DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.2009.02.004
广西科学 Guangxi Sciences 2009, 16(2): 136~138, 146

Musielak-Orlicz序列空间的强暴露点*
Strongly Exposed Points in Musielak-Orlicz Sequence Spaces

唐献秀[1],魏文展[2],林尤武[1]
TANG Xian-xiu[1], WEI Wen-zhan[2], LIN You-wu[1]

(1.广西师范学院数学科学学院,广西南宁 530001; 2.广西经贸职业技术学院,广西南宁 530021)
(1. School of Mathematical Sciences, Guangxi Teachers Education University, Nanning, Guangxi, 530001, China; 2. Guangxi Economic Trade Polytechnic, Nanning, Guangxi, 530021, China)

摘要:给出赋 Luxemburg范数和赋 Orlicz范数下 Musielak-Orlicz序列空间单位球面上的点是强暴露点的充分必要条件.

关键词: Musielak-Orlicz序列空间 强暴露点 Luxemburg范数 Orlicz范数
中图法分类号: O177.3 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2009)02-0136-03

Abstract For Musielak-Orlicz sequence spaces endowed with Luxemburg norm and Orlicz norm, the necessary and sufficient conditions of strongly exposed points are given in this paper.

Key words Musielak-Orlicz sequence spaces, strongly exposed points, Luxemburg norm, Orlicz norm

记 X 为 Banach空间,X^* 表示 X 的对偶空间,$B(X)$ 和 $S(X)$ 分别表示 X 的单位球和单位球面.$x\in S(X)$ 称为 $B(X)$ 的暴露点是指存在某 $f\in S(X^*)$,使得对任何 $y\in B(X)\backslash\{x\}$,$f(y)<f(x)=1$.$x\in S(X)$ 称为 $B(X)$ 的强暴露点是指存在 $f\in S(X^*)$,使对任何 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}\subset B(X)$,$f(x_n)\to f(x)=1$,蕴含 $\|x_n-x\|\to 0$.

暴露点与强暴露点是 Banach空间几何学中的基本概念,在控制论与逼近论中有广泛的应用,具有较好的几何意义.目前已有很多学者研究过 Orlicz空间的暴露点和强暴露点[1~3].Musielak-Orlicz序列空间的暴露点在文献[4,5]中已有讨论,但 Musielak-Orlicz序列空间上的强暴露点还未见报道.本文给出 Musielak-Orlicz序列空间上的点是强暴露点的充要条件,旨在完善与推广强暴露性理论.

1 定义及引理

定义 1[6] 记 $M=(M_i)_{i=1}^{\infty}$ 为函数列,其中 M_i: $(-\infty,+\infty)\to[0,\infty)$ 满足 $M_i(0)=0$, $\lim\limits_{u\to\infty}M_i(u)=\infty$,存在 $u_i>0$ 使 $M_i(u_i)<\infty$,$M_i(u)$ 为偶的,凸的,左连续函数,$i=1,2,\cdots$.$N=(N_i)_{i=1}^{\infty}$,其中 $N_i(v)=\max\limits_{u\geqslant 0}\{u|v|-M_i(u)\}$,具有与 M 同样的性质,称为 M 的余函数,可以证明 M 也是 N 函数.记 $e(i)=\sup\{u\geqslant 0: M_i(u)=0\}$,$B(i)=\sup\{u>0: M_i(u)<\infty\}$,$i=1,2,\cdots$,$p_i^-(u)$,$p_i(u)$ 分别为 $M_i(u)$ 的左,右导数,$q_i^-(v)$,$q_i(v)$ 分别为 $N_i(v)$ 的左,右导数.

定义 2[6] 线性集 $\{x$: 存在 $\lambda>0$,使 $\rho_M(\lambda x)<\infty\}$ 赋予 Luxemburg范数: $\|x\|=\inf\{c\geqslant 0: \rho_M(\frac{x}{c})\leqslant 1\}$ 或 Orlicz范数: $\|x\|^0=\inf\limits_{k>0}\frac{1}{k}\{1+\rho_M(kx)\}$,皆为 Banach空间,称为 Musielak-Orlicz序列空间,分别记为 l_M 和 l_M^0.其子空间 $\{x\in l_M$: 对任何 $\lambda>0$,存在 i_λ,使 $\sum\limits_{i>i_\lambda}M_i(\lambda x(i))<\infty\}$ 赋予上述范数也是 Banach空间,分别记为 h_M 和 h_M^0.

对 $x\in l_M^0$ 记 $k(x)=[k_x^*,k_x^{**}]$,其中 $k_x^*=\inf\{k>0: \rho_N(p(k|x|))=\sum\limits_{i=1}^{\infty}N_i(p(k|x(i)|))\geqslant 1\}$,$k_x^{**}=\sup\{k>0: \rho_N(p(k|x|))=\sum\limits_{i=1}^{\infty}N_i(p(k|x(i)|))\leqslant$

收稿日期: 2008-11-17
作者简介:唐献秀(1984-),女,硕士研究生,主要从事泛函分析研究。
* 广西自然科学基金项目(桂科自0728050)资助。

1}. 每一个 $y\in l_N^0$ 都可以看作是 l_M 的泛函，其意义[7]为 $y(x)=\sum_{i=1}^{\infty}x(i)y(i)$，$x\in l_M$. l_M 上每一个有界线性泛函 f，可唯一分解为 $f=y+\varphi$，其中 $y\in l_N^0$，φ 为奇异泛函，且 $\|f\|=\|y\|_N^0+\|\varphi\|$.

对 $x\in l_M^0$，记 $S_x=\{i: x(i)\neq 0\}$，$O_x=\{i: x(i)=0\}$，$\theta_x=\inf\{c>0: \rho_M(\frac{c}{x})<\infty\}$，则 $\theta_x=\lim\limits_{n\to\infty}\|x-[x]_n\|=\lim\limits_{n\to\infty}\|x-[x]_n\|^0$，其中 $[x]_n=(x(1),\cdots,x(n),0,0\cdots)$. 记 $x=\{x(i)\}_{i=1}^{\infty}$ 为实数列，x 关于 M 的模定义为 $\rho_M(x)=\sum_{i=1}^{\infty}M_i(x(i))$.

定义 3[8] 称 M 满足 Δ_2^0-条件（简记为 $M\in\Delta_2^0$）是指存在 $k>0$，$u_0>0$，$i_0\in N$，$C_i\geq 0\,(i>i_0)$ 和 $\sum_{i>i_0}C_i<\infty$ 满足 $M_i(2u)\leqslant kM_i(u)+C_i\,(i>i_0, M_i(u)\leqslant u_0)$.

定义 4[9] 称闭区间 $[a,b]$ 为 $M_i(u)$ 的构成仿射区间是指 $M_i(u)$ 在区间 $[a,b]$ 上是仿射的，且对任意 $\varepsilon>0$，$M_i(u)$ 在 $[a-\varepsilon,b]$ 和 $[a,b+\varepsilon]$ 均非仿射的.

定义 5[9] 一个点 $x\in R$ 称为 M_i 的严格凸点是指如果 $x=\frac{u+v}{2}$，$u\neq v$，则有 $M_i(\frac{u+v}{2})<\frac{1}{2}(M_i(u)+M_i(v))$. M_i 上严格凸点的全体记为 S_{M_i}，$S_{M_i}=R\backslash(\bigcup_n(a_n,b_n))$，其中 $[a_n,b_n]$ 是 M_i 的构成仿射区间.

再引入记号：$A=\{a_i: p^-(a_i)<p(a_i)\}$，$B=\{b_i: p^-(b_i)<p(b_i)\}$，$A'=\{a_i: p^-(a_i)=p(a_i)\}$，$B'=\{b_i: p^-(b_i)=p(b_i)\}$.

引理 1[10] 若 $x\in l_M^0$，$\sum_{i\in S_x}N_i(B(i))>1$，则 $k(x)\neq\emptyset$，当且仅当 $k\in k(x)$ 时，$\|x\|^0=\frac{1}{k}(1+\rho_M(kx))$. 若 $\sum_{i\in S_x}N_i(B(i))\leqslant 1$，则 $\|x\|^0=\sum|x(i)|B(i)$.

引理 2[11] $x\in S(l_M)$ 为 $B(l_M)$ 端点的充要条件是以下 3 个条件都成立. (1) $|x(i_0)|=B(i_0)$ 或者 $\rho_M(x)=1$; (2) $e(i)=0$，$i\in O_x$; (3) $u\{i: |x(i)|\notin S_{M_i}\}\leqslant 1$.

引理 3[11] $x\in S(l_M)$ 为 $B(l_M)$ 的强端点的充要条件为 x 是端点且 $M\in\Delta_2^0$.

引理 4[4] 若 $x\in S(l_M)$，且至少有一个 i_0 使得 $|x(i_0)|\neq B(i_0)$，$f=y+\varphi$（$y\in l_N^0$，φ 为奇异泛函）为 x 的支撑，则有 $k(y)\neq\emptyset$.

引理 5[4] 若 $x\in S(l_M)$，且至少有一个 i_0 使得 $|x(i_0)|\neq B(i_0)$，则 $f=y+\varphi$（$y\in l_N^0$，φ 为奇异泛函）为 x 的支撑的充要条件是以下 3 个条件都成立. (1) $\rho_M(x)=1$; (2) $x(i)y(i)\geqslant 0$，$\|\varphi\|=\varphi(x)$; (3) $p_i^-(x(i))\leqslant ky(i)\leqslant p_i(x(i))$，$i=1,2,\cdots$，$k\in k(y)$.

2 主要结果

定理 1 设 $x\in S(l_M)$，且至少有一个 i_0，使 $|x(i_0)|\neq B(i_0)$，则 x 为 $B(l_M)$ 的强暴露点的充要条件是以下 4 个条件都成立. (1) x 是 $B(l_M)$ 的强端点; (2) 存在 $\varepsilon>0$ 使 $\rho_N((1+\varepsilon)p^-(x))<\infty$; (3) 若 $\{i\in N: |x(i)|\in R\backslash S_M\}=\{i_0\}$，则 $\{i\neq i_0: |x(i)|\in A'\cup B'\}=\emptyset$; (4) 若 $\{i\in N: |x(i)|\in R\backslash S_M\}=\emptyset$，则 $\{i\in N: |x(i)|\in B'\}=\emptyset$ 或 $\{i\in N: |x(i)|\in A'\}=\emptyset$.

证明 先证必要性. 不妨设 $x(i)>0$，由于强暴露点必为强端点. 由引理 3 知条件 (1) 成立.

若条件 (2) 不真，即对任何 $\varepsilon>0$，$\rho_N((1+\varepsilon)p^-(x))=\infty$. 若 $x\in S(l_M)$ 为强暴露点，从而必为暴露点，对于 x 的任意暴露支撑 $f=y+\varphi$（$y\in l_N^0$，φ 为奇异泛函）则 $y\neq 0$. 否则，若 $y=0$，$f=\varphi$，由于 $\varphi(x)=\varphi(x-[x]_n)$，但 $x\neq x-[x]_n$. 与 x 为暴露点矛盾. 由引理 4 和引理 5，得 $k(y)\neq\emptyset$，且 $\rho_M(x)=1$，$x(i)y(i)\geqslant 0$，$\|\varphi\|=\varphi(x)$，$p^-(x(i))\leqslant ky(i)\leqslant p_i(x(i))$，有 $k\in k(y)$，$p_i^-((1+\varepsilon)x(i))\leqslant k(1+\varepsilon)y(i)\leqslant p_i((1+\varepsilon)x(i))$. 所以由 $\infty=\rho_N((1+\varepsilon)p^-(x))\leqslant\rho_N((1+\varepsilon)k_y)\leqslant(1+\varepsilon)\rho_N(k_y)\leqslant(1+\varepsilon)\rho_N(p_i(x(i)))<\infty$，导出矛盾. 故条件 (2) 成立.

若条件 (3) 不真，即存在 $i\in N$，使 $x(i)\in A'\cup B'$，亦即存在 $i\in N$ 使 $x(i)\in A'$ 或 $x(i)\in B'$. 若 $x(i)\in A'$，$A'=\{a_i: p^-(a_i)=p(a_i)\}$，则 $p^-(x(i))=p(x(i))$. 不妨设 $i=1$，即 $p^-(x(1))=p(x(1))$. 取 $\varepsilon>0$，使 $p_1(x(1))=p_1(x(1)+\varepsilon)$，$M_1(x(1))=M_1(x(1)+\varepsilon)$. 令 $x'=(x(1)+\varepsilon,x(2),x(3),\cdots)$，则 $\rho_M(x')=\sum_{i=1}^{\infty}M_i(x'(i))=M_1(x(1)+\varepsilon)+\sum_{i=2}^{\infty}M_i(x'(i))=M_1(x(1))+\sum_{i=2}^{\infty}M_i(x(i))=\sum_{i=1}^{\infty}M_i(x(i))=\rho_M(x)=1$，所以 $x'\in S(l_M)$. 任取 x' 的支撑泛函 $f=y+\varphi$（$y\in l_N^0$，φ 为奇异泛函），则 $k(y)\neq\emptyset$，且 $\rho_M(x)=1$，$x(i)y(i)\geqslant 0$，$\|\varphi\|=\varphi(x)$，$p_i^-(x(i))\leqslant ky(i)\leqslant p_i(x(i))$，$k\in k(y)$.

事实上，$\rho_M(x')=1$，$\|\varphi\|=\varphi(x)=\varphi(x')$，$p_1^-(x(1)+\varepsilon)\leqslant p_1(x(1)+\varepsilon)=p_1(x(1))=p_1^-(x(1))\leqslant ky(1)$. 而 $ky(1)\leqslant p_1x(1)=p_1(x(1)+\varepsilon)$，即有 $p_1^-(x'(1))\leqslant ky(1)\leqslant p_1(x'(1))$，所以 f 也为 x' 的支撑. 这与 x 为暴露点矛盾.

同理,若 $x(i)\in B'$ 也可以推出矛盾.从而条件(3)为真.

若条件(4)不真,则有如下 2种情况之一成立.(Ⅰ)存在 $i,j\in N,i\neq j$ 使 $x(i)=b_i\in B',x(j)=a_j\in A'$.(Ⅱ)存在 $i_0\in N,x(i_0)=b_{i_0}\in B'$ 或 $x(i_0)=a_{i_0}\in A'$.

由条件(3)知情况(Ⅰ)不可能发生.若情况(Ⅱ)发生,对 x 的任意支撑泛函 y,由 $M\in\Delta_2^0$ 知 $y\in l_N^0$.又由 $x(i_0)=b_{i_0}\in B'$ 知 $k(y)$ 是单点集.记为 $\{k_y\}$,于是 $\|k_y-[k_y]_n\|_N^0\to 1$,故存在一列 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}\subset S(l_M)$,使 $\sum_{i=n+1}^{\infty}x_n(i)k_y(i)=\langle x_n,k_y-[k_y]_n\rangle\geqslant\|k_y-[k_y]_n\|_N^0-\frac{1}{n}$.

不失一般性,可设 $x_n=(0,\cdots,0,x_n(n+1),x_n(n+2),\cdots)$.记 $C=M_{i_0}(b_{i_0})-M_{i_0}(a_{i_0})$,并假设 $C<1$.当 $i>i_0$ 时,记 $z_n=(x(1),\cdots,x(i_0-1),a_{i_0},x(i_0+1),\cdots,x(n),Cx(n+1),Cx(n+2),\cdots)$.易证 $\rho_M(z_n)\leqslant 1$.此蕴含 $\|z_n\|\leqslant 1$.进一步,有 $\langle z_n,k_y\rangle=\sum_{i=1,\neq i_0}^{n}x(i)k_y(i)+a_{i_0}p(b_{i_0})+C\sum_{i>n}x_n(i)k_y(i)=\sum_{i=1}^{n}[M_i(x(i))+N_i(k_y(i))]+0(\frac{1}{n})\to\rho_M(x)+\rho_N(k_y)=k_y$,于是 $\langle z_n,y\rangle\to 1$.但 $\|z_n-x\|\geqslant\|(0,\cdots,0,b_{i_0}-a_{i_0},0,0,\cdots)\|>0$.说明 x 非强暴露点,矛盾.

综合上述,条件(4)为真,从而必要性得以证明.

再证充分性.分 3种情况:(Ⅰ)$\{i:x(i)\in(R\setminus S_{M_i})\cup B'\}=\emptyset$;(Ⅱ)$\{i:x(i)\in(R\setminus S_{M_i})\cup A'\}=\emptyset$;(Ⅲ)$\{i:x(i)\in(R\setminus S_{M_i})\}=\{i_0\}$,$\{i\neq i_0:x(i)\in A'\cup B'\}=\emptyset$.

对于情况(Ⅰ),记 $I=\{i:x(i)\in A'\}$,$J=\{i:x(i)\in A'\cup B'\}$,$H=N\setminus(I\cup J)$.对每个 $i\in J$,选取 $\varepsilon_i>0$,使 $p_i^-(x(i))+\varepsilon_i<p_i(x(i))$,$\sum_{i\notin J}N_i(p_i^-(x(i)))+\sum_{i\in J}N_i(p_i^-(x(i))+\varepsilon_i)<\infty$.令

$$w(i)=\begin{cases}p_i^-(x(i))+\varepsilon_i, & i\in J,\\ p_i^-(x(i)), & i\notin J,\end{cases}$$

则 $\rho_N(w)<\infty$,所以 $w\in l_N^0$.令 $y=\frac{1}{\|w\|_N^0}$,则 $\|y\|_N^0=1$,即 $y\in S(l_N^0)$.又 $1\geqslant\langle x,y\rangle=\frac{1}{\|w\|_N^0}(\sum_{i\notin J}x(i)p_i(x(i)))+\sum_{i\in J}x(i)p_i^-(x(i)+\varepsilon_i))=\frac{1}{\|w\|_N^0}(\sum_{i\notin J}M_i(x(i))+N_i(p_i^-(x(i))))+\sum_{i\in J}(M_i(x(i))+N_i(p_i^-(x(i))+\varepsilon_i))=\frac{1}{\|w\|_N^0}(\rho_M(x)+\rho_N(w))=\frac{1}{\|w\|_N^0}(1+\rho_N(w))\geqslant\|y\|_N^0=1$,即 $1=\|y\|_N^0=\frac{1}{\|w\|_N^0}(1+\rho_N(\|w\|_N^0y))$.故 $\langle x,y\rangle=1$,$k=\|w\|_N^0\in k(y)$.由此得到 y 为 x 点的支撑泛函.对任何 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}\subset B(l_M)$,$\langle x_n,y\rangle\to 1$.显然有 $\sum_{i=1}^{\infty}(M_i(x_n(i))+N_i(\|w\|_N^0y(i)))-\sum_{i=1}^{\infty}\|w\|_N^0x_n(i)y(i)\to 0$.由于 $M_i(x_n(i))+N_i(\|w\|_N^0y(i))-\|w\|_N^0x_n(i)y(i)\geqslant 0$,故 $M_i(x_n(i))+N_i(\|w\|_N^0y(i))-\|w\|_N^0x_n(i)y(i)\to 0(n\to\infty,i=1,2,\cdots)$.当 $i\in J\cup H$ 时,必有 $x_n(i)\to x(i)$.由 Fatou 定理,知 $\lim_{n\to\infty}\sum_{i\in J\cup H}M_i(x_n(i))\geqslant\sum_{i\in J\cup H}M_i(x(i))$.由于 $\rho_M(x_n)\leqslant 1=\rho_M(x)$,有 $\overline{\lim_{n\to\infty}}\sum_{i\in I}M_i(x_n(i))\leqslant\sum_{i\in I}M_i(x(i))$,对每个 $i\in I$,$x(i)$ 为 $M_i(u)$ 的构成仿射区间的左端点.易证对任意 $i\in I$,有 $\lim_{n\to\infty}x_n(i)=x(i)$.

综合上述,$\lim_{n\to\infty}x_n(i)=x(i)$,结合 $M\in\Delta_2^0$,得 $\|x_n-x\|\to 0$,所以 x 为强暴露点.

情况(Ⅱ)和(Ⅲ)采用与(Ⅰ)相同的思路可以证明.

定理 2 $x\in S(l_M^0)$ 为 $B(l_M^0)$ 的强暴露点的充要条件是以下 4个条件都成立.(1)x 是强端点;(2)对任意 $k\in k(x)$ 有 $\{i:k|x(i)|\in(R\setminus S_{M_i}0)\cup A'\cup B'\}=\emptyset$;(3)存在 x 的支撑泛函 y 和 $\varepsilon>0$,使 $\rho_N((1+\varepsilon)p^-(x))<\infty$;(4)若 $\rho_N(p^-(kx))=1$,则 $\{i:k|x(i)|\in B\}=\emptyset$,若 $\rho_N(p(kx))=1$,则 $\{i:k|x(i)|\in A\}=\emptyset$.

参考文献:

[1] 王保祥.Orlicz空间的暴露点[J].宝鸡师范学院学报,1989,12(2):43-49.

[2] Grzaslewicz R,Hudzik H,Kurc W.Extreme and exposed points in Orlicz spaces[J].Canad J Math,1992,44(3):505-515.

[3] 李民丽,王保祥,王廷辅.Orlicz序列空间的强暴露点[J].数学学报,1999,42(4):645-648.

[4] 赵亮,崔云安.赋 Luxemburg范数的 Musielak-Orlicz序列空间的暴露点[J].哈尔滨师范大学学报:自然科学版,2005,21(4):3-6.

[5] 赵亮,吴从炘.赋 Orlicz范数的 Musielak-Orlicz序列空间的暴露点[J].黑龙江大学学报:自然科学版,2006,23(2):184-187.

(下转第 146页 Continue on page 146)

即方程组(12)有解 $u_0^*(t)$ 且对 $t\in[0,1]$,有 $0<(-1)^k u^{*(k)}(t)\leqslant a_k(0\leqslant k\leqslant 2n-1)$.

参考文献:

[1] 刘学艳,张炳根.高阶差分方程 LidstoneBVP的特征值问题[J].数学学报,2006,49(3):617-624.

[2] 张景中,熊金城.函数迭代与一维动力系统[M].成都:四川教育出版社,1992.

[3] 麦结华,刘新和.一类迭代函数方程的 C^m 解的存在性、唯一性和稳定性[J].中国科学(A),2000,30(2):129-144.

[4] 魏兰阁.一个 Duffing方程的调和解和次调和解[J].数学进展,2003,32(1):39-46.

[5] 姚慧丽,张传义.一类非线性延迟积分方程正的概周期型解的存在性[J].数学学报,2004,47(2):279-284.

[6] 徐建华.一类时滞积分方程概周期解的存在性[J].系统科学与数学,2003,23(2):251-256.

[7] 王宏洲,邓立虎,葛渭高.一类奇性边值问题的正解[J].数学学报,2000,43(3):385-390.

[8] 刘立山.Banach空间非线性混合型微分-积分方程初值问题整体解的存在性[J].系统科学与数学,2000,20(1):112-116.

[9] 姚庆六.非线性分数微分方程解的若干存在性结论[J].高校应用数学学报:A辑,2005,20(3):297-302.

[10] 姚庆六.一类次线性分数微分方程的正解存在性[J].应用数学学报,2005,28(3):429-434.

[11] 姚庆六.一般 Lidstone边值问题的解的存在性[J].数学物理学报,2005,25A(7):1004-1011.

[12] 毛安民,栾世霞.非线性特征值问题的正解[J].数学年刊,2003,24A(2):167-174.

[13] 林晓宁.一阶微分方程周期边值问题最优正解的存在性[J].东北师大学报:自然科学版,2005,37(1):7-10.

[14] 李晓聪,江成顺.一类四阶边值问题的分析[J].数学物理学报,2005,25A(6):890-897.

[15] 倪小虹,葛渭高.高耦合边值问题正解的存在性[J].应用数学学报,2005,28(2):210-215.

[16] 姚庆六.三阶常微分方程的某些非线性特征值问题的正解[J].数学物理学报,2003,23A(5):513-519.

[17] 张国伟,孙经先.非线性 $(k,n-k)$ 共轭边值问题正解存在的特征值条件[J].数学物理学报,2006,26A(6):889-896.

[18] 马宇红,马如云.一类奇异非线性三点边值问题的正解[J].数学物理学报,2003,23A(5):583-588.

[19] 庞常词.超线性非共振奇异 Dirichlet边值问题的正解[J].系统科学与数学,2002,22(1):78-84.

[20] 李仁贵、刘立山.二阶奇异非线性微分方程边值问题的正解[J].应用数学与力学,2001,22(4):435-440.

[21] 程建纲.非线性奇异边值问题[J].应用数学学报,2000,23(1):122-129.

[22] 柴国庆.奇异边值问题的正解存在性[J].数学物理学报,2001,21A(4):521-526.

[23] 毛安民,薛美.奇异边值问题的正解[J].数学学报,2001,44(5):899-908.

[24] 孙经先,张国伟.奇异非线性 Sturm-Liouville问题的正解[J].数学学报,2005,48(6):1095-1104.

[25] 张国伟,孙经先.一类奇异两点边值问题的正解[J].应用数学学报,2006,29(2):297-310.

[26] 赵增勤.二阶奇异超线性微分方程正解的存在性和不可比较性[J].应用数学学报,2006,29(5):921-932.

[27] 刘立山,孙彦.非线性奇异边值问题的正解[J].数学物理学报,2005,25A(4):554-563.

[28] 孙彦,徐本龙,刘立山.Sturm-Liouville方程奇异边值问题的正解[J].系统科学与数学,2005,25(1):69-77.

[29] 马如云.非线性常微分方程非局部问题[M].北京:科学出版社,2004.

(责任编辑:尹　闯)

(上接第138页 Continue from page 138)

[6] Kaminska A. Rotundity of Orlicz-Musielak sequence space[J]. Bull AC Pol Math, 1981, 29(3-4): 137-144.

[7] Hudzik H, Ye Y N. Suppor functional and smoothness in Musielak-Orlicz sequences spaces endowed with the Luxemburg norm [J]. Comment Math Univ Carolinae, 1990, 31(4): 661-684.

[8] Musielak J. Orlicz spaces and modular spaces[M]. Berlin: Lecture Notes in Math, vol Springer-verlag, 1983.

[9] 吴从炘,王廷辅,陈述涛,等.Orlicz空间几何理论[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1986.

[10] 吴从炘,孙慧颖.Musielak-Orlicz序列空间范数与复凸性[J],数学年刊,1991,12(A),增刊:98-102.

[11] Liu Xinbo, Wang Tingfu, Yu Feifei. Extreme pionts and strongly extreme points of Musielak-Orlicz sequences spaces [J]. Acta Mathematica Sinica, English Series, 2005, 21(2): 267-278.

(责任编辑:尹　闯)