DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.2008.03.017
广西科学 Guangxi Sciences 2008, 15(3): 260-262, 265

一类多时滞区间系统的鲁棒绝对稳定性分析*

Robust Absolute Stability Analysis for a Class of Multiple Delay Time Interval Lurie Systems

张晓娇[1],王汝凉[2],刘锦春[3]
ZHANG Xiao-jiao[1], WANG Ru-liang[2], LIU Jin-chun[3]

(1.运城学院稷山师范分院数学系,山西稷山 043200; 2.广西师范学院信息技术系,广西南宁 530001; 3.广西师范学院数学与计算机科学系,广西南宁 530023)
(1. Department of mathematics, Jishan Teachers' College of Yuncheng University, Jishan, Shanxi, 043200, China; 2. Department of Information Technology, Guangxi Teachers' College, Nanning, Guangxi, 530001, China; 3. Department of Mathematics and Computer Science, Guangxi Teachers' College, Nanning, Guangxi, 530023, China)

摘要:在 Lurie系统具有多时滞的情形下,利用线性矩阵不等式及 Lyapunov稳定性理论,给出 Lurie型直接控制系统和间接控制系统的鲁棒绝对稳定的2个新判据.

关键词:区间系统 鲁棒绝对稳定 时滞
中图法分类号:O231 文献标识码:A 文章编号:1005-9164(2008)03-0260-03

Abstract: In the case of the lurie systems with multiple delay time, linear matrix and Lyapunov stability theory are used to give two new decision condition of robust absolute stability for lurie direct and indirect control systems.

Key words: interval systems, robust absolute stability, time delay

随着经济的高速发展,现实生活中存在越来越多的不确定性因素,那么在实际简化模型时往往会出现误差,所以系统稳定性及其控制的研究再一次被转化到鲁棒与 Lurie系统上. Lurie系统本身的不确定性和非线性性,使得它的鲁棒绝对稳定性,引起人们的极大关注,许多文献对此做了深入研究[1~5].把区间系统和 Lurie系统结合起来研究已经成为一种较为普遍的方法,并且这种方法可以被进一步把推广到多非线性区间或有时滞的情形.甘作新[6]首次把该方法推广到多非线性区间的情形;文献[7,8]研究 Lurie系统有时滞的情形;文献[9]研究多时滞多非线性区间的情形.但是上述这些有关鲁棒绝对稳定性的研究都是运用 Lyapunov函数或判断区间矩阵负定或用 Riccati方程来给出系统鲁棒绝对稳定的充分条件.本文在此基础上,利用线性矩阵不等式及 Lyapunov稳定性理论,研究 Lurie系统具有多时滞的情形,给出其直接控制系统和间接控制系统的鲁棒绝对稳定的2个新判据,推广了文献[7]的结论.

收稿日期:2007-10-09
修回日期:2007-01-12
作者简介:张晓娇(1984-),女,硕士,主要从事动力系统稳定性理论研究工作。
* 广西自然科学基金项目(0640073,0679021,0679024)资助。

1 定义及引理

定义非线性特性集合:

$F[0,\infty) = \{f(\sigma) | f(0) = 0, 0 < f(\sigma) < \infty, \sigma \neq 0\}$.

考虑带有多时滞的区间 Lurie直接系统:

$$x(t) = N[P^A, Q^A]x(t) + \sum_{J=1}^{m} N[P^{D_J}, Q^{D_J}]x(t-\tau_J) + N[P^b, Q^b]f(\sigma(t)), \quad (1)$$

$$\sigma(t) = c^T x(t) \quad (2)$$

和间接系统:

$$x(t) = N[P^A, Q^A]x(t) + \sum_{J=1}^{m} N[P^{D_J}, Q^{D_J}]x(t-\tau_J) + N[P^b, Q^b]f(\sigma(t)), \quad (3)$$

$$\sigma(t) = c^T x(t) - \delta f(\sigma(t)), \quad (4)$$

其中 $c^T \in R^{1\times n}$, $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t))^T \in R^{n\times 1}$, $f(\sigma) \in F[0,\infty)$, $\delta > 0$, τ_J 为常时滞, $x(t-\tau_J)$

$= (x_1(t-\tau_J), x_2(t-\tau_J), \cdots, x_n(t-\tau_J))^{\mathrm{T}} \in R^{n\times 1}$.为了叙述方便以下对于 J 都约定为 $J = 1,2,\cdots,m$.由已知可得 $x(t-\tau) = (x(t-\tau_1), x(t-\tau_2), \cdots, x(t-\tau_m))^{\mathrm{T}} \in R^{mn\times 1}$.

区间矩阵定义为:

$N[P^A, Q^A] = \{A = [a_{ij}] \in R^{n\times n} \mid p^A_{ij} \leqslant a_{ij} \leqslant q^A_{ij}, i,j = 1,\cdots,n; P^A = [p^A_{ij}] \in R^{n\times n}, Q^A = [q^A_{ij}] \in R^{n\times n}\}$,

$N[P^{D_J}, Q^{D_J}] = \{D_J = [d_{ij}] \in R^{n\times n} \mid p^{D_J}_{ij} \leqslant d_{ij} \leqslant q^{D_J}_{ij}, i,j = 1,\cdots,n; P^{D_J} = [p^{D_J}_{ij}] \in R^{n\times n}, Q^{D_J} = [q^{D_J}_{ij}] \in R^{n\times n}, J = 1,2,\cdots,m\}$,

$N[P^b, Q^b] = \{b = [b_i] \in R^{n\times 1} \mid P^b_i \leqslant b_i \leqslant Q^b_i, i = 1,\cdots,n; P^b = [P^b_i] \in R^{n\times 1}, Q^b = [Q^b_i] \in R^{n\times 1}\}$.

再考虑一个简化的时滞辅助系统:

$$x(t) = Ax(t) + \sum_{J=1}^{m} D_J x(t-\tau_J) + bf(\sigma(t)), \quad (5)$$

$$\sigma(t) = c^{\mathrm{T}} x(t) \quad (6)$$

和

$$x(t) = Ax(t) + \sum_{J=1}^{m} D_J x(t-\tau_J) + bf(\sigma(t)), \quad (7)$$

$$\sigma(t) = c^{\mathrm{T}} x(t) - \rho f(\sigma(t)), \quad (8)$$

其中 $A \in N[P^A, Q^A]$, $D_J \in N[P^{D_J}, Q^{D_J}]$, $b \in N[P^b, Q^b]$, τ_J 为常时滞.

定义 1.1[7] 如果对于任意的 $A \in N[P^A, Q^A]$, $D_J \in N[P^{D_J}, Q^{D_J}]$, $b \in N[P^b, Q^b]$, $f(\sigma) \in F[0,\infty)$, 系统(5)、(6)和系统(7)、(8)都是全局渐近稳定的,则分别称系统(1)、(2)和系统(3)、(4)是鲁棒绝对稳定的.

引入记号:

$A_0 = (P^A + Q^A)/2$, $H^A = (Q^A - P^A)/2$,

$D_{0_J} = (P^{D_J} + Q^{D_J})/2$, $H^{D_J} = (Q^{D_J} - P^{D_J})/2$,

$b_0 = (P^b + Q^b)/2$, $H^b = (Q^b - P^b)/2$.

定义 1.2[8] 给定矩阵与矩阵集合:

$G^A = [\sqrt{h^A_{11}}e_1 \cdots \sqrt{h^A_{1n}}e_1 \cdots \sqrt{h^A_{n1}}e_n \cdots \sqrt{h^A_{nn}}e_n] \in R^{n\times n^2}$,

$F^A = [\sqrt{h^A_{11}}e_1 \cdots \sqrt{h^A_{1n}}e_n \cdots \sqrt{h^A_{n1}}e_1 \cdots \sqrt{h^A_{nn}}e_n]^{\mathrm{T}} \in R^{n^2\times n}$,

$\sum_A = \{E^A \in R^{n^2\times n^2} \mid E^A = \mathrm{diag}(\delta^A_{11},\cdots,\delta^A_{1n},\cdots,\delta^A_{n1},\cdots,\delta^A_{nn}), |\delta^A_{ij}| \leqslant 1, i,j = 1,\cdots,n\}$,

$G^{D_J} = [\sqrt{h^{D_J}_{11}}e_1 \cdots \sqrt{h^{D_J}_{1n}}e_1 \cdots \sqrt{h^{D_J}_{n1}}e_n \cdots \sqrt{h^{D_J}_{nn}}e_n] \in R^{n\times n^2}$,

$F^{D_J} = [\sqrt{h^{D_J}_{11}}e_1 \cdots \sqrt{h^{D_J}_{1n}}e_n \cdots \sqrt{h^{D_J}_{n1}}e_1 \cdots \sqrt{h^{D_J}_{nn}}e_n]^{\mathrm{T}} \in R^{n^2\times n}$,

$\sum_{D_J} = \{E^{D_J} \in R^{n^2\times n^2} \mid E^{D_J} = \mathrm{diag}(\delta^{D_J}_{11}\cdots\delta^{D_J}_{1n}\cdots\delta^{D_J}_{n1}\cdots\delta^{D_J}_{nn}), |\delta^{D_J}_{ij}| \leqslant 1, i,j = 1,\cdots,n\}$.

$G^b = [\sqrt{h^b_1}e_1 \cdots \sqrt{h^b_n}e_n] \in R^{n\times n}$, $F^b = [\sqrt{h^b_1} \cdots \sqrt{h^b_n}]^{\mathrm{T}} \in R^{n\times 1}$,

$\sum_b = \{E^b \in R^{n\times n} \mid E^b = \mathrm{diag}(\delta_1,\cdots,\delta_n), |\delta_i| \leqslant 1, i = 1,\cdots,n\}$,

其中 $e_i, i = 1,\cdots,n$ 为 $n\times n$ 阶单位矩阵 I 的第 i 个列向量.显然对于 $\forall E^A \in \sum_A$, $\forall E^{D_J} \in \sum_{D_J}$, $\forall E_b \in \sum_b$ 有

$$(E^A)^{\mathrm{T}} E^A \leqslant I, (E^{D_J})^{\mathrm{T}} E^{D_J} \leqslant I, (E^b)^{\mathrm{T}} E^b \leqslant I, \quad (9)$$

同时,如果令 $E_D = \mathrm{diag}(E_{D_1}, E_{D_2}, \cdots, E_{D_m}) \in R^{mn^2\times mn^2}$,则有 $(E^D)^{\mathrm{T}} E^D \leqslant I$ 成立.

引理 1.1[7] 任意矩阵 $A \in N[P^A, Q^A]$, $D_J \in N[P^{D_J}, Q^{D_J}]$, $b \in N[P^b, Q^b]$ 的充要条件为存在 $E^A \in \sum_A$, $E^{D_J} \in \sum_{D_J}$, $\forall E^b \in \sum_b$ 使得 $A = A_0 + G^A E^A F^A$, $D_J = D_{0_J} + G^{D_J} E^{D_J} F^{D_J}$, $b = b_0 + G^b E^b F^b$.

引理 1.2[8] 对给定的具有适当维数的矩阵 Y、G、F,其中 Y 为对称矩阵,则对所有满足 $E^{\mathrm{T}}E \leqslant I$ 的矩阵 E, $Y + GEF + F^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}} < 0$ 成立,当且仅当存在一个常数 $\varepsilon > 0$,使得 $Y + \varepsilon GG^{\mathrm{T}} + \varepsilon^{-1}F^{\mathrm{T}}F < 0$.

引理 1.3[10] 对给定的对称矩阵 $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$,其中 S_{11} 是 $r\times r$ 维的,则以下三个条件是等价的:

(i) $S < 0$; (ii) $S_{11} < 0$, $S_{22} - S^{\mathrm{T}}_{12}S^{-1}_{11}S_{12} < 0$; (iii) $S_{22} < 0$, $S_{11} - S_{12}S^{-1}_{22}S^{\mathrm{T}}_{12} < 0$.

2 主要结果

定理 2.1 如果存在对称正定矩阵 P、T 和实数 $\varepsilon > 0$, $\beta > 0$ 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} Y & X \\ X^{\mathrm{T}} & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

其中

$$Y = \begin{bmatrix} A_0^{\mathrm{T}}P + PA + trT + (F^A)^{\mathrm{T}}F^A & PD_0 & Pb_0 + \varepsilon A_0^{\mathrm{T}}c/2 + \beta c/2 \\ D_0^{\mathrm{T}}P & -T + (F^D)^{\mathrm{T}}F^D & \varepsilon D_0^{\mathrm{T}}c/2 \\ b_0^{\mathrm{T}}P + \varepsilon c^{\mathrm{T}}A_0/2 + \beta c^{\mathrm{T}}/2 & \varepsilon c^{\mathrm{T}}D_0/2 & \varepsilon c^{\mathrm{T}}b_0 + (F^b)^{\mathrm{T}}F^b \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$X = \begin{bmatrix} PG^A & PG^D & PG^b \\ 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon c^{\mathrm{T}}G_A/2 & \varepsilon c^{\mathrm{T}}G^D/2 & \varepsilon c^{\mathrm{T}}G^b/2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

则多时滞区间直接型 Lurie系统(1)、(2)鲁棒绝对稳定,其中有 $T = \varepsilon\mathrm{diag}(\overline{T}_1, \overline{T}_2, \cdots, \overline{T}_m) \in R^{mn\times mn}$, $G^D =$

$(G^{D_1}, G^{D_2}, \cdots, G^{D_m}) \in R^{n \times mn^2}$, $E^D = \operatorname{diag}(E^{D_1}, E^{D_2}, \cdots, E^{D_m}) \in R^{mn^2 \times mn^2}$, $F^D = \operatorname{diag}(F^{D_1}, F^{D_2}, \cdots, F^{D_m}) \in R^{mn^2 \times mn}$, $D = (D_1, D_2, \cdots, D_m) \in R^{n \times mn}$.

证明　由引理 1.1可得 $D = D_0 + G^D E^D F^D$,其中 $D_0 = (D_{0_1}, D_{0_2}, \cdots, D_{0_m}) \in R^{n \times mn}$.再取 Lyapunov泛函

$$V = x^{\mathrm{T}}(t)\bar{P}x(t) + \sum_{J=1}^{m}\int_{t-\tau_J}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)\bar{T}_J x(s)\mathrm{d}s + \int_0^{\sigma} f(\sigma)\mathrm{d}\sigma, \qquad (13)$$

其中 $\bar{P}$、$\bar{T}_J$ 均为正定矩阵,则 V沿系统(5)、(6)的任意轨线,其对时间的导数为:

$$\dot{V} = x^{\mathrm{T}}(t)(A^{\mathrm{T}}\bar{P} + \bar{P}A + \sum_{J=1}^{m}\bar{T}_J)x(t) + \sum_{J=1}^{m} x^{\mathrm{T}}(t-\tau_J)D_J^{\mathrm{T}}\bar{P}x(t) + f(\sigma)b^{\mathrm{T}}\bar{P}x(t) + x^{\mathrm{T}}(t)\bar{P}bf(\sigma) - \sum_{J=1}^{m} x^{\mathrm{T}}(t-\tau_J)\bar{T}_J x(t-\tau_J) + f(\sigma)c^{\mathrm{T}}Ax(t) + f(\sigma)c^{\mathrm{T}}\sum_{J=1}^{m} D_J x(t-\tau_J) + c^{\mathrm{T}}bf^2(\sigma) + \beta\sigma f(\sigma) - \beta\sigma f(\sigma) + x^{\mathrm{T}}(t)\bar{P}\sum_{J=1}^{m} D_J x(t-\tau_J), \qquad (14)$$

其中 $\bar{P} > 0, \bar{T}_J > 0, \beta > 0$.显然,如果

$$\begin{bmatrix} A^{\mathrm{T}}\bar{P} + \bar{P}A + tr\bar{T} & \bar{P}D & \bar{P}b + A^{\mathrm{T}}c/2 + \beta c/2 \\ D^{\mathrm{T}}\bar{P} & -\bar{T} & D^{\mathrm{T}}c/2 \\ b^{\mathrm{T}}\bar{P} + c^{\mathrm{T}}A/2 + \beta c^{\mathrm{T}}/2 & c^{\mathrm{T}}D/2 & c^{\mathrm{T}}b \end{bmatrix} < 0, \qquad (15)$$

则由(14)式可得 $\dot{V}$,由 Lyapunov稳定性理论可知,多时滞区间直接型 Lurie系统(1)、(2)鲁棒稳定,其中 $\bar{T} = \operatorname{diag}(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \cdots, \bar{T}_m) \in R^{mn \times mn}$.此时由引理 1.1给出的区间矩阵分解可令

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} A_0^{\mathrm{T}}\bar{P} + \bar{P}A_0 + tr\bar{T} & \bar{P}D_0 & \bar{P}b_0 + A_0^{\mathrm{T}}c/2 + \beta c/2 \\ D_0^{\mathrm{T}}\bar{P} & -\bar{T} & D_0^{\mathrm{T}}c/2 \\ b_0^{\mathrm{T}}\bar{P} + c^{\mathrm{T}}A_0/2 + \beta c^{\mathrm{T}}/2 & c^{\mathrm{T}}D_0/2 & c^{\mathrm{T}}b_0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{P}G^A & \bar{P}G^D & \bar{P}G^b \\ 0 & 0 & 0 \\ c^{\mathrm{T}}G^A/2 & c^{\mathrm{T}}G^D/2 & c^{\mathrm{T}}G^b/2 \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} \bar{P}G^A E^A F^A + (F^A)^{\mathrm{T}}(E^A)^{\mathrm{T}}(G^A)^{\mathrm{T}}\bar{P} & * & * \\ (F^D)^{\mathrm{T}}(E^D)^{\mathrm{T}}(G^D)^{\mathrm{T}}\bar{P} & 0 & * \\ (F^b)^{\mathrm{T}}(E^b)^{\mathrm{T}}(G^b)^{\mathrm{T}}\bar{P} + c^{\mathrm{T}}G^A E^A F^A/2 & c^{\mathrm{T}}G^D E^D F^D/2 & c^{\mathrm{T}}G^b E^b F^b \end{bmatrix},$$

其中的 * 可由矩阵的对称性得到,则(15)式等价于

$$\bar{Y} + M < 0, \qquad (16)$$

矩阵 M可做分解:

$$M = \bar{X}\operatorname{diag}(E^A, E^D, E^b)\operatorname{diag}(F^A, F^D, F^b) + (\operatorname{diag}(E^A, E^D, E^b))^{\mathrm{T}}(\operatorname{diag}(F^A, F^D, F^b))^{\mathrm{T}}\bar{X}^{\mathrm{T}}.$$

由(9)式,显然有 $(\operatorname{diag}(E^A, E^D, E^b))^{\mathrm{T}}\operatorname{diag}(E^A, E^D, E^b) \leqslant I$ 成立,因而由引理 1.2可知,(16)式成立的充要条件是存在 $\varepsilon > 0$,使得

$$\bar{Y} + \varepsilon\bar{X}\bar{X}^{\mathrm{T}} + \frac{1}{\varepsilon}\operatorname{diag}((F^A)^{\mathrm{T}}F^A, (F^D)^{\mathrm{T}}F^D, (F^b)^{\mathrm{T}}F^b) < 0. \qquad (17)$$

显然令 $X = \varepsilon\bar{X}, P = \varepsilon\bar{P}, T = \varepsilon\bar{T}, \delta = \varepsilon\beta$,则

$$Y = \varepsilon\bar{Y} + \operatorname{diag}((F^A)^{\mathrm{T}}F^A, (F^D)^{\mathrm{T}}F^D, (F^b)^{\mathrm{T}}F^b). \qquad (18)$$

由(17)式和(18)式及引理 1.3(shur补性质),可知定理 2.1结论成立.

注 **1**　在定理的证明过程中引入 $\beta\sigma f(\sigma)$项是为了便于在定理 2.2中针对间接型系统进行讨论,把直接型系统与间接型系统统一起来.

定理 **2.2**　如果存在对称正定矩阵 P、T和实数 $\varepsilon > 0, \delta > 0$,使得线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} Y & X \\ X^{\mathrm{T}} & -I \end{bmatrix} < 0,$$

其中 $Y =$

$$\begin{bmatrix} A_0^{\mathrm{T}}P + PA + trT + (F^A)^{\mathrm{T}}F^A & PD_0 & Pb_0 + \varepsilon c/2 + \delta c/2 \\ D_0P & -T + (F^D)^{\mathrm{T}}F^D & 0 \\ b_0^{\mathrm{T}}P + \varepsilon c^{\mathrm{T}}/2 + \delta c^{\mathrm{T}}/2 & 0 & -\varepsilon d + (F^b)^{\mathrm{T}}F^b \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} PG^A & PG^D & PG^b \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

T的形式同定理 2.1一样,则多时滞区间间接型控制系统(3)、(4)鲁棒绝对稳定.

注 **2**　对于单常时滞的情形,即定理中所有 D_J都相同,也就是只有一个 τ的情形,可以用文献[7]的方法来判断;对于单变时滞的情形,可以令 $D_J = D, \tau = \tau(t)$,只须在判别矩阵的分块矩阵 Y的第二行第二列中的 T前面加系数$(1 - \dot{\tau}(t))$即可.

注 **3**　定理 2.1与定理 2.2中的判据都是由线性矩阵不等式给出,所以只需判定这些线性矩阵不等式的可行解是否存在即可判断对应系统的鲁棒绝对稳定性.线性矩阵不等式可行解的求解为凸规划问题,可以通过 MATLAB和 LMI工具箱求解.

参考文献:

[1] Zhao Z R, Dong X M. Delay-dependent absolute stability criterion for Lurie system with Mulitiple delays [J].辽宁师范大学学报:自然科学版, 2004, 27(2): 135-138.

[2] 甘作新,韩京清,葛渭高.具有多个非线性项的一般 Lurie直接控制系统的绝对稳定性[J].数学学报, 2002, 45(2): 405-410.

[3] 朱丽梅,刘丹,苏志勋.一般 Lurie间接系统的鲁棒绝对稳定性[J].大连海事大学学报, 2001, 27(1): 81-83.

[4] 甘作新,葛渭高.多变量一般 Lurie间接系统的鲁棒绝对稳定性[J].北京理工大学学报, 1999, 19(6): 663-667.

[5] 年晓红. Lurie型鲁棒控制系统的绝对稳定性[J].控制理论与应用, 1995(5): 641-645.

(下转第 265页　Continue on page 265)

(ii) The proof is similar with (i). The proof of this theorem is completed.

3 Optimality conditions

In this section, we apply the associated results to the nonlinear programming problem with inequality constraints as follows:

$$(P_g)\quad \begin{aligned} &\min \quad f(x) \\ &\text{s. t.} \quad g_i(x) \leqslant 0, i \in I = \{1, 2, \cdots, m\}, \\ &x \in R^n. \end{aligned}$$

Denote the feasible set of (P_g) by $S_g = \{x \in R^n | g_i(x) \leqslant 0, i \in I\}$. For convenience of discussion, we always assume that f and g_i are all differentiable and S_g is a nonempty set in R^n.

Theorem 3.1 If $g_i(x)(i \in I)$ are zero-set quasi-convex functions, then the feasible set S_g of problem (P_g) is a convex set.

Proof Let $S_i = \{x | g_i(x) \leqslant 0\}, i \in I$, from Theorem 2.1, one knows that $S_i(i \in I)$ are all convex sets. So, $S_g = \bigcap_{i \in I} S_i$ is a convex set.

Theorem 3.2 Assume that x^* is a KKT point of (P_g), and the function $f(x)$ is differentiable and pseudo-convex, $g_i(x)(i \in I)$ are differentiable and zero-set quasi-convex, then x^* is an optimal solution of the problem (P_g).

Proof For any $x \in S_g$, we have $g_i(x) \leqslant 0 = g_i(x^*)$, $i \in I(x^*) = \{i \in I | g_i(x^*) = 0\}$. Therefore, from the zero-set quasi-convexity of $g_i(x)$, $x \in S_g$ and Theorem 2.3, one can obtain $\nabla g_i(x^*)^T(x - x^*) \leqslant 0$ for $i \in I(x^*)$.

Since x^* is the KKT point of (P_g), there exist multipliers $u_i \geqslant 0$ such that

$$\nabla f(x^*) + \sum_{i \in I} u_i \nabla g_i(x^*) = 0, u_i g_i(x^*) = 0.$$

From the above equation, we have

$$\nabla f(x^*)^T(x - x^*) = -\sum_{i \in I} u_i \nabla g_i(x^*)^T(x - x^*) = -\sum_{i \in I(x^*)} u_i \nabla g_i(x^*)^T(x - x^*) \geqslant 0.$$

Hence from the pseudo-convexity of $f(x)$, one can conclude $f(x) \geqslant f(x^*)$. Therefore x^* is an optimal solution of the problem (P_g).

References

[1] Bector C R, Suneja S K, Lalitha C S. Generalized B-vex functions and generalized B-vex programming [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1993, 76(3): 561-576.

[2] Bazaraa M S, Sherali H D and Shetty C M. Nonlinear programming theory and algorithms: second edition[M]. the United States of America: John Wiley and Sons, 1993.

[3] Youness E A. E-convex sets, E-convex functions and E-convex programming [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1999, 102(2): 439-450.

[4] Jian J B. On (E, F) generalized convexity [J]. International Journal of Mathematical Sciences, 2003, 2(1): 121-132.

(责任编辑: 尹　闯)

(上接第 262页　Continue from page 262)

[6] 甘作新,葛渭高.多非线性区间 Lurie系统的鲁棒绝对稳定性 [J].辽宁师范大学学报: 自然科学版, 2000, 23(1): 9-14.

[7] 马克茂,王清.带有时滞的区间 Lurie系统的鲁棒绝对稳定性分析 [J].哈尔滨工业大学学报, 2006, 38(2): 170-173.

[8] 马克茂.区间系统鲁棒绝对稳定性分析 [J].系统工程与电子技术, 2006, 28(2): 280-283.

[9] 黎克麟,曾意.具有多滞后的区间非线性 Lurie控制系统的鲁棒绝对稳定性 [J].四川师范大学学报, 2007, 30(1): 27-30.

[10] 俞立.鲁棒控制—— 线性矩阵不等式处理方法 [M].北京: 清华大学出版社, 2002 6-22.

(责任编辑: 尹　闯)