

二维旋转复式晶格光子晶体绝对带隙的研究

Study on Absolute Photonic Bandgap in Two-Dimensional Compound Lattices Photonic Crystal with Rotating Cylinders

江英志, 廖兴展

JIANG Ying-zhi, LIAO Xing-zhan

(揭阳职业技术学院, 广东揭阳 522000)

(Jieyang Vocational Technology College, Jieyang, Guangdong, 522000, China)

摘要: 设计一种二维旋转复式晶格光子晶体, 利用平面波展开方法计算其带隙结构. 结果表明, 通过优化参量, 该结构具有较大的绝对光子禁带, 带隙宽度为 $0.08538(k_0/2\pi c)$, 禁带宽度与中心频率比值达到 17.9% . 相对于其它光子晶体结构, 该结构更容易产生绝对带隙.

关键词: 二维光子晶体 完全带隙 平面波展开法 复式晶格

中图分类号: TN256 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2010)01-0061-03

Abstract A two-dimensional compound lattices photonic crystal with rotating cylinders is proposed. The bandgap of this structure is calculated by using plan wave expansion method. The result indicate that a large absolute bandgap of this structure can be found by optimizing the parameters, the size of absolute bandgap is 0.08538 and the ratio of the bandgap width to the centre frequency of the bandgap is 17.9% . As to other photonic crystal structure, this structure is easy to form absolute bandgap.

Key words two-dimensional photonic crystal, absolute bandgap, plane wave expansion method, compound lattices

Yablonovitch^[1]和 John^[2]在 1987年各自独立地提出光子晶体概念. 光子晶体是一种介电常数空间周期性变化, 晶格常数可与光波长相比, 具有光子带隙, 能控制光子传播状态的新型人工材料. 光子晶体会产生许多有趣的物理效应, 利用这些效应人们可以设计多种光子晶体器件, 例如: 光子晶体光纤、光子晶体滤波器、光子晶体反射镜、光子晶体开关、光子晶体微腔、光子晶体激光器以及光子晶体天线等^[3-5].

一般来说, 光子晶体的绝对禁带宽度越大, 其性能越稳定, 就越有应用价值, 所以制作具有绝对的带隙宽度尽量大的光子晶体在光子晶体应用领域是一个很重要的研究课题. 对二维光子晶体方面的研究表明, 降低光子晶体结构的对称性, 可以得到较大的光子频率禁带^[6,7]. 在晶体原胞内引入多个介质柱, 应用

各向异性的介电材料改变介质柱的形状等都可以增大禁带宽度. 目前, 多种具有绝对带隙的二维光子晶体结构已被提出^[8-12].

光子晶体的理论研究的方法有很多种, 常用的方法有时域有限差分法, 传输矩阵法, 平面波展开法等. 相对其他方法而言, 平面波展开法的优点是没有引入假设条件, 为带隙结构的计算提供了一个稳定可靠的算法, 其编程简单, 收敛快. 本文采用平面波展开法分析二维旋转复式晶格光子晶体的带隙结构.

1 理论分析

电磁波在电介质材料中的传播是由麦克斯韦方程来描述的, 这些方程可以用平面波展开的方法求解. 根据麦克斯韦方程组可以得到

$$\nabla \times \frac{1}{X(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = \left(\frac{k}{c}\right)^2 \vec{H}(\vec{r}), \quad (1)$$

在周期结构中, 由 Bloch 定理有

$$\vec{H}(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u(\vec{r}) e_k, \quad (2)$$

$$u(\vec{r} + \vec{R}) = u(\vec{r}), \quad (3)$$

收稿日期: 2009-07-09

修回日期: 2009-09-03

作者简介: 江英志 (1969-), 男, 硕士, 高级讲师, 主要从事材料物理与化学的教学与研究工作.

其中 $\vec{X}(r)$ 是光子晶体介质柱的介电常数, $u(r)$ 是磁导率, $H(r)$ 是磁场强度. 其中 k 为角频率, c 为光速, $R = m_1 a_1 + m_2 a_2$ 为格矢; e_k 表示垂直于波矢 k 且平行于 H 的单位矢量; m_1, m_2 为任意整数, \vec{a}_1, \vec{a}_2 为周期结构格子的基矢.

将 $H(r)$ 用平面波展开 (考虑到 $\nabla \cdot H = 0$, 可令 $e \cdot (k + G) = 0, (\lambda = 1, 2)$):

$$H(r) = \sum_{\vec{G}} u(k + G) e^{i(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{r}} = \sum_{\lambda=1}^2 \sum_{\vec{G}} h_{\vec{G}, \lambda} \vec{e} e^{i(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{r}}, \quad (4)$$

其中 $\vec{G} = h_1 \vec{b}_1 + h_2 \vec{b}_2$ 倒格矢. \vec{e}_λ 为垂直于 $\vec{k} + \vec{G}$ 的两个方向矢量 ($\lambda = 1, 2$); h_1, h_2 为正整数, \vec{b}_1, \vec{b}_2 为倒格子基矢. 同理将 $X^1(r)$ 用平面波展开得

$$X^1(r) = \sum_{\vec{G}} X^1(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}}. \quad (5)$$

由上面 (1) ~ (5) 式可得

$$\sum_{\vec{G}'} X^1(\vec{G} - \vec{G}') | \vec{k} + \vec{G} | \vec{k} + \vec{G} | \vec{k} + \vec{G}' | \begin{pmatrix} \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 & -\vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 \\ -\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 & \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \frac{k^2}{c^2} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

(6) 式是一个典型的求解 $2n \times 2n$ 矩阵特征值问题, n 是平面波的个数; 求出矩阵的特征值和特征向量后, 就可以得到光子晶体的能带结构以及本征电磁场在空间的分布. (6) 式可以转化为 TE 模和 TM 模两种模式.

TM 模:

$$\sum_{\vec{G}'} X^1(\vec{G} - \vec{G}') h_1(\vec{G}') | \vec{k} + \vec{G} | \vec{k} + \vec{G}' | = \frac{k^2}{c^2} h_1(\vec{G}), \quad (7)$$

TE 模:

$$\sum_{\vec{G}'} X^1(\vec{G} - \vec{G}') h_1(\vec{G}') (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') = \frac{k^2}{c^2} h_1(\vec{G}), \quad (8)$$

傅立叶展开系数 $X(\vec{G})$ 为

$$X(\vec{G}) = \frac{1}{S} \int_S X(r) \exp(-i\vec{G} \cdot \vec{r}) d\vec{r}, \quad (9)$$

(9) 式积分是在一个原胞 S 内进行的. 引入填充比 $f = s/S$ (s 为原胞内空气柱的横截面积) 和几何因子 $A(\vec{G})$, 其定义为

$$A(\vec{G}) = \frac{1}{S} \int_S \exp(-i\vec{G} \cdot \vec{r}) d\vec{r}, \quad (10)$$

(9) 式可以简化为

$$X(\vec{G}) = \begin{cases} X_+ f(X - X_+), & \vec{G} = 0; \\ (X - X_+) A(\vec{G}), & \vec{G} \neq 0, \end{cases} \quad (11)$$

其中 X_+ 为空气柱介电常数, X_+ 为背景的介电常数.

当空气柱绕轴旋转 θ 时, 在旋转算符 T_θ 的作用

下, 在 k 空间中, 倒易矢量 $\vec{G} = (G_x, G_y)$ 变换为

$$T \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix}. \quad (12)$$

2 仿真结果与分析

我们以空气柱型光子晶体为例对二维旋转复式晶格光子晶体进行能带计算, 分析如图 1 所示的结构模型, 背景材料为 Ge, 介电常数 $X = 16$. 图中白色部分为空气柱, 黑色为背景. 光子晶体的正四边形空气柱绕轴旋转 θ , 再复合进另一套正方格子光子晶体.

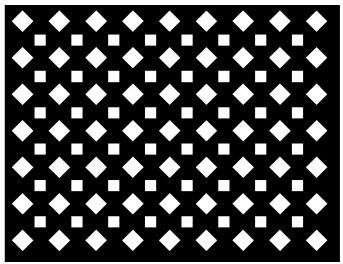


图 1 二维旋转复式晶格光子晶体截面
Fig. 1 Profile of two-dimensional compound lattices photonic crystal with rotating cylinders

2.1 光子晶体的带隙随旋转角度的变化

我们取外层旋转光子晶体的晶格常数 $a_1 = 1 \mu\text{m}$, 内层光子晶体的晶格常数 $a_2 = 1 \mu\text{m}$, 外层空气柱边长 $d = 0.7a_1$, 内层空气柱边长 $d = 0.4a_2$. 如图 2 所示, 我们可以发现, θ 从 0° 到 90° 之间变化, TE 模和 TM 模有 6 处重叠的地方, 即出现 6 处绝对带隙, 而且带隙沿 $\theta = 45^\circ$ 对称. 当 $\theta = 25.6^\circ$ 时, 在 $0.39597 \sim 0.46429 (ka/\pi c)$ 频率范围存在一个最大绝对带隙 (图中黑色阴影部分), 其带隙宽度为 $0.06832 (ka/\pi c)$, 中心频率为 $0.43013 (ka/\pi c)$, 相对带隙宽度 (相应的绝对带隙宽度与带隙中心频率的比) 为 15.88% . 当 $\theta = 64.4^\circ$ 时 ($\theta = 25.6^\circ$ 关于 $\theta = 45^\circ$ 的对称点), 其带隙宽度为 $0.06814 (ka/\pi c)$, 中心频率为 $0.43021 (ka/\pi c)$, 相对带隙宽度 (相应的绝对带隙宽度与带隙中心频率的比) 为 15.84% .

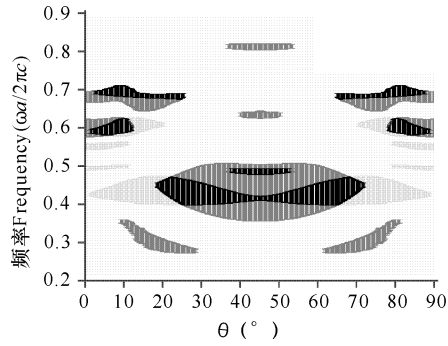


图 2 光子晶体的带隙随旋转角度的变化
Fig. 2 Band gaps of photonic crystal varies as rotating angle
□ TE; ■ TM; ■ 绝对带隙 Absolute gap.

2.2 光子晶体的带隙随边长的变化

取 $\theta = 60^\circ$, 其他参数不变, 随着边长 d 由 $0.3 \mu\text{m}$ 变化到 $0.9 \mu\text{m}$, 由图 3 可以看到, 当 $d = 0.527$ 时开始出现绝对带隙, TE 模和 TM 模有一处重叠的地方. 当边长 $d = 0.759$ 时, 在 $0.4339 \sim 0.51928(\omega a / 2\pi c)$ 频率范围存在一个最大绝对带隙 (图中黑色阴影部分), 其带隙宽度为 $0.08538(\omega a / 2\pi c)$, 中心频率为 $0.47659(\omega a / 2\pi c)$, 相对带隙宽度为 17.9% . 图 4 给出了 $\theta = 60^\circ, d = 0.759 \mu\text{m}$ 时该结构光子晶体能带分布.

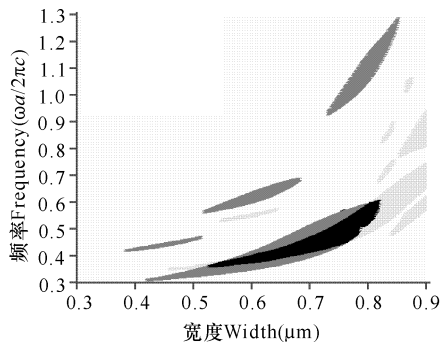


图 3 光子晶体的带隙随边长的变化

Fig. 3 Band gaps of photonic crystal varies as the width of side

□: TE; ■: TM; 绝对带隙 Absolute gap.

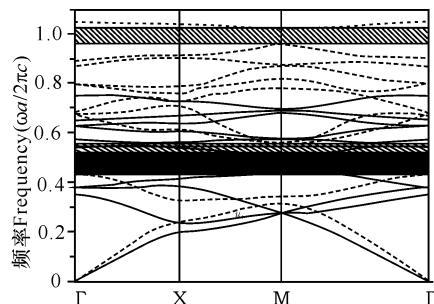


图 4 光子晶体能带分布

Fig. 4 Photonic bandgap structure

—: TE; - - -: TM.

仿真结果表明, 选择合适的参数, 对于二维旋转复式晶格光子晶体的带隙结构, 相对带隙宽度可以达到 17.9% , 该结果优于其他光子晶体结构的结果. 如文献 [8] 报道的两种结构的相对带隙宽度仅分别为 11.78% 和 6% .

3 结论

本文运用平面波展开法, 研究了二维旋转复式晶格光子晶体的带隙结构. 通过优化参量得到了带隙宽度为 $0.08538(\omega a / 2\pi c)$ 的大带隙, 其相对带隙宽度达

到 17.91% . 相对于其它光子晶体结构, 本文提出的结构更容易产生绝对带隙. 本文结果说明光子晶体在结构一定的情况下, 改变其对称性, 可以增大绝对带隙的宽度, 这可以为设计二维光子晶体提供一定参考.

参考文献:

- [1] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid state physics and electronics [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58 (20): 2059-2061.
- [2] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(23): 2486-2489.
- [3] Kosaka H, Kawashima T, Tomita A, et al. Superprism phenomena in photonic crystals [J]. Phys Rev B, 1998, 58(16): R10096-R10099.
- [4] Stomeo T, Errico V, Salhi A, et al. Design and fabrication of active and passive photonic crystal resonators [J]. Microelectronic Engineering, 2006, 83(2): 1823-1825.
- [5] Koshiha M. Wavelength division multiplexing and demultiplexing with photonic crystal waveguide couplers [J]. Lightwave Technology, 2001, 19(2): 1970-1975.
- [6] Kawai N, Inoue K, Carlsson N, et al. Confined band gap in an air-bridge type of two-dimensional AlGaAs photonic crystal [J]. Phys Rev Lett, 2001, 86(11): 2289-2292.
- [7] Shen L F, He S L, Xiao S S. Large absolute band gaps in two-dimensional photonic crystals formed by large dielectric pixels [J]. Phys Rev B, 2002, 66(16): 165315-1 ~ 165315-6.
- [8] 肖三水, 沈林放, 何赛灵. 低频和高频区域内大禁带的二维各向异性光子晶体 [J]. 物理学报, 2002, 51(12): 2858-2864.
- [9] 仇高新, 林芳蕾, 李永平. 利用复式晶胞实现二维正方形布拉菲格子光子晶体的完全带隙 [J]. 物理学报, 2003, 52(3): 600-603.
- [10] 冯尚申, 沈林放, 何赛灵. 大带隙二维正方介电柱三角晶格光子晶体 [J]. 物理学报, 2004, 53(5): 1540-1544.
- [11] 曾隼, 潘杰勇, 董建文, 等. 大小周期正方格子复合结构的光子带隙特性 [J]. 物理学报, 2006, 55(6): 2785-2788.
- [12] 汪静丽, 陈鹤鸣. 二维棋盘格子复式晶格的完全光子带隙研究 [J]. 物理学报, 2007, 56(2): 922-926.

(责任编辑: 韦廷宗)