

用晶格 Boltzmann 方法研究激发介质中时空混沌的产生与控制*

Studying on the Occurrence and Control of the Spatiotemporal Chaos in Excited Media with Lattice Boltzmann Method

白克钊, 邓敏艺, 唐国宁, 孔令江, 刘慕仁

BAI Ke-zhao, DENG Min-yi, TANG Guo-ning, KONG Ling-jiang, LIU Mu-ren

(广西师范大学物理科学与技术学院, 广西桂林 541004)

(College of Physics and Technology, Guangxi Normal University, Guilin, Guangxi, 541004, China)

摘要:采用晶格 Boltzmann 方法,通过计算机数值模拟,研究激发介质中时空混沌的产生与控制。结果发现激发介质螺旋波的失稳属于多普勒失稳;螺旋波破碎成时空混沌前出现波头螺旋式运动;处于时空混沌态的系统各个位置具有相同的振幅谱;适当频率的正弦振荡信号可有效地控制时空混沌态。

关键词:时空混沌 螺旋波 激发介质 格子 Boltzmann 方法

中图分类号: O547 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2009)03-0290-03

Abstract: The occurrence and control of spatiotemporal chaos in excited media are studied with Lattice Boltzmann method. The numerical results show that the instability of the spiral waves in the excited media is a Doppler instability. The tip of the spiral waves undergoes spiral motion before spiral waves become spatiotemporal chaos. The system has the same amplitude spectrum in different sites after becoming spatiotemporal chaos. The spatiotemporal chaos can be controlled efficiently by the suitable period signal.

Key words: spatiotemporal chaos, spiral wave, excited media, lattice Boltzmann method

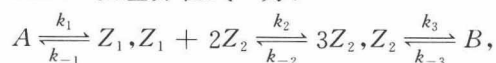
时空混沌态的产生机制是非线性动力学的—个挑战性问题^[1]。螺旋波失稳是导致时空混沌出现的一个—个重要原因。人们通常认为螺旋波的失稳有两种情况:发生在震荡介质的爱克豪斯失稳和发生在激发介质的多普勒失稳^[2]。Junzhong Yang 等人^[3]在数值模拟研究心肌组织螺旋波的失稳时,发现了介于爱克豪斯失稳和多普勒失稳之间的异常失稳。激发介质在自然界中广泛存在,例如人体的心肌组织就属于激发介质,可导致病人在瞬间猝死的心肌纤维性颤动就源于心肌组织中螺旋波失稳^[2],因此激发介质中螺旋波的失稳乃至混沌态的产生机制的研究尤其重要。

格子 Boltzmann 方法是一种有效的数值模拟方法,高度的并行性是其最大的优点^[4,5]。文献[6]建立

了反应扩散系统的格子 Boltzmann 模型,并利用该模型对激发介质螺旋波的产生机制与演化行为、螺旋波的动力学性质进行了研究^[6,7]。Selkov 反应扩散系统在一定的参数条件下具有激发性^[7,8],因此可以借助 Selkov 反应扩散系统进行激发介质时空混沌产生与控制研究。本文采用文献[6]建立的五速正方形格子 Boltzmann 模型,通过计算机数值模拟,研究二维 Selkov 反应扩散系统中时空混沌的产生与控制。

1 Selkov 反应的动力学方程

Selkov 反应方程式^[8]为:



$\rho_a, \rho_b, \rho_1, \rho_2$ 分别代表参加反应的物质 A, B, Z_1, Z_2 的浓度, $k_i, k_{-i} (i = 1, 2, 3)$ 代表相应过程的反应速率。在反应中控制物质 A, B 的浓度不变,以保证系统为开系,使系统可以处于远离平衡状态。反应扩散动力学方程为:

收稿日期:2009-03-31

作者简介:白克钊(1977-),男,讲师,主要从事交通流和复杂系统的研究。

* 国家自然科学基金项目(批准号:10562001,10765002)资助。

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = (k_1 \rho_a - k_{-1} \rho_1 - k_2 \rho_1 \rho_2^2 + k_{-2} \rho_2^3) + D_1 \nabla^2 \rho_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} = (k_2 \rho_1 \rho_2^2 - k_{-2} \rho_2^3 - k_3 \rho_2 + k_{-3} \rho_b) + D_2 \nabla^2 \rho_2, \quad (2)$$

D_1 、 D_2 分别是物质 Z_1 、 Z_2 的扩散系数。进行无量纲化处理^[8]后,方程(1)和方程(2)可以简化为

$$\frac{\partial \rho_1'}{\partial t} = (a - \chi \rho_1' - \rho_1' \rho_2'^2 + \kappa \rho_2'^3) + D_1' \nabla'^2 \rho_1', \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_2'}{\partial t} = (b - \rho_2' + \rho_1' \rho_2'^2 - \kappa \rho_2'^3) + D_2' \nabla'^2 \rho_2', \quad (4)$$

其中 $a = \frac{k_1 k_2^{1/2}}{k_3^{3/2}} \rho_a$, $b = \frac{k_{-3} k_2^{1/2}}{k_3^{3/2}} \rho_b$, $\chi = \frac{k_{-1}}{k_3}$, $\kappa = \frac{k_{-2}}{k_2}$ 。

2 模拟结果与分析

2.1 螺旋波的破碎及时空混沌的产生

Selkov 反应扩散系统参数选择为 $a = 0.77064$, $b = 0.0208$, $\chi = 0.1$, $\kappa = 5.0$ 。根据文献^[7]可知在这个参数下 Selkov 系统具有激发性,且系统的均匀定态值为 $\rho_1' = 7.65978$, $\rho_2' = 0.05382$ 。系统大小为 100×100 个正方形格子,采用零流边界条件(下同)。初始时系统底部施加 10 行大小为 $\rho_1' = 6.5$, $\rho_2' = 0.8$ 的扰动,系统其他位置处于均匀稳定态(即 $\rho_1' = 7.65978$, $\rho_2' = 0.05382$)。扰动将使系统产生行波,经 147 个时间步后行波传播到系统中间,将之截断,在截断处制造 1 个缺陷点。系统在这个缺陷点的带动下将形成螺旋波(见图 1)。图 1 为 ρ_2' 的等值填充图,颜色越深代表 ρ_2' 的值越大。从图 1 可以看出,在所选参数下系统产生螺旋波并随后发生了多普勒失稳^[2],即螺旋波首先在波头附近开始破碎。螺旋波在 27000 步时仍稳定,但是 29000 步时在波头附近螺旋波已经破碎,破碎逐渐向外传播,在截断后 32000 步时发现系统完全进入了时空混沌态。

2.2 螺旋波破碎前的波头轨迹

对螺旋波破碎前的波头轨迹进行计算机数值模拟,以观察处于激发态的 Selkov 反应扩散系统中螺旋波在失稳前后波头轨迹的变化。从截断时步开始跟踪每个时步螺旋波波头位置。波头位置确定如下:先将系统按 ρ_2' 值是否大于其最大值的 60% 进行离散,接着统计各位置在半径为 10 个格点的小区域内包含的离散点数目,包含离散点数目越少的位置就是波头位置。计算机数值模拟得到截断后各个时刻的波头轨迹如图 2 所示。

从图 2 可以看出,在螺旋波破碎进入时空混沌态(大约截断后 32000 个时步)前,螺旋波波头经历螺旋

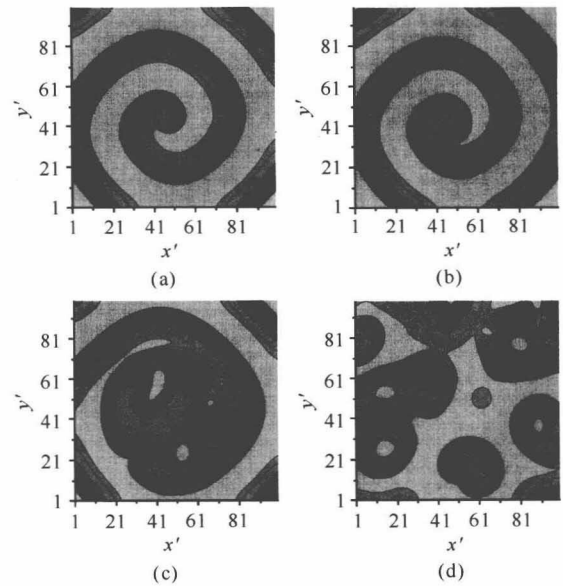


图 1 螺旋波失稳过程

Fig. 1 The transition from spiral waves to spatiotemporal chaos

(a) 截断后 27000 步; (b) 截断后 28000 步; (c) 截断后 29000 步; (d) 截断后 32000 步。

(a) 27000 steps after truncation; (b) 28000 steps after truncation; (c) 29000 steps after truncation; (d) 32000 steps after truncation.

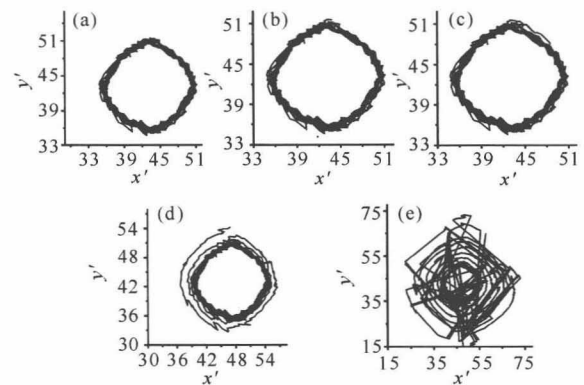


图 2 波头运动轨迹

Fig. 2 The track of spiral tip

(a) 截断后 27744 步; (b) 截断后 27750 步; (c) 截断后 27760 步; (d) 截断后 28000 步; (e) 截断后 29000 步。

(a) 27744 steps after truncation; (b) 27750 steps after truncation; (c) 27760 steps after truncation; (d) 28000 steps after truncation; (e) 29000 steps after truncation.

式逃逸过程:截断后 27744 个时间步前螺旋波波头轨迹是一个半径很小的圆周,即此前螺旋波属于简单螺旋波^[2];从 27750 步开始,波头开始偏离原来的小圆周,仅仅再经历 10 个时步,即到截断后的 27760 时步,波头已明显偏离原来的小圆周;到截断后 28000 时步,可以看出波头螺旋式地离开小圆周;至截断后 29000 步,波头轨迹显得毫无规律,这是因为在波头

附近已经失稳,产生了很多新的缺陷点,而这些新的缺陷点都被定位为波头。

2.3 时空混沌态下系统的振幅谱

首先对进入时空混沌态后的系统的任意两个位置分别统计 ρ_y 随时步 t 的变化关系,然后分别进行频谱分析,将两个位置的频谱进行对比。从图3可以看出不同位置具有相同的振幅谱,这意味着具有激发性的 Selkov 系统其螺旋波失稳机制具有全局模式。

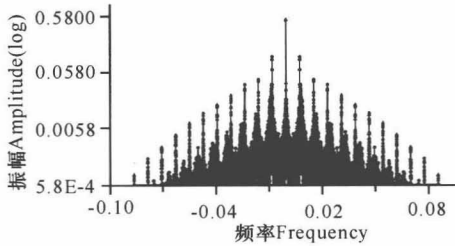


图3 破碎后不同位置的振幅谱对比

Fig.3 Comparing of the power spectra for different places after the system fall in the spatiotemporal chaos

●: (60,60)位置;▲:(80,90)位置。
●: The site (60,60); ▲: The site (80,90).

2.4 时空混沌控制

相对螺旋波的控制而言,时空混沌态的控制对信号的敏感性更强^[9]。我们将 $\rho_y = A \cos(\frac{2\pi}{T}t - \frac{r}{\lambda} \times 2\pi)$ 分别施加在方程(3)和方程(4)的右边作为控制信号,其中 A, T, λ 分别是控制信号的振幅、周期、波长, t 是施加信号的时间, r 是施加信号的格点到控制中心的距离。选择 $A = 0.2, T = 58, \lambda = 36$, 控制信号施加在以(50,50)为中心、半径为9的圆形区域,对失稳后进入混沌态的系统进行控制。发现控制8000个时步后,系统完全被靶波占据,见图4。在系统到达靶波态后撤去控制信号,系统演化1000步后回到均匀稳定态。进一步的计算机模拟表明,相同的信号对相同的混沌态系统进行控制时,信号的施加位置对控制效果没有根本性的影响,这个结果与时空混沌态的系

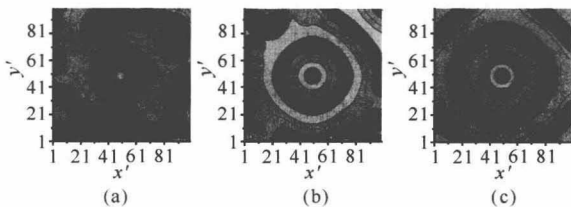


图4 时空混沌态的控制

Fig.4 The control of the spatiotemporal chaos

(a)驱动2000步;(b)驱动4000步;(c)驱动8000步。

(a)Control for 2000 steps;(b)Control for 4000 steps;(c)

Control for 8000 steps.

统各个位置具有相同的振幅谱有关。因为控制效果直接与在施加信号的位置上混沌态引起介质激发的频率有关^[9],而系统各个位置振幅谱相同,表明不存在某个位置的控制效果与其他位置有差别。

3 结论

本文借助已经建立的反应扩散系统格子 Boltzmann 模型,对激发介质时空混沌态的产生与控制进行了探讨,发现处于激发态的 Selkov 系统的螺旋波失稳属于多普勒失稳;螺旋波失稳从而进入时空混沌前经历了波头的螺旋式离开稳定波核区过程;进入时空混沌态的系统,各个位置的密度变化具有相同的振幅谱;在处于时空混沌态的系统中加入恰当的周期振荡信号,可以有效地将系统从时空混沌态控制到靶波态。

参考文献:

- [1] Cross M C, Hohenberg P C. Pattern formation outside of equilibrium[J]. Rev Mod Phys, 1993, 65: 851-1124.
- [2] 欧阳颀. 反应扩散系统中螺旋波的失稳[J]. 物理, 2001, 30(1): 30-36.
- [3] Yang Junzhong, Xie Fagen, Qu Zhilin, et al. Mechanism for spiral breakup in excitable and oscillatory media[J]. Phy Rev Lett, 2003, 91(14): 148302.
- [4] Qian Y H, d'Humières D, Lallemand P. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation[J]. Euro Phys Lett, 1992, 17: 479.
- [5] Dawson S P, Chen S, Doolen G D, et al. Lattice methods and their applications to reaction systems[J]. Computers & Chemical Engineering, 1995, 19: 617.
- [6] 邓敏艺, 施娟, 李华兵, 等. 用晶格玻耳兹曼方法研究螺旋波的产生机制和演化行为[J]. 物理学报, 2007, 56(4): 168-173.
- [7] 邓敏艺, 施娟, 李华兵, 等. Selkov 反应扩散系统激发性的晶格玻耳兹曼方法模拟[J]. 广西师范大学学报: 自然科学版, 2007, 25(1): 10-13.
- [8] Arun K Dutt. Wavenumber distribution in Hopf-Wvve instability: the reversible selkov model of glycolytic oscillation[J]. J Phys Chem B, 2005, 109: 17679-17682.
- [9] Zhang Hong, Hu Bambi, Hu Gang. Suppression of spiral waves and spatiotemporal chaos by generating target waves[J]. Phys Rev E, 2003, 68: 02134.

(责任编辑: 韦廷宗)