广西科学 Guangxi Sciences 2009,16(3):256～259

一种基于综合优势度指标排序模糊数的新方法*

A New Method for Ranking Fuzzy Numbers Based on the Composite Dominance of Fuzzy Numbers

王中兴,李　健,高山林
WANG Zhong-xing,LI Jian,GAO Shan-lin

(广西大学数学与信息科学学院,广西南宁　530004)
(School of Mathematics and Information Science,Guangxi University,Nanning,Guangxi,530004,China)

摘要:给出模糊数散度指标及几何优势度的定义,再综合相对离散优势度及几何优势度,提出一种基于综合优势度指标排序模糊数的新方法并用算例对其进行检验.新方法既考虑模糊数的散度指标,又考虑模糊数的质心指标,在一定程度上克服了只考虑单一指标排序模糊数时出现的一些缺陷,所得的排序结果与一般决策者的偏好相一致.

关键词:模糊数　散度　质心　排序

中图法分类号:O159,C934　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1005-9164(2009)03-0256-04

Abstract: The divergence and geometric dominance of fuzzy numbers are defined, with the composite of the discrete dominance and geometric dominance,a new ranking method has been proposed and examples are used to show the advantages of proposed method. The proposed method has not only been considered the centroid of fuzzy number but also relate to the divergence of fuzzy number, which can improve the methods of ranking fuzzy numbers considered only one single index,and the ranking results according to decision makers.

Key words:fuzzy numbers,divergence,centroid,ranking

在多属性决策分析中,由于决策信息的不完整性以及人们思维的模糊性,决策者对属性值的判定通常用模糊数来表示.因此,模糊数的排序方法在决策及其它模糊应用系统的研究中起着非常重要的作用[1~7].本文给出模糊数散度指标及几何优势度的定义,并综合相对离散优势度及几何优势度,提出一种排序模糊数的新方法.

1　模糊数的排序指标

定义1[8]　模糊集 $\widetilde{A}$ 称为模糊数,其隶属函数 $f_{\widetilde{A}}(x)$ 的表达式为

$$f_{\widetilde{A}}(x)=\begin{cases} f_{\widetilde{A}}^{L}(x), a\leqslant x\leqslant b,\\ w, b\leqslant x\leqslant c,\\ f_{\widetilde{A}}^{R}(x), c\leqslant x\leqslant d,\\ 0,\text{其它}, \end{cases} \qquad (1)$$

其中 $f_{\widetilde{A}}^{L}(x):[a,b]\rightarrow[0,w]$ 和 $f_{\widetilde{A}}^{R}(x):[c,d]\rightarrow[0,w]$ 是连续且严格单调的,其反函数分别为 $g_{\widetilde{A}}^{L}(y)$ 和 $g_{\widetilde{A}}^{R}(y)$. 此时,模糊数 $\widetilde{A}$ 简记为 $(a,b,c,d;w)$. 若 $f_{\widetilde{A}}^{L}(x)$ 和 $f_{\widetilde{A}}^{R}(x)$ 均为线性函数,则称 $\widetilde{A}$ 为梯形模糊数;进一步,若还有 $b=c$,则 $\widetilde{A}$ 称为三角模糊数.

1.1　散度指标

设 $0\leqslant\alpha\leqslant w$,则模糊数 $\widetilde{A}$ 的 α- 截集为 $\widetilde{A}_{\alpha}=\{x|f_{\widetilde{A}}(x)\geqslant\alpha,x\in R\},\alpha\in[0,w]$. 记 $l_{\alpha}=\min\{x|x\in\widetilde{A}_{\alpha}\},\alpha\in[0,w],r_{\alpha}=\max\{x|x\in\widetilde{A}_{\alpha}\},\alpha\in[0,w]$,令 $\delta_{\alpha}=r_{\alpha}-l_{\alpha}$,那么 δ_{α} 表示模糊数 $\widetilde{A}$ 在 α 水平的聚集程度.

定义2　对于模糊数 $\widetilde{A}=(a,b,c,d;w)$,定义其散度指标为

$$N(\widetilde{A})=\frac{1}{d-a}\Big[\int_{0}^{1}\delta_{0}\mathrm{d}\alpha-\int_{0}^{w}\delta_{\alpha}\mathrm{d}\alpha\Big]. \qquad (2)$$

对于任意 $\widetilde{A}\in F(U)$,其中 $F(U)$ 为全集 U 上全体模糊集,散度指标 $N(\widetilde{A})$ 具有下面5个性质:

1) 对于任意 $\widetilde{A}\in F(U)$,有 $N(\widetilde{A})\in[0,1]$;

收稿日期:2009-03-05
作者简介:王中兴(1962-),男,教授,主要从事优化与决策研究。
* 广西自然科学基金项目([桂科自]0991029)资助。

2) $N(\widetilde{A})=0$ 当且仅当 $f(x)\equiv 1$，其中 $x\in[a,d]$；

3) $N(\widetilde{A})=1$ 当且仅当 $f(x)\equiv 0$，其中 $x\in[a,d]$；

4) 对任意 $x\in[a,d]$，如果有 $f_{\widetilde{A}_i}(x)\geqslant f_{\widetilde{A}_j}(x)$ 成立，可以推出 $N(\widetilde{A}_i)\leqslant N(\widetilde{A}_j)$；同样，对任意 $x\in[a,d]$，如果有 $f_{\widetilde{A}_i}(x)\leqslant f_{\widetilde{A}_j}(x)$ 成立，可以推出 $N(\widetilde{A}_i)\geqslant N(\widetilde{A}_j)$；

5) 对于任意 $\widetilde{A}\in F(U)$，$\widetilde{A}^c$ 表示 $\widetilde{A}$ 的余集，有 $N(\widetilde{A})=N(\widetilde{A}^c)$.

显然，模糊集的散度越大，其判断的模糊程度就越大，从而越不确定.

定义 3[9] 模糊数 $\widetilde{A}_i$ 相对于 $\widetilde{A}_j$ 的离散优势度为

$$d_{ij}=\frac{1-N(\widetilde{A}_i)}{(1-N(\widetilde{A}_i))+(1-N(\widetilde{A}_j))},i,j=1,2,\cdots,n. \tag{3}$$

由(3)式，对于任意一组模糊数 $\widetilde{A}_i(i=1,2,\cdots,n)$，可以得到其离散优势度矩阵 $D=(d_{ij})_{n\times n}$，显然 $0\leqslant d_{ij}\leqslant 1, d_{ij}+d_{ji}=1, d_{ii}=0.5, i,j=1,2,\cdots,n$.

1.2 几何优势度

定义 4[10] 模糊数 $\widetilde{A}$，其质心指标 $(\bar{x}(\widetilde{A}),\bar{y}(\widetilde{A}))$ 满足关系式：

$$\bar{x}(\widetilde{A})=\frac{\int_a^b xf_{\widetilde{A}}^L(x)\mathrm{d}x+\int_b^c xw\mathrm{d}x+\int_c^d xf_{\widetilde{A}}^R(x)\mathrm{d}x}{\int_a^b f_{\widetilde{A}}^L(x)\mathrm{d}x+\int_b^c w\mathrm{d}x+\int_c^d f_{\widetilde{A}}^R(x)\mathrm{d}x}, \tag{4}$$

$$\bar{y}(\widetilde{A})=\frac{\int_0^w y(g_{\widetilde{A}}^R(y)-g_{\widetilde{A}}^L(y))\mathrm{d}y}{\int_0^w (g_{\widetilde{A}}^R(y)\mathrm{d}y-g_{\widetilde{A}}^L(y))\mathrm{d}y}. \tag{5}$$

若 $\widetilde{A}$ 为梯形模糊数，则

$$\bar{x}(\widetilde{A})=\frac{1}{3}[a+b+c+d-\frac{dc-ab}{(d+c)-(a+b)}], \tag{6}$$

$$\bar{y}(\widetilde{A})=\frac{w}{3}[1-\frac{c-b}{(d+c)-(a+b)}]. \tag{7}$$

若 $\widetilde{A}$ 为三角模糊数，则

$$\bar{x}(\widetilde{A})=\frac{1}{3}[a+b+d],\bar{y}(\widetilde{A})=\frac{w}{3}. \tag{8}$$

对于一般决策者而言，都是比较偏向靠向右边而且最大隶属度越接近1的模糊数. 在文献[11]的基础上我们给出模糊数的几何优势值(其实际意义参见文献[11]).

定义 5 模糊数 $\widetilde{A}$ 的几何优势值为

$$f(\widetilde{A}) = \frac{1}{2}\mu(x)[\sqrt{\bar{x}(\widetilde{A})^2+\bar{y}(\widetilde{A})^2}+|\bar{x}(\widetilde{A})\bar{y}(\widetilde{A})|], \tag{9}$$

其中 $\mu(x):R\rightarrow\{-1,1\}$ 且

$$\mu(x)=\begin{cases}1,x\geqslant 0,\\-1,x<0.\end{cases}$$

这样对于模糊数 $\widetilde{A}_i$ 和 $\widetilde{A}_j$，可以定义它们的几何优势度.

定义 6[9] 对于模糊数 $\widetilde{A}_i$ 和 $\widetilde{A}_j$，$\widetilde{A}_i$ 优于 $\widetilde{A}_j$ 的几何优势度为

$$r_{ij}=\frac{f(\widetilde{A}_i)}{f(\widetilde{A}_i)+f(\widetilde{A}_j)}. \tag{10}$$

由(10)式，对于任意一组模糊数 $\widetilde{A}_i(i=1,2,\cdots,n)$，可以得到其几何优势度矩阵 $R=(r_{ij})_{n\times n}$，显然 $0\leqslant r_{ij}\leqslant 1, r_{ij}+r_{ji}=1, r_{ii}=0.5, i,j=1,2,\cdots,n$.

2 排序模糊数的新方法

综合上述的离散优势度和几何优势度，得到综合优势度矩阵：

$$Z=RD^{\mathrm{T}}, \tag{11}$$

其中 $R=(r_{ij})_{n\times n}, D=(d_{ij})_{n\times n}$.

由于综合优势度矩阵 Z 不一定满足模糊互补判断矩阵的条件，因此，采用如下改进形式给出综合排序指标：

$$z_i=\sum_{j=1}^n r_{ij}d_{ij},i=1,2,\cdots,n. \tag{12}$$

对于给出的一组模糊数 $\widetilde{A}_1,\widetilde{A}_2,\cdots,\widetilde{A}_n$，基于综合优势度指标排序模糊数的具体算法步骤如下.

步骤 1 由(2)式确定模糊数 $\widetilde{A}_i$ 的散度 $N(\widetilde{A}_i)$，$i=1,2,\cdots,n$.

步骤 2 根据(3)式计算模糊数 $\widetilde{A}_i$ 相对于模糊数 $\widetilde{A}_j$ 的离散优势度 $d_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$，并确定离散优势度矩阵 $D=(d_{ij})_{n\times n}$.

步骤 3 利用(4)式和(5)式计算模糊数 $\widetilde{A}_i$ 的质心指标 $\bar{x}(\widetilde{A}_i)$ 和 $\bar{y}(\widetilde{A}_i)$，$i=1,2,\cdots,n$.

步骤 4 利用(9)式计算模糊数 $\widetilde{A}_i$ 的几何优势值 $f(\widetilde{A}_i)$，$i=1,2,\cdots,n$.

步骤 5 依据(10)式计算模糊数 $\widetilde{A}_i$ 相对于模糊数 $\widetilde{A}_j$ 的几何优势度 r_{ij}，并确定几何优势度矩阵 $R=(r_{ij})_{n\times n}$.

步骤 6 依据(12)式计算模糊数 $\widetilde{A}_i$ 的综合排序指标，并将其归一化得

$$Z_i=\frac{\sum_{j=1}^n r_{ij}d_{ij}}{\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n r_{ij}d_{ij}},i=1,2,\cdots,n. \tag{13}$$

根据 Z_i 的大小对模糊数 $\widetilde{A}_i(i=1,2,\cdots,n)$ 进行排序.

3 算例分析

例 1 对于文献[12]给出的2个三角模糊数 $\widetilde{A}_1$

$= (3,5,7;1)$，$\widetilde{A}_2 = (3,5,7;0.8)$ 和 3 个梯形模糊数 $\widetilde{A}_3 = (5,7,9,10;1)$，$\widetilde{A}_4 = (6,7,9,10;0.6)$，$\widetilde{A}_5 = (7,8,9,10;0.4)$（如图 1），判断他们的优先关系.

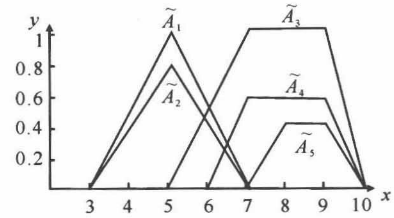

图 1　模糊数 $\widetilde{A}_1$、$\widetilde{A}_2$、$\widetilde{A}_3$、$\widetilde{A}_4$、$\widetilde{A}_5$ 的隶属函数

Fig. 1　Fuzzy membership functions of $\widetilde{A}_1$、$\widetilde{A}_2$、$\widetilde{A}_3$、$\widetilde{A}_4$、$\widetilde{A}_5$

由(2)式确定模糊数 $\widetilde{A}_1$、$\widetilde{A}_2$、$\widetilde{A}_3$、$\widetilde{A}_4$、$\widetilde{A}_5$ 的散度为 $N(\widetilde{A}_1) = 0.5$，$N(\widetilde{A}_2) = 0.6$，$N(\widetilde{A}_3) = 0.3$，$N(\widetilde{A}_4) = 0.55$，$N(\widetilde{A}_5) = 0.7333$.

根据(3)式确定离散优势度矩阵

$$D = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.5556 & 0.4167 & 0.5263 & 0.6521 \\ 0.4444 & 0.5000 & 0.3636 & 0.4706 & 0.6000 \\ 0.5833 & 0.6364 & 0.5000 & 0.6087 & 0.7241 \\ 0.4737 & 0.5294 & 0.3931 & 0.5000 & 0.6279 \\ 0.3479 & 0.4000 & 0.2759 & 0.3721 & 0.5000 \end{bmatrix}.$$

利用(4)式和(5)式计算模糊数 $\widetilde{A}_1$，$\widetilde{A}_2$，$\widetilde{A}_3$，$\widetilde{A}_4$，$\widetilde{A}_5$ 的质心指标为 $\bar{x}(\widetilde{A}_1) = 5$，$\bar{y}(\widetilde{A}_1) = 0.3333$；$\bar{x}(\widetilde{A}_2) = 5$，$\bar{y}(\widetilde{A}_2) = 0.2667$；$\bar{x}(\widetilde{A}_3) = 7.714$，$\bar{y}(\widetilde{A}_3) = 0.4286$；$\bar{x}(\widetilde{A}_4) = 8$，$\bar{y}(\widetilde{A}_4) = 0.2667$；$\bar{x}(\widetilde{A}_5) = 8.5$，$\bar{y}(\widetilde{A}_5) = 0.1667$.

依据(9)式计算得到几何优势值 $f(\widetilde{A}_1) = 7.1110$，$f(\widetilde{A}_2) = 6.9345$，$f(\widetilde{A}_3) = 16.5755$，$f(\widetilde{A}_4) = 17.0846$，$f(\widetilde{A}_5) = 18.7779$.

依据(10)式计算得到几何优势度矩阵

$$R = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.5063 & 0.3002 & 0.2939 & 0.2747 \\ 0.4937 & 0.5000 & 0.2950 & 0.2887 & 0.2697 \\ 0.6998 & 0.7050 & 0.5000 & 0.4924 & 0.4689 \\ 0.3061 & 0.7113 & 0.5076 & 0.5000 & 0.4764 \\ 0.7253 & 0.7303 & 0.5311 & 0.5236 & 0.5000 \end{bmatrix}.$$

由(13)式计算模糊数 $\widetilde{A}_i (i = 1,2,\cdots,5)$ 的排序指标，$Z_1 = 0.1646$，$Z_2 = 0.1453$，$Z_3 = 0.2902$，$Z_4 = 0.2111$，$Z_5 = 0.1888$，即有 $\widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_4 > \widetilde{A}_5 > \widetilde{A}_1 > \widetilde{A}_2$. 排序结果如表 1 所示.

由表 1 可以看出，由本文的排序方法得到的排序结果与一般决策者的偏好（偏向靠向右边而且最大隶属度越接近 1 的模糊数）相一致.

例 2　对文献[15]所给的模糊数 $\widetilde{A}_1 = (0.1, 0.2, 0.3, 0.4; \frac{4}{7})$，$\widetilde{A}_2 = (0.4, 0.5, 0.6, 0.7; \frac{4}{7})$，$\widetilde{A}_3 = (0.55 - \frac{2\sqrt{3}}{9}, 0.55, 0.55 + \frac{2\sqrt{3}}{9}; \frac{2}{3})$（图 2），判断他们的优先关系.

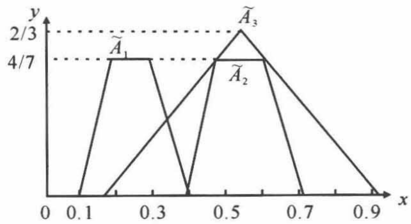

图 2　模糊数 $\widetilde{A}_1$、$\widetilde{A}_2$、$\widetilde{A}_3$ 的隶属函数

Fig. 2　Fuzzy membership functions of $\widetilde{A}_1$、$\widetilde{A}_2$、$\widetilde{A}_3$

由(2)式确定模糊数 $\widetilde{A}_1$，$\widetilde{A}_2$，$\widetilde{A}_3$ 的散度为 $N(\widetilde{A}_1) = 0.7143$，$N(\widetilde{A}_2) = 0.7143$，$N(\widetilde{A}_3) = 0.6667$.

根据(3)式确定离散优势度矩阵

$$D = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.5000 & 0.5172 \\ 0.5000 & 0.5000 & 0.5172 \\ 0.4828 & 0.4828 & 0.5000 \end{bmatrix}.$$

利用(4)式和(5)式计算模糊数 $\widetilde{A}_1$，$\widetilde{A}_2$，$\widetilde{A}_3$ 的质心指标为 $\bar{x}(\widetilde{A}_1) = 0.25$，$\bar{y}(\widetilde{A}_1) = 0.1429$；$\bar{x}(\widetilde{A}_2) = 0.5500$，$\bar{y}(\widetilde{A}_2) = 0.1429$；$\bar{x}(\widetilde{A}_3) = 0.5500$，$\bar{y}(\widetilde{A}_3) = 0.2222$.

依据(9)式计算得到几何优势值 $f(\widetilde{A}_1) = 0.0386$，$f(\widetilde{A}_2) = 0.1200$，$f(\widetilde{A}_3) = 0.1491$.

依据(10)式计算得到几何优势度矩阵

$$R = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.2434 & 0.2056 \\ 0.7566 & 0.5000 & 0.4459 \\ 0.7944 & 0.5541 & 0.5000 \end{bmatrix}.$$

表1　几种排序方法得到的排序结果比较

Table 1　Comparative results of several ranking methods

排序方法 Ranking methods	模糊数 Fuzzy numbers					排序结果 Ranking results
	$\widetilde{A}_1$	$\widetilde{A}_2$	$\widetilde{A}_3$	$\widetilde{A}_4$	$\widetilde{A}_5$	
C. H. Cheng[13]	5.03	5.02	7.73	8.01	8.50	$\widetilde{A}_5 > \widetilde{A}_4 > \widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_1 > \widetilde{A}_2$
T. C. Chu and C. T. Tsao[14]	2.5	2	3.896	2.4	1.7	$\widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_1 > \widetilde{A}_4 > \widetilde{A}_2 > \widetilde{A}_5$
Yong Deng[15]	2.0683	1.6546	3.9884	2.5462	1.7049	$\widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_4 > \widetilde{A}_1 > \widetilde{A}_5 > \widetilde{A}_2$
Yu-Jie Wang[16]	5(0.5)	5(0.4)	7.714	8	8.5	$\widetilde{A}_5 > \widetilde{A}_4 > \widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_1 > \widetilde{A}_2$
Propose method	0.1646	0.1453	0.2902	0.2111	0.1888	$\widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_4 > \widetilde{A}_5 > \widetilde{A}_1 > \widetilde{A}_2$

由(13)式计算模糊数 $\widetilde{A}_i(i=1,2,3)$ 的排序指标,得 $Z_1=0.2136, Z_2=0.3838, Z_3=0.4026$,即有 $\widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_2 > \widetilde{A}_1$. 排序结果如表 2 所示.

表 2 几种排序方法得到的排序结果比较

Table 2 Comparative results of several ranking methods

排序方法 Ranking methods	模糊数 Fuzzy numbers			排序结果 Ranking results
	$\widetilde{A}_1$	$\widetilde{A}_2$	$\widetilde{A}_3$	
C. H. Cheng[13]	0.3345	0.5932	0.5932	$\widetilde{A}_3 \sim \widetilde{A}_2 > \widetilde{A}_1$
T. C. Chu and C. T. Tsao[14]	0.0556	0.1222	0.1222	$\widetilde{A}_3 \sim \widetilde{A}_2 > \widetilde{A}_1$
Yong Deng[15]	0.0738	0.1582	0.1712	$\widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_2 > \widetilde{A}_1$
Yu-Jie Wang[16]	0.25	0.55 (2/9)	0.55 (2/9)	$\widetilde{A}_3 \sim \widetilde{A}_2 > \widetilde{A}_1$
Propose method	0.0386	0.3838	0.4026	$\widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_2 > \widetilde{A}_1$

由表 2 可知,利用 Cheng、Chu 和 Yu-Jie Wang 所提出的方法不能分别 $\widetilde{A}_2$ 和 $\widetilde{A}_3$, YONG DENG 认为 $\widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_2$,注意到 $\widetilde{A}_2$ 和 $\widetilde{A}_3$ 具有相有的质心坐标,而 $\widetilde{A}_3$ 的散度比 $\widetilde{A}_2$ 的小,所以 $\widetilde{A}_3 > \widetilde{A}_2$ 是合理的.

本文提出的基于综合优势度指标的模糊数排序方法不仅考虑了模糊数的散度指标,而且还考虑了模糊数的质心指标,在一定程度上克服了只考虑单一指标排序模糊数时出现的一些缺陷.

参考文献:

[1] Chen Shyiming, Chen Jimho. Fuzzy risk analysis based on ranking generalized numbers with different heights and different spreads[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(3): 6833-6842.

[2] Chen Shyiming, Wang Chihhuang. Fuzzy risk analysis based on ranking fuzzy numbers using cuts belief features and signal/noise ratios [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(3): 5578-5581.

[3] Lee Liwei, Chen Shyiming. Fuzzy risk analysis based on fuzzy numbers with different shapes and different deviations[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 34(4): 2763-2771.

[4] Chen Shijay, Chen Shyiming. Fuzzy risk analysis based on measures of similarity between interval-valude fuzzy numbers[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 55 (8): 1670-1685.

[5] Wei Shihhua, Chen Shyiming. A new approach for fuzzy risk analysis based on similarity measures of generalized fuzzy unmbers[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(1): 589-598.

[6] Chen Chichi, Tang Huichin. Ranking nonnormal norms trapezoidal fuzzy numbers with integral value [J]. Comprters and Mathematics with Applications, 2008, 56 (9): 2340-2346.

[7] Wei Shihhua, Chen Shyiming. Fuzzy risk analysis based on interval-valued fuzzy numbers[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(2): 2285-2299.

[8] Duboic D, Prade H. Operations on fuzzy numbers[J]. Internat Journal of Systems Science, 1978, 9(2): 1-9.

[9] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.

[10] Wang Y M, Yang J B, Xu D L, et al. On the centroids of fuzzy numbers[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157 (7): 919-926.

[11] 赵娟,刘琼荪. 一种基于模糊数中心的模糊数的排序方法[J]. 模糊系统与数学, 2008, 22(4): 142-146.

[12] Liou T S, Wang M J. Ranking fuzzy numbers with integral value [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 50 (11): 247-255.

[13] Cheng C H. A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 95(3): 307-317.

[14] Chu T C, Tsao C T. Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid point and original point[J]. Computer Math, 2002, 43(1-2): 111-117.

[15] Yong Deng, Zhu Zhenfu, Liu Qi. Ranking fuzzy numbers with an area method using radius of gyration [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2006(51): 1127-1136.

[16] Wang Yujie, Lee Hsuanshih. The revised method of ranking numbers with an area between the centroid and original points [J]. Cumputers and Mathematics with Applications, 2008, 99(9): 2033-2042.

(责任编辑:尹 闯)