩余序列 $\pi_4=(d_1-1,d_2-1,d_3-1,d_5-1,\cdots,d_{d_4+1}-1,d_{d_4+2},\cdots,d_n)$,而且记 $\pi_4'=(d_1',d_2',\cdots,d_{n-1}')$,其中 $d_1'\geqslant d_2'\geqslant\cdots\geqslant d_{n-1}'$是 π_4中 $n-1$个项的重排.易见,$d_1'\geqslant 4,d_3'\geqslant 2$.由定理 1.1和定理 1.5知 π_4'是蕴含 $K_{1,4}+e$可图的.设 G'是 π_4'的一个实现,$K_{1,4}+e\subseteq G'$,且 $d_{G'}(v_1)=d_1-1$.记 $W=\{v|d_{G'}(v)=d_i-1,i=2,3,5,\cdots,d_4+1,v\in V(G')\}$,$N(v_1)=\{x_1,x_2,\cdots,x_{d_1-1}\}$为 v_1的邻域,易见,$|N(v_1)|\geqslant 4$.考虑以下 2种情形.

情形 1 存在 2个顶点 $x_i,x_j\in N(v_1)$使得 x_i,x_j相邻,即 $x_ix_j\in E(G')$.

不失一般性,假设 $x_1x_2\in E(G')$.如果存在顶点 $x_{i_0},x_{j_0}\in N(v_1)$,使得 $x_{i_0}x_{j_0}\in E(G')$,其中 $\{x_{i_0},x_{j_0}\}\neq\{x_1,x_2\}$,则 G'包含 $K_{1,4}+2e$作为子图.由定理 1.1知 π也是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.假设在生成子图 $G'[N(v_1)]$中只含有 1条边 x_1x_2.如果 $W\cap N(v_1)\neq\varnothing$,即存在顶点 $v_i\in W$,使得 $v_1v_i\in E(G')$,则由定理 1.1知 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.

假设 $W\cap N(v_1)=\varnothing$,且存在顶点 $v_i\in W$,使得 $N(v_i)\cap N(v_1)\neq\varnothing$.如果存在 $v_i\in W$,使得 $v_ix_1\in E(G')$(或 $v_ix_2\in E(G')$),则在 G'中,删除边 x_1v_i,v_1x_3(或 x_2v_i,v_1x_3),添加新的边 x_1x_3,v_1v_i(或 x_2x_3,v_1v_i),所得到的图记为 G''.容易知道,G''是 π_4'的一个实现,由定理 1.1知 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.如果 $v_ix_{k_0}\in E(G')$,其中 $3\leqslant k_0\leqslant d_1-1$,由于 $|N(v_1)|\geqslant 4$,则在 G'中,必然存在 $v_{k_1}\in N(v_1)-\{x_1,x_2,x_{k_0}\}$.于是删除边 $v_1x_{k_1},x_{k_0}v_i$再添加新的边 $x_{k_0}x_{k_1},v_1v_i$,所得到的图记为 G''.容易知道,G''是 π_4'的一个实现,由定理 1.1知 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.

假设对于任意的顶点 $v_k\in W$,满足 $N(v_k)\cap N(v_1)=\varnothing$,且 $v_k\in W,v_kx\in E(G')$且 $x\notin N(v_1)$.如果存在 $x_{i_0}\in N(v_1)-\{x_1,x_2\}$,使得 $xx_{i_0}\notin E(G')$,则在 G'中删除边 $v_1x_{i_0},v_kx$,添加新的边 v_1v_k,xx_{i_0},所得到的图记为 G''.容易知道,G''也是 π_4'的一个实现,由定理 1.1知 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.假设对于任意的 $x_i\in N(v_1)-\{x_1,x_2\}$,使得 $xx_i\in E(G')$.如果 $xv_1\in E(G')$,则与假设 $N(v_1)\cap N(v_k)=\varnothing$矛盾,其中 $v_k\in W$.于是有 $xv_1\notin E(G')$,则在 G'中,删除边 v_1x_3,v_1x_4,xv_k,添加新边 x_3x_4,v_1v_k,v_1x,所得到的图记为 G''.容易知道,G''是 π_4'的一个实现,且 $v_1v_k\in E(G'')$,所以,π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.

情形 2 对于任意 2个顶点 $x_i,x_j\in N(v_1)$,都有 $x_ix_j\notin E(G')$.

假设在 $N(v_1)$中,至多只有 1个顶点的度大于等于 2.不失一般性,不妨设 $d_{G'}(x_1)\geqslant 2$.由于 π_4'是蕴含 $K_{1,4}+e$可图的,则在 G'中,存在一完全图 K_3.设 $G'[\{w_1,w_2,w_3\}]=K_3$.由于 $N(v_1)$中至多只有 1个顶点的度大于等于 2,则在 $\{w_1,w_2,w_3\}$中,至少有 2个顶点,不与 $N(v_1)-\{x_1\}$中的顶点相邻.不失一般性,不妨设为 w_2,w_3.则在 G'中,删除边 $v_1x_2,v_1x_3,w_1w_2,w_1w_3$,添加新的边 $v_1w_2,v_1w_3,w_1x_2,w_1,x_3$,所得到的图记为 G''.易见,G''是 π_4'的一个实现,$K_{1,4}+e\subseteq G''[\{v_1,w_2,w_3,x_1,x_4\}]$,$w_2,w_3\in N(v_1)$且 $w_2w_3\in E(G'')$.由情形 1知 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.

假设在 $N(v_1)$中,至少有 2个顶点的度大于等于 2.不失一般性,不妨设 $d_{G'}(x_1),d_{G'}(x_2)\geqslant 2$.如果 $u\in N(x_1)\cap N(x_2)$且 $u\neq v_1$,由 $u\notin N(v_1)$,则在 G'中,删除边 ux_2,v_1x_3,添加新的边 v_1u,x_2x_3,所得的图记为 G''.易见,G''是 π_4'的一个实现,$K_{1,4}+e\subseteq G''[\{v_1,x_1,u,x_2,x_4\}]$,$x_1,u\in N(v_1)$且 $ux_1\in E(G'')$.由情形 1知 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.假设 $N(x_1)\cap N(x_2)=\{v_1\}$.因此,设 $u_i\in N(x_i),u_i\neq v_1,i=1,2$.如果 $u_1u_2\notin E(G')$,则在 G'中,删除边 u_1x_1,u_2x_2,添加新的边 x_1x_2,u_1u_2,所得到的图记为 G''.易见,G''是 π_4'的一个实现,$K_{1,4}+e\subseteq G''[\{v_1,x_1,x_2,x_3,x_4\}]$,$x_1,x_2\in N(v_1)$且 $x_1x_2\in E(G'')$.由情形 1知 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.如果 $u_1u_2\in E(G')$,则在 G'中,删除边 u_1u_2,v_1x_3,添加新的边 v_1u_1,u_2x_3,所得到的图记为 G''.易见,G''是 π_4'的一个实现,$K_{1,4}+e\subseteq G''[\{v_1,x_1,u_1,x_2,x_4\}]$,$x_1,u_1\in N(v_1)$且 $x_1u_1\in E(G'')$.由情形 1知 π是蕴含 $K_{1,4}+2e$可图的.定理 2.2证明完毕.

(下转第 227页 Continue on page 227)

参考文献:

[1] Wu B, Meng J. Basic properties of total transformation graph [J]. Math Study, 2001, 34(2): 109-116.

[2] Baoyindureng Wu, Li Zhang, Zhao Zhang. Note the transformation graph G^{xyz} when $xyz = + +$ [J]. Discrete Mathmatics, 2005, 296 263-270.

[3] 林祺. 关于变换图的若干性质 [D/OL]. [2007-03-10]. http //dlib. cnki. net/kns50/index. aspx.

[4] Wu B F, Xiao E L, Hong Y. The spectral radius of trees on k pendent vertices [J]. Linear Algebra Appl, 2005, 395 343-349.

[5] 柳柏濂. 组合矩阵论: 第 2版 [M]. 北京: 科学出版社, 2005.

[6] 洪渊. 单圈图谱的界 [J]. 华东师范大学学报: 自然科学版, 1986(1): 31-34.

[7] Chang A, Huang Q X. Ordering trees by their largest eigenvalues [J]. Linear Algebra and Its Applications, 2003, 370 175-184.

(责任编辑: 尹 闯)

(上接第 223页 Continue from page 223)

参考文献:

[1] Gould R J, Jacobson M S, Lehel J. Potentially G-graphic degree sequences [M]//Y Alavi. Combinatorics, Graph Theory and Algorithms Kalamazoo. Michigan: New Issues Press, 1999: 387-400.

[2] Erdös P, Jacobson M S, Lehel J. Graphs realizing the same degree sequences and their respective clique numbers [M]//Y Alavi. Graph Theory, Combinatorics and Applications. New York: John Wiley Sons, 1991: 439-449.

[3] Li J S, Song Z X. An extremal problem on the potentially P_k-graphic sequence [J]. Discrete Math, 2000, 212: 223-231.

[4] Li J S, Song Z X. The smallest degree sum that yields potentially P_k-graphic sequences [J]. J Graph Theory, 1998, 29: 63-72.

[5] Li J S, Song Z X, Luo R. The Erdös-Jacobson-Lehel conjecture on potentially P_k-graphic sequences is true [J]. Science in China, 1998, 41: 510-520.

[6] 赖春晖. 蕴含 C_k 的度序列 [J]. 漳州师范学院学报: 自然科学版, 1997, 10(4): 27-31.

[7] Lai C H. The smallest degree sum that yields potentially C_k-graphical sequences [J]. Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing, 2004, 49 57-64.

[8] Luo R. On potentially C_k-graphic sequences [J]. Ars Combinatoria, 2002, 64 301-318.

[9] Luo R, Warner M. On potentially K_k-graphic sequences [J]. Ars Combinatoria, 2005, 75: 233-239.

[10] 赖春晖. 蕴含 $K_4 - e$ 可图序列的刻划 [J]. 漳州师范学院学报: 自然科学版, 2002, 15(3): 53-59.

[11] Eschen E M, Niu J B. On potentially $K_4 - e$ graphic sequences [J]. Australasian J of Combinatorics, 2004, 29: 59-65.

[12] 徐正华, 胡黎莉. 蕴含 $K_{1,4} + e$ 可图序列的刻划 [J]. 漳州师范学院学报: 自然科学版, 2007, 20(1): 4-8.

[13] Kleitman D J, Wang D L. Algorithm for constructing graphs and digraphs with given valences and factors [J]. Discrete Math, 1973, 6 79-88.

[14] Li J S, Yin J H. A variation of an extremal theorem due to woodall [J]. Southeast Asian Bulletin of Mathematics, 2001, 25: 427-434.

[15] Yin J H, Li J S. An extremal problem on potentially $K_{r,s}$-graphic sequences [J]. Discrete Math, 2003, 260 295-305.

[16] Yin J H, Li J S. Two sufficient conditions for a graphic sequence to have a realization with prescribed cliquen size [J]. Discrete Math, 2005, 301: 218-227.

(责任编辑: 尹 闯)