DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.2009.04.016
广西科学 Guangxi Sciences 2009, 16(4): 418~420

量子纠缠对原子偶极压缩的影响

The Influence of Quantum Entanglement on the Atomic Dipole Squeezing

贾 靖,易施光
JIA Jing, YI Shi-guang

(广西大学物理科学与工程技术学院,广西南宁 530004)
(College of Physics Science and Technology, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

摘要: 研究 2个纠缠的二能级原子中的 1个原子在与相干光场相互作用过程中,纠缠参量 θ 对另 1个原子的偶极压缩的影响.结果表明,原子偶极算符的 $\prod_1$ 分量不存在压缩,而 $\prod_2$ 分量则存在压缩, $\prod_2$ 分量的压缩随表征相互作用时间的参量 gt 和相干光振幅 $|T|$ 的增大而增大,而随纠缠参量 θ 呈负单峰变化,当 $gt = 0.7$, $|T| = 10$ 及 $\theta = \pi/4$ 时, $\prod_2$ 分量在产生最大压缩的情况下呈现最大的量子纠缠.

关键词: 量子纠缠 纠缠参量 偶极压缩
中图法分类号: O431.2 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2009)04-0418-03

Abstract The impact of entanglement parameter θ on atomic dipole squeezing of one of two entangled atoms in the process of entangled another atom interacting with coherent light is studied. The results show that the component $\prod_1$ of the atomic dipole operator does not present squeezing, but the component $\prod_2$ does, and that the squeezing of $\prod_2$ increases with gt representing interacting time and cohere light amplitude $|T|$ and presents a negative single-peak curve with entanglement parameter θ. When $gt = 0.7$, $|T| = 10$ and $\theta = \pi/4$, the component $\prod_2$ takes on the max squeezing accompany the max entanglement of the quantum state.

Key words quantum entanglement, parameter of entanglement, dipole squeezing

近年来,随着对量子计算和量子信息研究的兴起,量子纠缠也越来越受到研究人员的重视.研究人员先后利用量子纠缠实现了量子超密编码[1,2]、量子隐形传态[3,4]、量子密钥分配[5,6].量子纠缠作为物质世界的一种基本资源,在量子态的制备和操纵中起着重要的作用. Agarwal等[7]提出利用量子纠缠结合选择测量的方法来制备激发相干态; Yang等[8]通过操纵两纠缠原子中的一个来控制另一个与腔场有相互作用原子的发射性质; Xiang等[9]指出通过对腔外原子实施一次旋转操纵和测量可以使腔内原子产生偶极压缩;栗军等[10,11]提出利用原子之间的纠缠可以远程控制原子的偶极压缩;张春发等[12]研究了相干态光场与两纠缠原子相互作用过程中光场的压缩效应,并发现光场的压缩与原子间的纠缠度有关.基于量子纠缠在相关研究领域中所起的重要作用,本文研究 2个纠缠的二能级原子中的 1个原子在与相干态光场相互作用过程中纠缠对另 1个原子的偶极压缩的影响.

收稿日期: 2009-05-18
修回日期: 2009-06-11
作者简介: 贾 靖(1982-),男,硕士研究生,主要从事量子光学研究.

1 模型及求解

考虑一对纠缠原子 A和 B,让 A原子通过腔场 C使原子与腔场发生相互作用,相互作用时间可以通过控制原子 A的速度来调节,则原子 A与腔场 C相互作用的哈密顿量为

$$\hat{H}_I = \hbar g(\hat{e}_+ \hat{a} + \hat{e}_- \hat{a}^+), \tag{1}$$

其中 $\hat{e}_+$, $\hat{e}_-$ 表示 A原子的升算符和降算符, $\hat{a}^+$、$\hat{a}$ 表示腔场 C的升、降算符, g 表示原子 A与腔场 C相互作用耦合常数.

设 2纠缠原子 A与 B在初始时处于纠缠态

$$|\Phi_{AB}\rangle = \sin\theta|0\rangle_A|1\rangle_B + \cos\theta|1\rangle_A|0\rangle_B, \qquad (2)$$

其中,$0<\theta<\pi/2$,当$\theta=0$或$\pi/2$时表示分离态,当$\theta=\pi/4$时表示最大纠缠态(EPR态),当θ取其他值时表示一般的纠缠态.而假设光场 C在初始时处于相干态

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n|n\rangle = \sum_{n=0}^{\infty}\exp(-|\alpha|^2/2)\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle, \qquad (3)$$

其中,$\alpha=|\alpha|e^{i\varphi}$,$|\alpha|$表示相干光的振幅,$\varphi$表示其相位.在不考虑相干态光场相位的影响时,令$\varphi=0$,因此$f_n$为实数.则在 A、B、C组成的系统中初始状态为

$$|\psi(0)\rangle = |\Phi_{AB}\rangle|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n\{\sin\theta|0\rangle_A|1\rangle_B + \cos\theta|1\rangle_A|0\rangle_B\}|n\rangle. \qquad (4)$$

系统的初始状态在哈密顿量(1)式的作用下,A、B、C组成的系统的波函数为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n\{c_1(t)|0\rangle_A|1\rangle_B|n\rangle + c_2(t)|1\rangle_A|1\rangle_B|n-1\rangle + c_3(t)|0\rangle_A|0\rangle_B|n+1\rangle + c_4(t)|1\rangle_A|0\rangle_B|n\rangle\}. \qquad (5)$$

将(5)式代入相互作用表象下的薛定谔方程

$$i\hbar\frac{\partial|\psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}_I|\psi(t)\rangle, \qquad (6)$$

并结合初始条件(4)式可以得到

$$c_1(t) = (\sin\theta)\cos(g\sqrt{n}\,t), \qquad (7)$$

$$c_2(t) = -i(\sin\theta)\sin(g\sqrt{n}\,t), \qquad (8)$$

$$c_3(t) = -i(\cos\theta)\sin(g\sqrt{n+1}\,t), \qquad (9)$$

$$c_4(t) = (\cos\theta)\cos(g\sqrt{n+1}\,t). \qquad (10)$$

当 A原子与相干态光场 C相互作用后,对 A作一次测量,若测得 A处于基态,则 B与 C组成的系统的波函数塌缩为

$$|\psi(t)\rangle_{BC} = \sum_{n=0}^{\infty} f_n\{c_1(t)|1\rangle_B|n\rangle + c_3(t)|0\rangle_B|n+1\rangle\}. \qquad (11)$$

在由 B、C组成的系统中,B原子的约化密度矩阵为

$$\rho_B = \begin{pmatrix}\rho_{11} & \rho_{12}\\ \rho_{21} & \rho_{22}\end{pmatrix}, \qquad (12)$$

其矩阵元为

$$\rho_{11} = \frac{N\cos^2\theta}{M\sin^2\theta + N\cos^2\theta}, \qquad (13)$$

$$\rho_{12} = \frac{-iP\cos\theta\sin\theta}{M\sin^2\theta + N\cos^2\theta}, \qquad (14)$$

$$\rho_{21} = \frac{iP\cos\theta\sin\theta}{M\sin^2\theta + N\cos^2\theta}, \qquad (15)$$

$$\rho_{22} = \frac{M\sin^2\theta}{M\sin^2\theta + N\cos^2\theta}, \qquad (16)$$

其中,$P = \sum_{n=0}^{\infty}[|\alpha|^{2n+1}\cos(\sqrt{n}\,gt)\sin(\sqrt{n+1}\,gt)]/[n!\sqrt{n+1}]$,$M = \sum_{n=0}^{\infty}[|\alpha|^{2n}\cos^2(\sqrt{n}\,gt)]/n!$,$N = \sum_{n=0}^{\infty}[|\alpha|^{2n}\sin^2(\sqrt{n+1}\,gt)]/n!$.

2 二能级原子的偶极算符以及偶极压缩

对于 1个二能级原子,定义 2个偶极算符:$\sigma_1 = (|1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1|)/2$,$\sigma_2 = (|1\rangle\langle 0| - |0\rangle\langle 1|)/2i$,并且

$$[\sigma_1,\sigma_2] = \frac{1}{2}i\sigma_3, \qquad (17)$$

其中$\sigma_3 = |1\rangle\langle 1| - |0\rangle\langle 0|$,因此$\sigma_1$和$\sigma_2$之间的不确定关系为

$$\langle(\Delta\sigma_1)^2\rangle\langle(\Delta\sigma_2)^2\rangle \geqslant \frac{1}{16}|\langle\sigma_3\rangle|^2. \qquad (18)$$

若某个态可以使

$$\langle(\Delta\sigma_1)^2\rangle < \frac{1}{4}|\langle\sigma_3\rangle|, \qquad (19)$$

$$\langle(\Delta\sigma_2)^2\rangle < \frac{1}{4}|\langle\sigma_3\rangle|, \qquad (20)$$

两个关系式中的任意一个成立,则相应的原子偶极算符σ_1或σ_2在此态下存在压缩效应.令

$$W_1 = \langle(\Delta\sigma_1)^2\rangle - \frac{1}{4}|\langle\sigma_3\rangle|, \qquad (21)$$

$$W_2 = \langle(\Delta\sigma_2)^2\rangle - \frac{1}{4}|\langle\sigma_3\rangle|, \qquad (22)$$

则当$W_1<0$(或$W_2<0$),则原子的σ_1(或σ_2)分量存在压缩.

对于密度算符为ρ的原子的任意态,结合σ_1、σ_2、σ_3的定义式,将(21)式和(22)式在以$|0\rangle$、$|1\rangle$为完备组的希尔伯特空间中展开,可以得到W_1、W_2的密度矩阵元的形式为

$$W_1 = \frac{1}{4}[1 - (\rho_{12}+\rho_{21})^2 - |\rho_{22}-\rho_{11}|], \qquad (23)$$

$$W_2 = \frac{1}{4}[1 + (\rho_{12}-\rho_{21})^2 - |\rho_{22}-\rho_{11}|]. \qquad (24)$$

3 数值模拟

将 B原子的密度矩阵元(13)~(16)式代入(23)式、(24)式可以得到

$$W_1 = \frac{1}{4}\left[1 - \left|\frac{M\sin^2\theta - N\cos^2\theta}{M\sin^2\theta + N\cos^2\theta}\right|\right], \qquad (25)$$

$$W_2 = \frac{1}{4}\left[1 - \left|\frac{M\sin^2\theta - N\cos^2\theta}{M\sin^2\theta + N\cos^2\theta}\right| - 4\left(\frac{P\cos\theta\sin\theta}{M\sin^2\theta + N\cos^2\theta}\right)^2\right]. \qquad (26)$$

从(25)式、(26)式可以看出,W_1、W_2都与纠缠参量θ有关,并且$W_1>0$,这表明,B原子的σ_1分量不存在压缩.而对于W_2,通过数值模拟可以得到在表征相互

作用时间的参量 gt 取不同值情况下，W_2 随相干光振幅 $|\alpha|$、纠缠参量 θ 变化的关系如图 1所示.

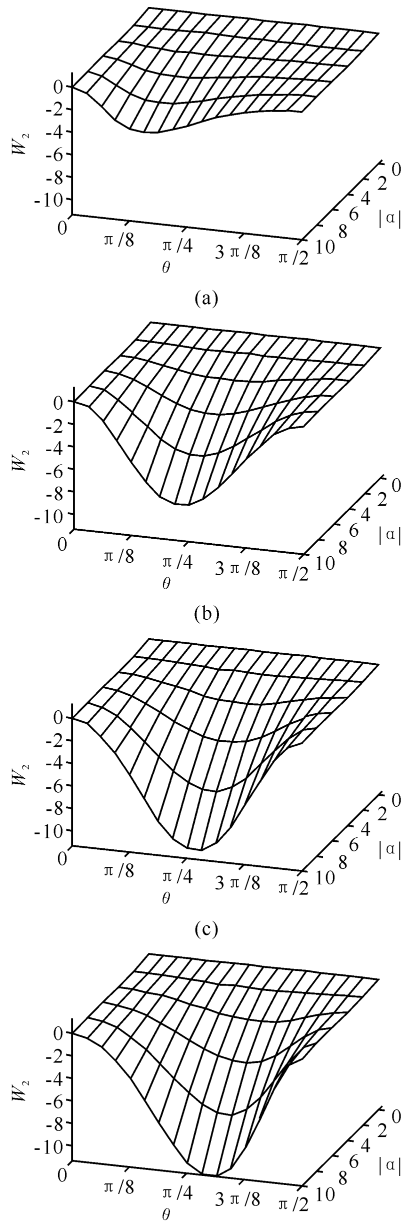

图 1 不同 gt 下，W_2 与 $|\alpha|$、θ 的关系

Fig. 1 The diagram of relationship of W_2 and $|\alpha|$、θ, under different gt

(a) $gt=0.2$; (b) $gt=0.5$; (c) $gt=0.7$; (d) $gt=1$.

从图 1中可以看出，$\prod_2$ 分量的压缩 (W_2) 随着 gt 和 $|\alpha|$ 的增大而加强，在 gt 和 $|\alpha|$ 确定的情况下，W_2 随 θ 呈负单峰曲线变化，负峰值 (最大压缩) 对应的 θ_{min} 值与参量 gt、$|\alpha|$ 有关，随着 gt、$|\alpha|$ 的变化而发生变化，并且，在 $gt=0.7$ 和 $|\alpha|=10$ 的情况下，W_2 在纠缠参量 $\theta=\pi/4$ 时 (即最大纠缠) 最大. 这表明，$\prod_2$ 分量产生最大压缩时量子态并不总是处于最大纠缠的状态.

4 结束语

本文研究了 2个纠缠的二能级原子中的 1个原子在与相干态光场相互作用过程中，纠缠对另 1个原子的偶极压缩的影响. 结果表明，$\prod_1$ 分量不产生压缩，而 $\prod_2$ 分量存在压缩. $\prod_2$ 分量的压缩与参数 gt、$|\alpha|$ 和 θ 有关，随 gt 和 $|\alpha|$ 的增大 $\prod_2$ 分量的压缩加强，而随纠缠参量 θ 呈负单峰曲线变化，最大压缩对应的 θ_{min} 值随参量 gt 和 $|\alpha|$ 的变化而在 $0<\theta_{min}<\pi/2$ 范围内发生变化，$\prod_2$ 分量的最大压缩并不总是伴随最大纠缠态.

参考文献:

[1] Bennett C H, Wiesner S J. Communication via one-and-two particle operators on einstein-podolky-rosen states [J]. Phys Rev Lett, 1992, 69(20): 2881-2884.

[2] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, et al. Dense coding in experimental quantum communication [J]. Phys Rev Lett, 1996, 76(25): 4656-4659.

[3] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and einstein-podolky-rosen channels [J]. Phys Rev Lett, 1993, 70(13): 1895-1899.

[4] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, et al. Experimental quantum teleportation [J]. Nature, 1997, 390: 575-579.

[5] Jennewein T, Simon C, Weihs G, et al. Quantum cryptography with entangled photons [J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(20): 4729-4732.

[6] Tittel W, Brendel J, Zbinden H, et al. Quantum cryptography using entangled photons in energy-time bell states [J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(20): 4737-4740.

[7] Agarwal G S, Tara K. Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state [J]. Phys Rev A, 1991, 43(1): 492-497.

[8] Yang C P, Guo G C. Controllable emission properties of an atom inside a cavity by manipulating the atom outside the cavity [J]. Phys Lett A, 1999(255): 129-132.

[9] Xiang S H, Song K H. On the realization of atomic dipole squeezing by remote manipulation [J]. J At Mol Phys, 2004, 21(4): 720-724.

[10] 栗军，夏云杰. 远程控制纠缠原子的偶极压缩 [J]. 原子与分子物理学报，2007, 24(1): 115-118.

[11] 栗军，刘志华. 用叠加相干态腔场控制纠缠原子的偶极压缩 [J]. 量子电子学报，2008, 25(5): 588-592.

[12] 张春发，王长春，吴海滨，等. 相干态光场与两纠缠原子相互作用过程中光场的压缩效应 [J]. 量子电子学报，2004, 21(6): 767-772.

(责任编辑: 韦廷宗)