

## 锥形渐扩管内逆压梯度紊流场的数值仿真

## Numerical Simulation of Turbulence Having Adverse Pressure Gradient in a Conical Diffuser

肖 瑞

XIAO Rui

(惠州学院, 广东惠州 516007)

(Huizhou University, Huizhou, Guangdong, 516007, China)

摘要: 用 DLR(近壁低雷诺数)型  $k-\epsilon$  紊流模型·BFC(边界拟合曲线坐标变换)法, 对总扩散角为  $8^\circ$ , 扩散度为 4 的锥形渐扩管内充分发展的不可压粘性紊流进行数值仿真, 研究不同数值入流边界条件对计算结果的影响以及整个流场主要流动参数的分布特性。

关键词: 数值仿真 锥形渐扩管 紊流

中图分类号: O242 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2009)02-0120-04

**Abstract** Fully developed incompressible sticky turbulent flow in a conical diffuser having a total divergence of  $8^\circ$  and an area ratio of 4 has been simulated by a  $k-\epsilon$  model for near-wall and low-Re-number and its Boundary-Fit curvilinear Coordinate Transformation method. The research has been done under different numerical entering boundary conditions. The influence of the different numerical entering boundary conditions on computational results has been gotten by comparing with experimental data. The parameter distributions of the whole flow area have been given respectively.

**Key words** numerical simulation, conical diffuser, turbulent flow

紊流流动是一种不规则的流动状态, 研究紊流的目的是预测和控制自然界各种复杂紊流。随着计算机的迅速发展, 数值仿真成为近年来预测复杂紊流和研究紊流物理的主要手段之一。本文根据实际需要和现有的计算机条件, 在适于锥形渐扩管内紊流的 DLR(近壁低雷诺数)型  $k-\epsilon$  紊流模型·BFC(边界拟合曲线坐标变换)法的基础上, 采用近壁密集型径向适体非均匀网格系统<sup>[1,2]</sup>, 对锥形渐扩管内不可压缩的逆压梯度粘性紊流进行数值仿真, 研究不同数值入流边界条件对计算结果的影响以及整个流场主要流动参数的分布特性。

## 1 DLR型 $k-\epsilon$ 紊流模型和数值仿真方法

### 1.1 模型的基本方程组

锥形渐扩管模型流路如图 1 所示, 其中锥形渐扩管总扩散度为  $8^\circ$ , 扩散度为 4

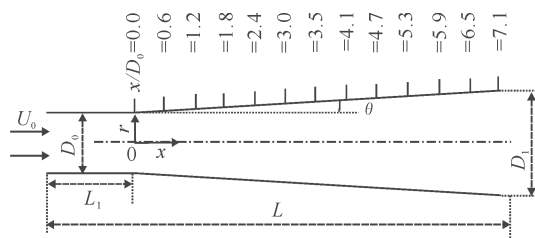


图 1 锥形渐扩管模型流路

Fig. 1 Model flow field in conical diffuser

对于轴对称的锥形渐扩管内逆压梯度的紊流, 假定: (1) 流体为不可压粘性无旋流; (2) 各向同性; (3) 忽略重力影响。速度用入口速度  $U_0$ , 坐标用前接管直径  $D_0$ , 紊流动能用  $U_0^2$ , 紊流耗散率用  $U_0^3/D_0$ , 压力用  $\rho U_0^2$ , 时间用  $D_0/U_0$  分别无量纲化, 则柱坐标下, 无量纲化 DLR型  $k-\epsilon$  紊流模型的基本方程组为<sup>[1]</sup>

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{v}u) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{1}{Re} + \xi \right) \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \frac{1}{Re} + \xi \right) \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{p} + \frac{2}{3} k \right), \quad (2)$$

收稿日期: 2008-11-17

作者简介: 肖 瑞 (1980-), 女, 助理实验师, 硕士, 主要从事计算流体力学研究。

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(\bar{u}\bar{v}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{v}\bar{v}) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{1}{Re} + \xi \right) \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \frac{1}{Re} + \xi \right) \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right) \right] - \frac{2}{r} \left( \frac{1}{Re} + \xi \right) \frac{\bar{v}}{r} - \frac{\partial}{\partial r} \left( p + \frac{2}{3}k \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}k) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{v}k) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \frac{1}{Re} + \frac{\xi}{\epsilon_1} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right] + G - X, \quad (4)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}X) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{v}X) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{1}{Re} + \frac{\xi}{\epsilon_2} \right) \frac{\partial X}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \frac{1}{Re} + \frac{\xi}{\epsilon_2} \right) \frac{\partial X}{\partial r} \right] + C_1 \frac{X}{k} G - C_2 f_2 \frac{X}{k}, \quad (5)$$

$$G = \xi \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\bar{v}}{r} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 \right\},$$

$$\xi = C_D f_* k^2 / X, \quad (6)$$

方程组中:  $x$  表示轴向距离;  $r$  表示离开轴心的径向距离;  $p$  表示时均压力;  $\xi$  表示涡动粘性系数;  $Re$  表示雷诺数;  $k$  表示紊流动能;  $X$  表示紊流动能耗散率;  $\bar{u}$  和  $\bar{v}$  表示时均速度分量。

模型函数  $f_1, f_2$  分别为

$$f_1 = [1 - \exp(-y^+ / A)]^2 (1 + B / R^3), \quad (7)$$

$$f_2 = \{1 - 0.3 \exp[-(R^+ / A_u)^2]\} [1 - \exp(-y^+ / B_u)]^2, \quad (8)$$

其中, 常数系数  $[A, B, A_u, B_u] = [26, 4, 1, 6.5, 6.0]$ , 模型常数取值为  $[C_D, \epsilon_1, \epsilon_2, C_1, C_2] = [0.09, 1.0, 1.3, 1.44, 1.92]$

## 1.2 数值方法

DLR型  $k-X$ 紊流模型由时均连续方程, 两个紊流时均运动方程,  $k$  方程,  $X$  方程和涡动粘性方程组成, 未知量分别为  $\bar{u}, \bar{v}, k, X, p, \xi$ , 方程个数与未知量个数相等, 从而可以对整个紊流场, 即从中心区域直至壁面进行数值仿真计算。

对于空间: 非线性的对流项用 3 次精度的迎风差分格式<sup>[1]</sup>, 与边界相接的网格点用 2 次精度的迎风差分格式<sup>[3]</sup>; 其它项用 2 次精度的中心差分格式<sup>[3]</sup>。对于时间: 粘性项用 Euler-Backward 法<sup>[1]</sup>, 求  $\bar{u}, \bar{v}$  时采用 3 次精度的迎风差分格式<sup>[1]</sup>, 并用加速点迭代法求解, 使得速度和压力同时松弛, 其它项用 Adams-Bashforth 型差分格式<sup>[1]</sup>, 将基本方程组的各导数项分别用上述差分格式离散化, 得到差分方程组, 即为仿真模型。在各时间层, 压力的泊松方程用加速点迭代法求解。

## 1.3 边界条件

对于固体壁面, 速度和紊流动能用无滑移条件, 即  $\bar{u}_w = 0, \bar{v}_w = 0, \bar{k}_w = 0$ ; 根据紊流耗散率  $X$  的分布特性, 在壁面上赋予有限值; 压力用滑移条件; 入流断面  $\bar{u}_m = \bar{u}(y), \bar{k}_m = k(y), \bar{X}_m = X(y)$ ; 出流断面用自由出流条件; 中心轴用对称条件<sup>[1]</sup>。

计算实例是锥形渐扩管内充分发展的不可压粘性紊流, 入口雷诺数分别为  $2.9 \times 10^5$  和  $1.16 \times 10^5$ 。

## 2 计算结果及分析

### 2.1 数值入流边界条件的影响

保持其它计算条件(表 1)不变, 改变数值入流边界条件, 则时均速度  $\bar{u}$  和紊流动能  $k$  分布的计算结果(图 2 和图 3)显示, 改变数值入流边界条件对  $\bar{u}$  和  $k$  分布的影响较为显著, 不仅影响渐扩管入口附近的流体流动, 而且还影响渐扩管出口附近的流体流动。图 2 中, 算例 A 和 A2 与文献[4]的实验数据符合较好; 在管轴心附近, 算例 A2 中时均速度的分布较 A 均匀; 在管壁面附近, 距离渐扩管入口较远处, 算例 A1 与文献[4]的实验数据符合程度比 A2 好。图 3 中, 算例 A3 比 A 的仿真结果精确, 与文献[5]的实验数据符合较好; 算例 A 在渐扩管轴心附近趋于均匀, 而算例 A4 则在壁面到轴心的中心位置附近趋于均匀, 而且几乎为零。

表 1 数值仿真算例的计算条件

Table 1 The computational conditions of numerical simulation cases

算例 Cases	数值入流边界条件 Numerical entering boundary conditions	网格间距 Grid interval	$Re$ ( $\times 10^5$ )	网格数 Grid number
A1	充分发展的紊流 Fully developed fluence	$W_x = 0.001,$ $W_r = 0.01$	2.93	300 × 100
A2	均匀入流 <sup>[1]</sup> Uniform inflow	$W_x = 0.001,$ $W_r = 0.01$	2.93	300 × 100
A3	充分发展的紊流 Fully developed fluence	$W_x = 0.001,$ $W_r = 0.01$	1.16	300 × 100
A4	均匀入流 <sup>[1]</sup> Uniform inflow	$W_x = 0.001,$ $W_r = 0.01$	1.16	300 × 100

### 2.2 主流方向各流动参数的分布

图 4~ 图 8 显示主流方向代表性断面诸流动参数分布的计算结果, 其中图 4 的算例为 A1, 图 5 至图 8 的算例为 A3。

#### 2.2.1 时均速度 $\bar{u}$ 的分布

图 4 结果显示,  $\bar{u}$  分布的变化较大。由于渐扩管入口处为充分发展的管流, 所以入口附近速度较大, 进入渐扩管后, 沿主流方向  $\bar{u}$  逐渐减小, 部分动能

转化为渐扩管的压力能。在渐扩管壁面处,由于粘性的影响,  $\bar{u}$  都相对小,但是在渐扩管轴心处,各断面的速度值均达到最大。

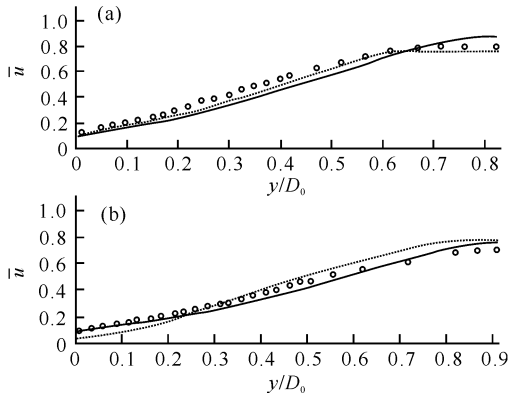


图 2  $\bar{u}$  分布的计算结果与实验数据<sup>[4]</sup>的比较

Fig. 2 The comparison of computational results and experimental data<sup>[4]</sup> of  $\bar{u}$  distribution

(a)  $x/D_0 = 4.7$ ; (b)  $x/D_0 = 5.9$  — : A1; ..... : A2; ° : 实验数据 Experiment data.

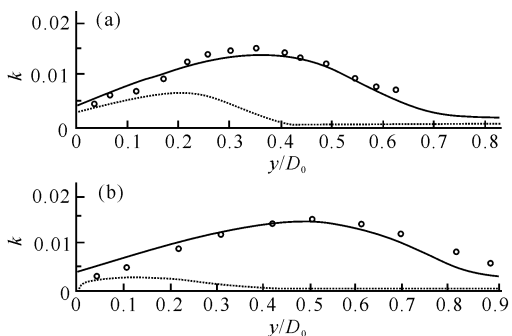


图 3  $k$  分布的计算结果与实验数据<sup>[5]</sup>的比较

Fig. 3 The comparison of computational results and experimental data<sup>[5]</sup> of  $k$  distribution

(a)  $x/D_0 = 4.7$ ; (b)  $x/D_0 = 5.9$  — : A3; ..... : A4; ° : 实验数据 Experiment data.

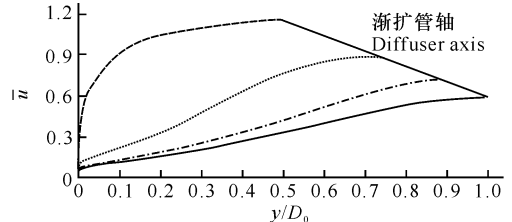


图 4  $\bar{u}$  分布的计算结果

Fig. 4 The computational results of  $\bar{u}$  distribution  
— :  $x/D_0 = 0$ ; ..... :  $x/D_0 = 3.5$ ; ° :  $x/D_0 = 5.9$ ; — :  $x/D_0 = 7.1$

2.2.2 时均压力  $\bar{p}$  的分布

图 5 结果显示,  $\bar{p}$  分布的变化较大,沿主流动方向压力呈逐渐增大的趋势,在管轴心附近,压力突然增大后又趋于稳定。与图 4 对比可知,锥形渐扩管是一种压力恢复装置,沿流向流速降低,压力增大,流体的动能转化为压力能

2.2.3 紊流动能  $k$  的分布

图 6 结果显示,除了入口 ( $x/D_0 = 0$ ) 断面,其它断面  $k$  的变化趋势大致相同,均先逐渐增大,随后逐渐减小。在渐扩管轴心附近,离入口越远  $k$  值越大。

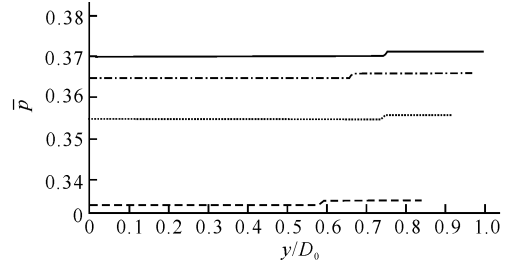


图 5  $\bar{p}$  分布的计算结果

Fig. 5 The computational results of  $\bar{p}$  distribution  
— :  $x/D_0 = 4.7$ ; ..... :  $x/D_0 = 5.9$ ; ° :  $x/D_0 = 6.5$ ; — :  $x/D_0 = 7.1$

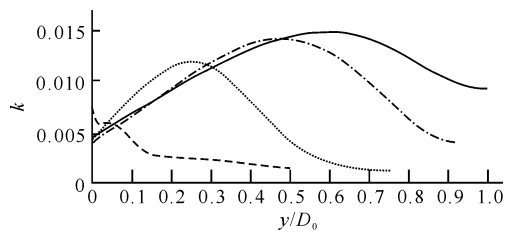


图 6  $k$  分布的计算结果

Fig. 6 The computational results of  $k$  distribution  
— :  $x/D_0 = 0$ ; ..... :  $x/D_0 = 3.5$ ; ° :  $x/D_0 = 5.9$ ; — :  $x/D_0 = 7.1$

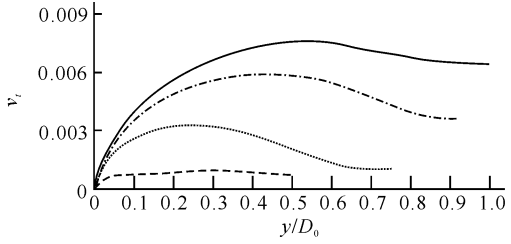


图 7  $\xi$  分布的计算结果

Fig. 7 The computational results of  $\nu_t$  distribution  
— :  $x/D_0 = 0$ ; ..... :  $x/D_0 = 3.5$ ; ° :  $x/D_0 = 5.9$ ; — :  $x/D_0 = 7.1$

2.2.4 涡动粘性系数  $\xi$  的分布

图 7 结果显示,各断面  $\xi$  分布的变化较大,但是趋势大致相同,沿径向均是先逐渐增大,达到最大值后逐渐减小,在管轴心附近趋于稳定。沿主流动方向  $\xi$  逐渐增大。

2.2.5 紊流耗散率  $X$  的分布

图 8 结果显示,各断面  $X$  的分布变化较大,呈现波动。渐扩管壁面附近,各断面  $X$  值均较大于其它处。渐扩管轴心处,各断面的  $X$  值均趋于最小。在入口断面,  $X$  值先是急剧增大,几乎呈直线趋势上升到最高点,后又急剧下降。

流耗散率则很不稳定,呈波动现象。

本文使用 DLR型  $k-\epsilon$ 紊流模型。BFC法对锥形渐扩管内充分发展的不可压粘性紊流进行仿真,提高了数值预测的精度,得到较为精确的仿真结果和主要流动参数的分布特性,为以后研究这种紊流提供了可靠的依据。

参考文献:

- [1] 何永森,刘邵英.机械管内流体数值预测[M].北京:国防工业出版社,1999.
- [2] Thompson J F, Thames F C, Mastin C W. Automatic numerical generation of bodyfitted curvilinear coordinate system for fields containing any number of arbitrary two-dimensional bodies[J]. J Comp Phys, 1974, 15: 299.
- [3] 孙勇,何永森.锥形渐扩管内紊流数值预测诊断系统的研究——网格数和差分方法的影响[J].湘潭大学自然科学学报, 2005(1): 47.
- [4] Okwuobi P A C, Azad R S. Turbulence in a conical diffuser with fully developed flow at entry [J]. J Fluid Mech, 1973, 57(3): 603.
- [5] Singh D, Azad R S. Turbulent kinetic energy balance in a conical diffuser [R]. Manitoba, Canada, Department of Mechanical Engineering University of Manitoba Winnipeg, 1981.

(责任编辑: 韦廷宗 邓大玉)

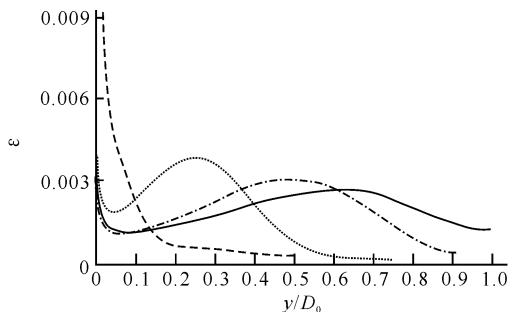


图 8 X分布的计算结果

Fig. 8 The computational results of X distribution

—:  $x/D_0 = 0$ ; .....:  $x/D_0 = 3.5$ ; - - - :  $x/D_0 = 5.9$ ; - · - :  $x/D_0 = 7.1$

### 3 结束语

用 DLR型  $k-\epsilon$ 紊流模型。BFC法,对总扩散角为  $8^\circ$ ,扩散度为 4 的锥形渐扩管内充分发展的不可压粘性紊流进行数值仿真和诊断分析。数值仿真结果表明:算例 A1和 A3与实验数据符合较好,数值入流边界的差异对紊流动能  $k$  的影响较时均速度  $\bar{u}$  显著。当均匀入流时,时均速度  $\bar{u}$  和紊流动能  $k$  沿径向离开壁面一定距离后都趋于均匀;当入流条件为充分发展的紊流时,时均速度在管轴心处均达到最大,且沿主流方向流速降低,时均压力逐渐增大,涡动粘性系数在管轴心附近比较稳定且沿主流方向逐渐增大,紊

(上接第 116 页 Continue from page 116)

表 6  $F = F_0$  时各种检验的功效

Table 6 The powers of tests for  $F = F_0$

检验 Tests	功效 Powers				
	$n = 10$	$n = 50$	$n = 100$	$n = 200$	$n = 300$
KS	0.0343	0.0823	0.1797	0.4212	0.6825
SKS	0.0036	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BJ	0.0340	0.2096	0.4718	0.8404	0.9708
CV	0.0201	0.0623	0.1665	0.8007	1.0000
AD	0.0096	0.0580	0.2407	0.7324	0.9583
EM	0.0162	0.1136	0.3672	0.8323	0.9751
$nR_n$	0.0472	0.3541	0.6715	0.9252	0.9896
$2nT_n$	0.0251	0.1853	0.4873	0.8940	0.9886

表 1-表 6 的模拟结果显示,  $nR_n$  和  $2nT_n$  这两种检验在大多数情况不比其他常用的拟合优度检验差,在某些情况下甚至要优于常用的拟合优度检验,而且它们收敛到其极限分布的速度都较快。本文的结论可以进一步完善非参数拟合优度检验内容,为更好地使用这种检验提供理论基础。

参考文献:

- [1] Berk R H, Jones D H. Goodness-of-fit statistics that dominate the Kolmogorov statistics [J]. Z Wahrscheinlichkeitstheorie Verw Gebiete, 1979, 47: 47-59.

- [2] Jager L, Wellner J A. A new goodness of fit test the reversed Berk-Jones statistic. Technical report 443 [R]. Washington: Department of statistics, University of Washington, 2004.
- [3] Einmahl J H J, McKeague I W. Empirical likelihood based hypothesis testing [J]. Bernoulli, 2003, 9(2): 267-290.
- [4] 张军舰. 广义非参似然比拟合优度检验 [D]. 北京: 中国科学院数学与系统科学研究院, 2006.
- [5] 张军舰. 矩约束条件下的广义经验似然 [J]. 广西师范大学学报, 2006, 24(1): 56-59.
- [6] Wellner J A, Koltchinskii V. A note on the asymptotic distribution of Berk-Jones type statistics under the null hypothesis High dimensional probability III [C]. Basel: Birkhauser, 2003: 321-332.
- [7] Shorack G R, Wellner J A. Empirical processes with applications to statistics [M]. New York: Wiley, 1986.
- [8] Lewis P A. Distribution of the anderson-darling statistic [J]. Ann Math Stat, 1961, 32: 1118-1124.
- [9] Jaeschke D. The asymptotic distribution of the supremum of the standardized empirical distribution function on subintervals [J]. Ann Statist, 1979, 7(1): 108-115.

(责任编辑: 韦廷宗)