改进进化策略求解复杂物理方程*

Modified Evolution Strategy for Solving the Complex Physics Equation

郭德龙[1],夏慧明[2],周永权[3]

GUO De-long[1],XIA Hui-ming[2],ZHOU Yong-quan[3]

(1.黔南民族师范学院数学系,贵州都匀 558000;2.南京师范大学泰州学院数学系,江苏泰州 225300;3.广西民族大学数学与计算机科学学院,广西南宁 530006)

(1. Department of Maths, Qiannan Normal University for Nationalities, Duyun, Guizhou, 558000, China; 2. Department of Maths, Taizhou College of Nanjing Normal University, Taizhou, Jiangsu, 225300, China; 3. College of Maths and Computer Science, Guangxi University for Nationalities, Nanning, Guangxi, 530006, China)

摘要:应用改进的进化策略求解复杂物理方程,把求方程近似解问题转化成函数优化问题,并用仿真实例来检验其优越性.该方法充分利用进化策略随机产生的初始可行解,经过重组、突变和选择逐渐逼近最优解,具有收敛速度快,求解精度高,体现并行算法的特点.

关键词:函数优化 进化策略 物理方程

中图法分类号:O224,TP181 **文献标识码**:A **文章编号**:1005-9164(2010)03-0212-03

Abstract: An improved evolution strategy was applied to solving complex physics equations. The problem was changed to the function optimization from the approximate solution of equation, and its advantages were tested by simulation. The method uses the evolutionary strategy to produce an initial feasible solution and gradually approaches the optimal solution through reorganization, mutation, and selection. It is characterized by fast convergence, high accuracy, and the parallel algorithm.

Key words: function optimization, evolution strategy, physical equation

在有些物理问题的讨论中,有时需要应用近似方法求方程的解,而且这些方程可能是非线性方程或者超越方程.求解这些方程的传统方法有图解法、牛顿迭代法等,但是这些方法都有一个共同的缺点——初值选取会影响收敛性和求解精度.例如,模拟退火算法,遗传算法等.

由传统估计方法可知,求解物理方程(包括非线性方程、超越方程等)的近似解的问题可以转为函数优化问题:

$$\min f(x_1,x_2,\cdots,x_k), \quad (1)$$

$a<x_i<b, i=1,2,\cdots,k$,其中a,b为求解方程中x_i取值范围.那么根据进化策略算法求解物理方程方程问题就转化为函数优化问题,方程的近似解就是优化函数的极小值.本文应用改进的进化策略来近似求解复杂物理方程,提出一种启发式的随机搜索方法.

1 标准进化策略[1]

1)确定问题的表达方式.这种表达方式中的个体由目标变量X和标准差σ两部分组成,每部分又可以有n个分量,即:

$$(X,\sigma)=((x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,x_n),(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_i,\cdots,\sigma_n)). \quad (2)$$

X和σ之间的关系是

$$\begin{cases}\sigma_i'=\sigma_i\cdot\exp(r'\cdot N(0,1)+r\cdot N_i(0,1)),\\ x_i'=x_i+\sigma_i\cdot N_i(0,1).\end{cases} \quad (3)$$

r'是全局系数,等于$(\sqrt{2\sqrt{n}})^{-1}$,常取1;r是局部系

收稿日期:2009-09-09

修回日期:2010-01-15

作者简介:郭德龙(1976-),男,硕士,讲师,主要从事进化计算及其应用。

* 国家民委科研基金项目(08GX01);广西自然科学基金项目(0832082);黔南民族师范学院院级科研项目(QNSY0905)资助。

数，等于$(\sqrt{2n})^{-1}$，常取1，$\sigma(0)=3.0$.

2）随机生成初始群体，并计算其适应度．进化策略中初始群体由μ个个体组成，每个个体(X,σ)内又可以包含n个x_i,σ_i分量．产生初始个体的方法是随机生成的.

3）计算初始个体的适应度，若满足条件，终止；否则，往下进行.

4）根据进化策略，用下述操作产生新群体：

① 中值重组：

从μ个父代个体中用随机的方法任选两个个体，如(2)式，然后将父代个体各分量的平均值作为子代新个体的分量．构成的新个体为

$$(X,\sigma)=((x_1^1+x_1^2)/2,(x_2^1+x_2^2)/2,\cdots,(x_n^1+x_n^2)/2),((\sigma_1^1+\sigma_1^2)/2,(\sigma_2^1+\sigma_2^2)/2,\cdots,(\sigma_n^1+\sigma_n^2)/2)). \tag{4}$$

② 突变：对重组后的个体添加随机量，按照(2)式产生新个体.

③ 计算新个体适应度.

④ 按照(μ,λ)选择策略，挑选优良个体组成下一代群体.

5）反复执行4)，当运行次数超过T_0时程序终止，选择最佳个体作为进化策略的结果.

2 改进的进化策略

1）确定个体的表达方式：表达式中个体由目标变量X和标准差σ两部分组成，每部分有k个分量，即

$$(X,\sigma)=((x_1,x_2,\cdots,x_k),(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_k)), \tag{5}$$

$x_1,x_2,\cdots,x_k$是1)中向量X的分量，k是X的维数.

2）随机生成初始群体：进化策略中初始群体由μ个个体组成，每个个体(X,σ)内包含k个x_i,σ_i分量．产生初始个体的方法是随机生成的.

3）计算适应度：取适应度函数为

$$F=\frac{1}{1+f^2}. \tag{6}$$

则参数最优估计就是使4)中f达到最小值且趋于平稳．终止条件选择一个最大迭代次数T_0，精度为epsilion，当精度达到给出的精度或当运行次数大于T_0时，程序终止.

4）根据进化策略，用下述操作产生新群体：

① 重组：将两个父代个体交换目标变量和标准差产生新个体．目标变量采用离散重组，标准差采用中值重组.

② 突变：对重组后的个体添加随机量，采用(2)式中的平均突变算子产生新个体.

③ 计算新个体适应度：适应度的计算与3)中的计算过程相同，并且保留上一代最优的个体，并与下一代最优个体进行比较谁更优就保留下来，作为这一代的最优个体.

④ 选择：采用(μ,λ)选择策略，挑选优良个体组成下一代群体.

5)反复执行4)，直到达到终止条件，选择最佳个体作为进化策略的结果.

3 仿真实例

从表1、表2可以看到改进进化策略算法不但初始点可以随机选取，而且精度高，有效地避免了初始点选择困难的问题，比传统迭代法好.

例1 计算文献[2]中推导维恩位移定律$\lambda_m T=b$(常量)中超越方程．维恩位移定律可由普朗克公式

$$\varepsilon_{\lambda,T}=2\pi hc^2\lambda^{-5}(e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1)^{-1}$$

导出．推导时令$\dfrac{\partial\varepsilon_{\lambda,T}}{\partial\lambda}=0$，求出波长$\lambda$的极值$\lambda_m$．在推导过程中解超越方程

$$1-\frac{x}{5}-e^{-x}=0.$$

首先由传统的方法确定出方程根所在的区间[ln5,5]，再令

$$f(x)=1-\frac{x}{5}-e^{-x},$$

适应度函数取为

$$F=\frac{1}{1+f^2(x)}.$$

随机生成初始群体规模$\mu=15$．重组：目标变量采取离散重组，标准差采取中值重组，突变：采取高斯突变产生的新个体$\lambda=105$，初始时标准差取为$\sigma(0)=3.0$，选择：采用(15,105)选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数$T_0=200$，解的精度epsilion＝0.999999999(表1).

表1 两种不同算法所得结果

Table 1 Results of two different algorithms

传统的迭代方法[3] Traditional iteration method			改进进化策略算法 Evolution strategy algorithm		
初始值 Initial value	迭代次数 Iterations	数值解 Numerical solution	初始值 Initial value	迭代次数 Iterations	数值解 Numerical solution
5	4	4.65	(5−ln5)*rand(15,1)−ln5	6	4.651140
4.9	4	4.65	(5−ln5)*rand(15,1)−ln5	6	4.651142
4	4	4.65	(5−ln5)*rand(15,1)−ln5	6	4.651142
3	4	4.65	(5−ln5)*rand(15,1)−ln5	7	4.651132
ln5	4	4.65	(5−ln5)*rand(15,1)−ln5	6	4.651123

例2 数值计算文献[2]中伊辛模型的布拉格-威廉斯近似结果，即要解超越方程

$$L=\mathrm{th}(aL). \tag{7}$$

由于曲线$y=\mathrm{th}(aL)$在原点的斜率为a，则当a

表 2 两种不同算法所得结果

Table 2 Results of two different algorithms

	传统的迭代方法[3] Traditional iteration method			改进的进化策略算法 Evolution strategy algorithm		
参数 a 值 Parameter a values	初始值 Initial value	迭代次数 Iterations	数值解 Numerical solution	初始值 Initial value	迭代次数 Iterations	数值解 Numerical solution
1.4	2 * rand−1	18	0.814528531	2 * rand(15,1)−1	28	0.814527521
1.6	2 * rand−1	20	0.890643478	2 * rand(15,1)−1	23	0.890653474
1.8	2 * rand−1	35	0.932717572	2 * rand(15,1)−1	23	0.932716557
2	2 * rand−1	25	0.957504024	2 * rand(15,1)−1	18	0.957504034
2.5	2 * rand−1	23	0.985623871	2 * rand(15,1)−1	78	0.985624772
3	2 * rand−1	47	0.994901528	2 * rand(15,1)−1	40	0.994902528
3.5	2 * rand−1	30	0.998154224	2 * rand(15,1)−1	37	0.998154224
4	2 * rand−1	32	0.999325673	2 * rand(15,1)−1	46	0.999326672
4.5	2 * rand−1	48	0.999752660	2 * rand(15,1)−1	37	0.9997526045
5	2 * rand−1	37	0.999909121	2 * rand(15,1)−1	75	0.9999091314

$\leqslant 1$ 时，$y=\mathrm{th}(aL)$ 与 $y=L$ 在原点相切，此时(7)式只有一个解：$L=0$. 当 $a>1$ 时，$y=\mathrm{th}(aL)$ 与 $y=L$ 有 3 个交点，即(7)式存在 3 个解. 其中 $L=0$ 的解容易从(7)式中看出. 因为 $|\mathrm{th}(aL)|\leqslant 1$，由(7)式有 $|L|\leqslant 1$，这就得到另两个非零解的区间为$[-1,1]$，且两个解互为相反数.

首先由传统的方法确定出方程根所在的区间$[-1,1]$，再令 $f(x)=\mathrm{th}(ax)-x$，适应度函数取为

$$F=\frac{1}{1+f^2(x)}.$$

随机生成初始群体规模 $\mu=20$，重组：目标变量采取离散重组，标准差采取中值重组，突变：采取高斯突变产生的新个体 $\lambda=140$，初始时标准差取为 $\sigma(0)=3.0$，选择：采用(20,140)选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数 $T_0=100$，解的精度 epsilion=0.99999999999（表 2）.

4 结束语

在物理方程近似求解中，应用传统的迭代方法求非线性和超越方程的近似解时，初值选取的好坏影响到解的收敛性和精度. 本文应用改进进化策略求近似解，是一种启发式的随机搜索方法，它仿效生物体的进化与遗传，根据生存竞争和优胜劣汰的原则，使所要解决的问题从初始解逐渐逼近最优解. 该方法求解精度高，收敛速度快，可以较好地应用于物理方程的近似求解.

参考文献：

[1] 云庆夏. 进化算法[M]. 北京：冶金工业出版社，2000.

[2] 龚伦训. 物理方程的迭代法计算[J]. 大学物理，1996，(5)：13-15.

[3] 谢长珍，魏书民，段德恩，等. 非线性问题的加速迭代法及其在物理中的应用[J]. 信阳师范学院学报：自然科学版，1999，12(3)：284-286.

[4] 王沫然. MATLAB 与科学计算[M]. 北京：电子工业出版社，2003.

（责任编辑：尹 闯）

中国科学家揭示 3 种野生稻群体遗传结构特征

近日，中国科研人员揭示了 3 种野生稻群体遗传结构特征。他们从 1994 年开始对分布于中国境内的 3 种野生稻：普通野生稻、药用野生稻和颗粒野生稻进行系统性调查取样，研究它们不同的群落学特征。他们利用等位酶和微卫星标记对这 3 种野生稻 92 个居群 2000 多个个体，进行居群遗传学和分子生态学研究，构建出代表全国不同地理分布和生境的天然野生稻居群的 4000 多个个体 DNA 库。发现普通野生稻濒危程度最高，药用野生稻和颗粒野生稻分别次之。这种遗传结构特征为我国和世界野生稻种质资源研究与保护提供了科学依据。

（据科学网）