

小世界网络上流行病扩散控制策略

Control Strategies of Epidemic Spreading in Small-world Networks

王 俊, 贾 贞, 李 勇

WANG Jun, JIA Zhen, LI Yong

(桂林理工大学理学院, 广西桂林 541004)

(College of Science, Guilin University of Technology, Guilin, Guangxi, 541004, China)

摘要:基于 WS 小世界网络和 SIRS(Susceptible Infected Removed Susceptible)类流行病模型,通过数值模拟研究改变网络拓扑结构策略和改变网络拓扑结构与直接免疫相结合的策略对流行病扩散的控制。模拟结果显示,在第一种策略下,自我隔离的节点达到 40%时疾病将在有限的时间内达到零感染态,而且随着自我隔离节点度被降低程度的升高疾病被控制的效果越好;在第二种策略下,疾病达到零感染态的速度比第一种策略下更快。两种策略都能够阻碍疾病的传染,控制疾病的蔓延,而且第二种策略的控制效果更佳。

关键词:WS 小世界网络 SIRS 模型 直接免疫 地方病状态

中图分类号:O231.5 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-9164(2010)03-0215-03

Abstract: Based on WS small world networks and SIRS epidemic model, two kinds of epidemic control strategy which are the change of WS small world network topology and the combining changes in network structure and direct immunization were studied by numerical simulation. The results show that a disease will be achieved zero infection state within a limited time when self-isolation node reached 40%. In the first strategy a disease is controlled better with the decrease in the degree of self-isolation node. In the second strategy, the speed to reach zero infection state is faster. These two strategies can hinder and control the spread of the disease, and the second control strategy is better.

Key words: WS small world networks, SIRS epidemic model, direct immunization, endemic state

小世界网络模型^[1]是 Watts 和 Strogatz 在 1998 年基于人类社会网络提出的,它比较合理地反映了现实网络具有既不完全规则也不完全随机的网络统计特征。近年来,大量的研究表明,社会网络模型大多是“小世界”模型,而且“小世界”网络模型已经在许多领域得到了应用,如流行病 SARS 传播^[2],互联网控制^[3],生物学蛋白质网络动力学研究^[4]等等。

随着复杂网络理论研究的深入开展,复杂网络上疾病的传播机理与控制方法已成为一个热点研究课题。目前最典型的免疫控制策略有:随机免疫^[5],即完全随机地选取网络中的部分节点进行免疫;目标免疫^[6],即选取少量度较大的节点进行免疫;熟人免疫^[7],即对随机选出的节点的邻居进行免疫。这些典型的方法都是在不改变网络拓扑结构的基础上对部分节点进行免疫。而对于某些现实网络,可以考虑在

不影响它们所承担的社会功能的情况下,通过改变它们的拓扑结构对疾病进行有效的控制,例如,当传染性疾爆发时,人们为了避免感染,控制疾病的蔓延,都会自觉地减少出行,减少与一部分人的接触,形成一定程度的自我隔离,这样就会改变原来网络的拓扑结构;还可以考虑在自我隔离的同时,对部分人群进行直接免疫(如接种疫苗等)的措施配合控制疾病的蔓延。

本文基于一种特定的流行病 SIRS 传染模型来研究上述两种控制策略对疾病在小世界网络上扩散的控制效果。首先介绍小世界网络及所研究的流行病模型的构造,考虑 SIRS 类传播模式达到了地方病状态^[8](即疾病的蔓延达到一定规模,形成了一种平衡状态)时的情形;其次在地方病状态下通过改变网络的拓扑结构对疾病进行控制,发现当自我隔离的节点达到一定比例时疾病能够被有效的控制,甚至能达到零感染;最后考虑改变网络的拓扑结构与直接免疫相结合的控制策略,模拟结果显示,疾病的蔓延得到更

收稿日期:2009-12-11

修回日期:2010-05-24

作者简介:王 俊(1985-),男,硕士研究生,主要从事复杂网络研究。

加有效的控制,并在一定条件下能迅速地消灭疾病。

1 网络模型

WS 小世界网络模型的生成规则:(1)从规则网络开始,从具有 N 个节点的环形网络开始,其中每一个节点都有与它左右相邻的各 K 个节点相连;(2)随机化,以概率 p 随机为规则网的每条边重新连接,并保证没有重复边和自连接的出现。在模拟中网络参数值取为 $N = 5000, K = 3, p = 0.1$ 。在小世界网络中流行病的传播机制采用 SIRS 模型,按照流行病学^[9]对人群的划分方法,把网络中的节点分为易感态 S (susceptible)、感染态 I (infective)、免疫态 R (recovery)。设定易感染节点与感染节点接触被感染的概率为 $\beta = 0.2$,感染节点恢复(治愈)的概率为 $\gamma = 0.4$,康复节点失去免疫的概率为 $\delta = 0.1$,易感者通过直接免疫(如接种疫苗等)进入免疫态的概率为 α ,有效传播率为 $\lambda = \beta/\gamma$ 。

在现实世界中,有些新型的传染性疾病的刚开始的时候没有特别有效的医疗方法,只能通过某些常用方法获得较低治愈率。因此它们会迅速蔓延,形成一定规模。如 03 年的 SARS 病毒,它非常独特,之前从未在人类身上发现;当前流行的 H1N1 流感有一个潜伏期,而且在病毒的潜伏期就具有极强的传染力。为了更好地研究分析上述两种策略的控制效果,我们当此类新型传染性疾病的达到地方病状态时再运用这两种策略分别对疾病进行控制。

由平均场理论^[10]可知,SIRS 类传染模型的传播临界阈值^[8] $\lambda_c = (2K)^{-1} = 0.16667$ 。本模型中取有效传播率 $\lambda = \beta/\gamma = 0.5$,由于 $\lambda > \lambda_c$,从而可以预测疾病的传播将会达到地方病状态。从图 1 也可以看到如果疾病刚开始没有特别有效的治疗方法,它们将会迅速地达到地方病状态。

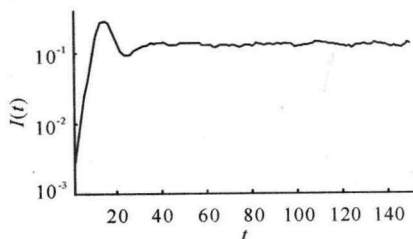


图 1 WS 小世界网络上 SIRS 类疾病的传播

Fig. 1 Spread of SIRS epidemic in WS small world networks

2 控制策略

2.1 改变网络拓扑结构的控制策略

考虑当被感染节点在小世界网络中达到地方病状态时,对部分节点进行一定程度的自我隔离,即改

变了网络的拓扑结构,来研究分析疾病传播的控制效果。在此疾病传播过程中,网络节点的状态转移过程如图 2。

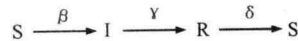


图 2 节点状态过程

Fig. 2 Node-state process

在数值模拟过程中,我们设定 3 个参数:(1)自觉进行自我隔离的节点的范围 b (即自我隔离的节点占总节点的比例);(2)每个自我隔离的节点降低它们度的程度 d (即减少与另外节点连接的程度,也相当于隔离程度);(3)在时刻 t 时被感染节点占总节点的比例 $I(t)$ 。先考察当 $d = 0.5$ (即每个自我隔离的节点降低 50%)时对疾病控制的效果,选定自我隔离的节点占总节点的比例 b 分别为 0.2、0.4、0.6、0.8,模拟结果见图 3~5。由图 3 可以看到, $b = 0.4$ 的曲线随着时间的增加,曲线的值 $I(t)$ 趋向于零,即自觉进行自我隔离的节点达到 40%时,疾病将在有限时间内达到零感染态(在控制范围内, $I(t)$ 的值只要低于 0.001,我们就当作疾病得到有效控制,达到零感染)。也就是说只要 40%的节点减少 50%的对外连接就能很好地控制疾病的传播,最终使疾病消失。这说明在现实生活中,对于这类疾病,只要有 40%的人自觉地减少与平常接触人数的一半,就能在一定时间使这种疾病消失。当被控制节点的范围达到 60%和 80%时,疾病将更快地消失表明自我隔离的节点的范围越大,疾病消失越快。

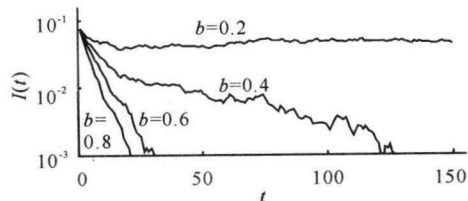


图 3 $d = 0.5$ 时的传染曲线

Fig. 3 Epidemic curve when $d = 0.5$

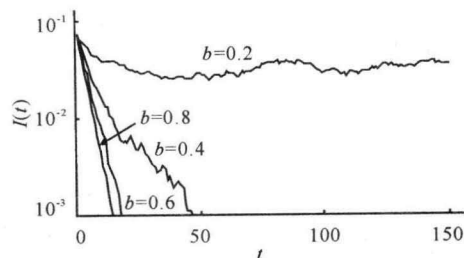


图 4 $d = 0.7$ 时的传染曲线

Fig. 4 Epidemic curve when $d = 0.7$

从图 4 和图 5 可以看出,随着自我隔离节点度被降低程度的升高,疾病被有效控制的效果越好,在 $b = 0.4, 0.6, 0.8$ 时,疾病达到零感染的速度更快。当 $b = 0.2$ 时,疾病没有达到零感染,但是相对图 1 来说,

疾病传染的范围缩小了,可以说只要节点自觉进行部分隔离就会对疾病的传播起到一定的控制作用。图3~5表明,要想达到最优的零感染控制需要大部分节点进行自我隔离,但这样做付出的代价太大。从图3~5中还可以看出,只要部分节点进行适当隔离,最终被感染的数目将大幅下降。所以现实中我们可以考虑适度改变网络拓扑结构使疾病传播控制在一个较小范围内,从而达到控制代价与效果之间的一种次优平衡。

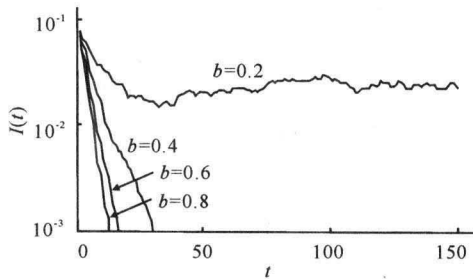


图5 $d = 0.9$ 时的传染曲线

Fig. 5 Epidemic curve when $d = 0.9$

2.2 改变网络拓扑结构与直接免疫相结合控制策略

在此网络模型中,各节点的状态转移过程如图6所示。其直接免疫概率值为 α 。数值模拟结果见图7和图8。从图7可以看出,当直接免疫值 $\alpha = 0.05$ 时,各曲线随着时间的增加, $I(t)$ 值都迅速的趋向于零,即疾病将更快的达到零感染,甚至自我隔离节点的范围只要达到20%,且隔离程度只有50%,就可以在时间 $t = 55$ 左右到达零感染态。从图8可以看到,虽然在 $\alpha = 0.001$ 时,控制范围 $b = 0.2$ 时仍处于地方病状态,但是与图3相比,疾病的传播范围降低了不少,而且当 $b = 0.4$,疾病快速地进入了零感染态。并且与图3相比,疾病达到零感染的速度更快,控制效果更好。所以说改变网络的拓扑结构与直接免疫相结合的控制策略对疾病的控制效果更加有效,直接免疫值越大,效果越好,甚至可以从根本上控制并消灭疾病。

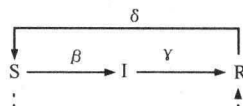


图6 节点状态过程

Fig. 6 Node-state process

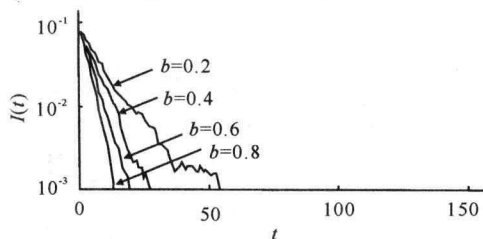


图7 $\alpha = 0.05, d = 0.5$ 时的传染曲线

Fig. 7 Epidemic curve when $\alpha = 0.05$ and $d = 0.5$

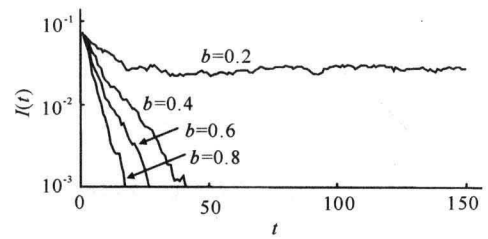


图8 $\alpha = 0.01, d = 0.5$ 时的传染曲线

Fig. 8 Epidemic curve when $\alpha = 0.01$ and $d = 0.5$

3 结论

通过数值模拟,研究WS小世界网络模型上SIRS类疾病传播的两种控制策略。研究表明改变网络的拓扑结构能够阻碍疾病的传染,控制疾病的蔓延,甚至在一定条件下能够消灭疾病,适度改变网络的拓扑结构,可以达到控制代价与控制效果之间的一种次优平衡;而改变网络的拓扑结构与直接免疫相结合的控制策略能使疾病控制达到最佳效果。当 $\alpha = 0.05$ 时,只要自我隔离节点的范围 $b = 0.2$ 且它们的度降低 $d = 0.5$ 就能达到零感染,同时网络承担的社会功能也不会有太大的变动,对人们的生活不会产生太大的影响。

参考文献:

- [1] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of small-world networks[J]. Nature, 1998, 393: 440-442.
- [2] 林国基, 贾珣, 欧阳硕. 用小世界网络模型研究SARS病毒的传播[J]. 北京大学学报: 医学版, 2003, 35(s1): 66-69.
- [3] Albert R, Barabasi Al. Statistical mechanics of complex networks[J]. Rev Mod Phys, 2002, 74: 47-97.
- [4] Jeong H, Tombor B, Albert R, et al. The large-scale organization of metabolic networks J[J]. Nature, 2001, 407: 651-654.
- [5] Anderson R M, May R M. Infectious diseases in humans[M]. Oxford: Oxford University Press, 1992.
- [6] Pastor-Satorras R. A vespignani immunization of complex networks [J]. Phys Rev E, 2002, 65(3): 36-104.
- [7] Cohen R, Havlin S, Ben-Arraham D. Efficient immunization strategies for computer networks and populations[J]. Phys Rev Lett, 2003, 91: 247901.
- [8] 李正光, 史定华. 复杂网络上SIRS类疾病传播行为分析[J]. 自然科学进展, 2006(4): 508-512.
- [9] Anderson R M, May R M. Infectious diseases of humans: dynamics and control [M]. Oxford: Oxford University Press, 1991.
- [10] Pastor-Satorras R, Vespignani A. Epidemic spreading in scale-free networks[J]. Phys Rev Lett, 2001, 86: 3200-3203.

(责任编辑:尹 闯)