

一种排序模糊数的新方法*

A New Method for Ranking Fuzzy Numbers

王中兴, 高山林, 李 健

WANG Zhong-xing, GAO Shan-lin, LI Jian

(广西大学数学与信息科学学院, 广西南宁 530004)

(School of Mathematics and Information Science, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004 China)

摘要: 在分析讨论模糊数排序方法的基础上, 提出一种新的模糊数排序方法: 首先建立一个理想边界, 然后求出每个模糊数到左右边界的左右相离值, 并结合质心指标, 综合形成基于左右相离值的模糊数排序方法.

关键词: 模糊数排序 质心 左右相离值

中图分类号: O159 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2010)02-0097-03

Abstract: Based on analysing the methods of ranking fuzzy numbers, a new method for ranking fuzzy numbers is proposed. Firstly, the ideal boundary is established; then the right and left Leave values of fuzzy numbers are calculated; Finally, integrating the Centroid index, a new method for ranking fuzzy numbers is formed based on the right and left Leave values.

Key words: ranking fuzzy numbers, centroid, the right and left leave values

自 1998 年 Cheng^[1] 提出一种基于质心指标的模糊数排序方法以来, Choobineh 和 Li^[2] 通过模糊距离建立了排序指标对模糊数排序, 文献[3~6]分别从不同的角度对基于质心指标的模糊数排序方法作了改良. 文献[7,8]用符号距离来排序, 文献[9,10]讨论了关于模糊距离的最新定义, 文献[11]利用模糊距离导出左右相离度来对模糊数排序. 但是到目前为止还没有一种方法可以完全解决模糊数排序问题, 上述方法或多或少存在一些缺陷, 例如, 对对称中心相同的两个对称三角模糊数不能作出合理判断. 为克服此缺陷, 本文结合左右相离值和质心差距建立一个综合排序指标, 以此来对模糊数排序, 并用具体算例来检验新排序指标的优越性、简便性和实用性.

1 基础知识

定义 1^[1] 模糊数 $\tilde{A}(a, b, c, d; \omega)$ 称为左右型模糊数, 若其隶属函数 $f_{\tilde{A}}(x)$ 为:

$$f_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} f_{\tilde{A}}^L(x), & a \leq x \leq b, \\ \omega, & b \leq x \leq c, \\ f_{\tilde{A}}^R(x), & c \leq x \leq d, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (1)$$

其中 $0 < \omega \leq 1$, $f_{\tilde{A}}^L(x): [a, b] \rightarrow [0, \omega]$ 严格单调递增连续函数; $f_{\tilde{A}}^R(x): [c, d] \rightarrow [0, \omega]$ 严格单调递减连续函数. 当 $\omega = 1$ 时, 称 \tilde{A} 为正规模糊数. 若 $f_{\tilde{A}}^L(x)$, $f_{\tilde{A}}^R(x)$ 均为线性函数时, 则称其为梯形模糊数, 简记为 $\tilde{A}(a, b, c, d; \omega)$; 特别当 $b = c$ 时, 称其为三角模糊数, 简记为 $\tilde{A}(a, b, d; \omega)$.

由于 $f_{\tilde{A}}^L(x)$, $f_{\tilde{A}}^R(x)$ 是严格单调连续函数, 从而它们必定存在反函数. 不妨设其反函数为 $g_{\tilde{A}}^L(y): [0, \omega] \rightarrow [a, b]$; $g_{\tilde{A}}^R(y): [0, \omega] \rightarrow [c, d]$; 当 \tilde{A} 为梯形模糊数 $(a, b, c, d; \omega)$ 时, 则有

$$g_{\tilde{A}}^L(y) = a + (b - a)y/\omega; g_{\tilde{A}}^R(y) = d - (d - c)y/\omega, \omega \in [0, 1].$$

2 模糊数排序新方法

对于基于质心的模糊数排序方法虽然简单, 但存在失效的情况. 例如: 对于质心相同的两个对称三角模糊数 $\tilde{A}(b - \delta, b, b + \delta)$, $\tilde{B}(b - \sigma, b, b + \sigma)$, 通常的基于质心指标的模糊数排序方法不能作出合理的判断. 我们基于 Choobineh 和 Li^[2] 提出的模糊距离作

收稿日期: 2009-07-09

作者简介: 王中兴(1962-), 男, 教授, 主要从事运筹与决策研究.

* 广西自然科学基金项目(桂自科批号: 0991029), 广西研究生教育创新计划项目(105930903068)资助.

进一步改良.

定义 2 对于一组左右型模糊数 $\tilde{A}_i(a_i, b_i, c_i, d_i; \omega)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 记 $a_{\min} = \min_{1 \leq i \leq n} \{a_i\}$, $d_{\max} = \max_{1 \leq i \leq n} \{d_i\}$. $x = a_{\min}$, $x = d_{\max}$ 分别称为这组模糊数的正理想边界和负理想边界.

定义 3 模糊数 $\tilde{A}_i(a_i, b_i, c_i, d_i; \omega)$ 的左右相离值(图 1) 分别定义为:

$$d_i^L = \int_0^{\omega_i} [f_{\tilde{A}_i}^L(x) - x_{\min}] dx = (b_i - a_{\min})\omega_i - \int_{a_i}^{b_i} f_{\tilde{A}_i}^L(x) dx, \quad (2)$$

$$d_i^R = \int_0^{\omega_i} [x_{\max} - f_{\tilde{A}_i}^R(x)] dx = (d_{\max} - c_i)\omega_i - \int_{c_i}^{d_i} f_{\tilde{A}_i}^R(x) dx. \quad (3)$$

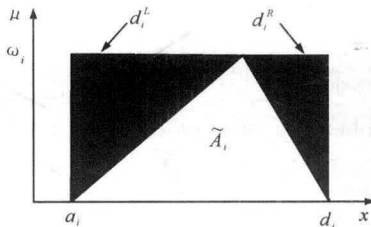


图 1 模糊数 \tilde{A}_i 的左右相离值

根据左右相离值定义建立新的排序指标

$$F^*(\tilde{A}_i) = \frac{d_i^L}{1 + d_i^R}. \quad (4)$$

定义 4^[6] 对任意一组左右型模糊数 $\tilde{A}_i(a_i, b_i, c_i, d_i; \omega)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 定义其质心指标为

$$M_i = \bar{x}_0(\tilde{A}_i) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x f_{\tilde{A}_i}(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\tilde{A}_i}(x) dx} = \frac{\int_{a_i}^{b_i} x f_{\tilde{A}_i}^L(x) dx + \int_{b_i}^{c_i} x \omega_i dx + \int_{c_i}^{d_i} x f_{\tilde{A}_i}^R(x) dx}{\int_{a_i}^{b_i} f_{\tilde{A}_i}^L(x) dx + \int_{b_i}^{c_i} \omega_i dx + \int_{c_i}^{d_i} f_{\tilde{A}_i}^R(x) dx}. \quad (5)$$

利用上述质心指标构造质心差距 λ_i 为

$$\lambda_i = M_{\max} - M_i, \quad (6)$$

其中 M_i 是 \tilde{A}_i 的质心指标, $M_{\max} = \max\{M_1, M_2, \dots, M_n\}$, $M_{\min} = \min\{M_1, M_2, \dots, M_n\}$, $\lambda_{\max} = M_{\max} - M_{\min}$. 由文献[1~5]可知, 质心指标的大小反映模糊数的优劣.

基于上述讨论, 建立综合排序指标:

$$F(\tilde{A}_i) = \begin{cases} \frac{d_i^L}{\lambda_i + \lambda_{\max} + d_i^R}, & M_{\max} \neq M_{\min}, \\ \frac{d_i^L}{1 + d_i^R}, & M_{\max} = M_{\min}. \end{cases} \quad (7)$$

对于任意一组左右型模糊数 $\tilde{A}_i(a_i, b_i, c_i, d_i; \omega)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 具体排序步骤为

步骤 1 把需排序模糊数全部置于同一坐标系

上, 并建立理想边界;

步骤 2 根据(2)式和(3)式, 计算模糊数 \tilde{A}_i 的左右相离值 d_i^L, d_i^R ;

步骤 3 根据(5)式计算模糊数 \tilde{A}_i 的质心指标并计算 M_i ;

步骤 4 根据(6)式计算质心差距 λ_i ;

步骤 5 根据(7)计算排序指标 $F(\tilde{A}_i)$;

步骤 6 基于模糊数 \tilde{A}_i 的排序指标 $F(\tilde{A}_i)$ 对模糊数排序.

容易验证新排序指标 $F(\tilde{A}_i)$ 具有如下性质:

① 序关系的完全性, 即 $\tilde{A}_i \geq \tilde{A}_j$ 与 $\tilde{A}_i \leq \tilde{A}_j$ 至少有一个成立;

② 序关系的传递性, 即若 $\tilde{A}_i \geq \tilde{A}_j$ 且 $\tilde{A}_j \geq \tilde{A}_k$, 就有 $\tilde{A}_i \geq \tilde{A}_k$;

③ 若 $\tilde{A}_i \geq \tilde{A}_j$ 与 $\tilde{A}_i \leq \tilde{A}_j$ 同时成立, 则有 $\tilde{A}_i \sim \tilde{A}_j$;

④ $\tilde{A}_i \geq \tilde{A}_j \Rightarrow \tilde{A}_i' \geq \tilde{A}_j'$, 这里 $\tilde{A}_i' = (a_i + k, b_i + k, c_i + k, d_i + k)$, $\tilde{A}_j' = (a_j + k, b_j + k, c_j + k, d_j + k)$ 且他们同在一区间内比较, k 为任意实数.

3 实例分析

例 1^[4] 排序模糊数 $\tilde{A}_1 = (3, 5, 7; 1)$, $\tilde{A}_2 = (3, 5, 7; 0.8)$, $\tilde{A}_3 = (5, 7, 9, 10; 1)$, $\tilde{A}_4 = (6, 7, 9, 10; 0.6)$, $\tilde{A}_5 = (7, 8, 9, 10; 0.4)$ (图 2). 利用不同的方法排序结果见表 1.

表 1 各种方法排序结果比较

排序方法 Ranking methods	模糊数 Fuzzy numbers					排序结果 Ranking results
	\tilde{A}_1	\tilde{A}_2	\tilde{A}_3	\tilde{A}_4	\tilde{A}_5	
Chu and Tsao	2.5	2	3.896	2.4	1.7	$\tilde{A}_5 < \tilde{A}_2 < \tilde{A}_1 < \tilde{A}_4 < \tilde{A}_3$
Lee	5+0.33	5+0.27	7.714	8	8.5	$\tilde{A}_2 < \tilde{A}_1 < \tilde{A}_3 < \tilde{A}_4 < \tilde{A}_5$
Chooibneh	0.2855	0.2285	0.6785	0.4285	0.314	$\tilde{A}_2 < \tilde{A}_1 < \tilde{A}_5 < \tilde{A}_4 < \tilde{A}_3$
本文方法 Propose method	0.091	0.078	0.627	0.488	0.486	$\tilde{A}_2 < \tilde{A}_1 < \tilde{A}_5 < \tilde{A}_4 < \tilde{A}_3$

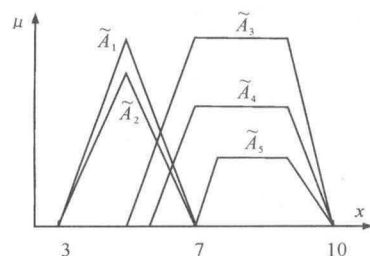


图 2 模糊数 \tilde{A}_i 的直观图

Fig. 2 Visual diagrams fuzzy number \tilde{A}_i

例 2 排序模糊数 $\tilde{B}_1(0.3, 0.4, 0.7, 0.9)$, $\tilde{B}_2(0.3, 0.7, 1.1)$, $\tilde{B}_3(0.5, 0.7, 0.9)$ (图 3), 利用各种不同方法排序结果见表 2.

表 2 各种方法对排序结果的比较

Table 2 Comparative results of several ranking methods

排序方法 Ranking methods	模糊数 Fuzzy numbers			排序结果 Ranking results
	\tilde{B}_1	\tilde{B}_2	\tilde{B}_3	
Chu and Tsao	0.302	0.211	0.211	$\tilde{B}_1 \sim \tilde{B}_2 < \tilde{B}_3$
Lee	0.578	0.700	0.700	$\tilde{B}_1 < \tilde{B}_2 \sim \tilde{B}_3$
Choobineh	0.344	0.500	0.500	$\tilde{B}_1 < \tilde{B}_2 \sim \tilde{B}_3$
本文方法 Propose method	0.092	0.621	0.711	$\tilde{B}_1 < \tilde{B}_2 < \tilde{B}_3$

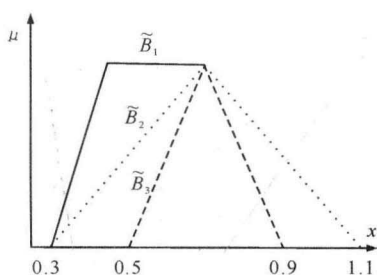


图 3 模糊数 \tilde{B} 的直观图

Fig. 3 Visual diagrams fuzzy number \tilde{B} .

由表 1 和表 2 的结果可知:本文排序指标与基于质心、模糊距离排序方法具有同样的优势,并且能克服 Choobineh-Li^[2]、Lee^[4]等方法所存在的缺陷,可对对称中心相同的两个对称三角模糊数 $\tilde{A}(b - \delta, b, b + \delta)$, $\tilde{B}(b - \sigma, b, b + \sigma)$ 作出合理的判断.此排序结果符合直观几何解释,也接近普通中立者态度.

参考文献:

[1] Cheng C H. A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998

(95):307-317.
 [2] 李荣钧;模糊多准则决策理论与应用[M].北京:科学出版社,2002:115-117.
 [3] Chu T C, Tsao C T. Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid point and the original point[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2002 (43):111-117.
 [4] Wang Yujie, Lee Hsuanshih. The revised method of ranking fuzzy numbers with an area between the centroid and original points[J]. Computers and Mathematics with Application, 2008(55):2033-2042.
 [5] Chen S J, Chen S M. A new method for handling multicriteria fuzzy decision-making problem using FN-IOWA operators [J]. Cybernetics and Systems, 2003 (34):109-137.
 [6] Wang Yingming, Yang Jianbo, Xu Dongling, et al. On the centroids of fuzzy numbers[J]. Expert Systems with Applications, 2006(157):919-926.
 [7] Abbasbandy S, Asady B. Ranking of fuzzy numbers by sign distance[J]. Information Sciences, 2006(176):2405-2416.
 [8] Asady B, Zendehtnam A. Ranking fuzzy numbers by distance minimization [J]. Applied Mathematical Modelling, 2007(31):2589-2598.
 [9] 刘浪. 论模糊数的模糊距离[J]. 湘潭师范学院学报:自然科学版, 2006(3):5-7.
 [10] 刘慧林, 冯汝鹏. 新的模糊数的模糊距离[J]. 模糊系统与数学, 2005(6):106-109.
 [11] 刘勇军, 白波. 基于质心指标对模糊数排序的新方法[J]. 统计与决策, 2008(11):23-25.

(责任编辑:尹 闯)

科学家首次让绝缘体传递出电流

由于电流无法从绝缘体通过,所以绝缘体一直被认为无法传递电流。最近日本科学家以白金作电极,夹住石榴石(一种非金属矿物)进行实验。当从一边的电极传出电流后,虽然石榴石本身不会有电流流过,但是从另一边的电极中却获得了电流。科学家认为,这是由于白金电极中流出电流后,绝缘体的电子会像指南针那样晃动起来,晃动逐渐像波浪一样,形成“自旋霍尔”波,同时传递给相邻的电子,这种波到达另一边的电极后再次变成了电流。在通常的电路中,由于电子会流动,所以会因遇到电阻而发热,导致能量损失。但是,利用上述新的方法传递电流,只会出现极微小的发热现象。电脑和手机等的集成电路都使用金属和半导体,如果想使电路实现小型化,就会导致发热现象增加,运行速度也会变慢,如何减少发热一直是一个重要课题。日本科学家的这项发现将有利于实现电路的小型化和高性能化。

(据科学网)