

元胞自动机 FI 交通流模型的能耗研究*

Study on the Energy Dissipation of the Cellular Automaton FI Model

温 坚^{1,2}, 田欢欢², 康三军¹, 薛 郁¹

WEN Jian^{1,2}, TIAN Huan-huan², KANG San-jun¹, XUE Yu¹

(1. 广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004; 2. 玉林师范学院物理与信息科学系, 广西玉林 537000)

(1. Institute of Physical Science and Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China; 2. Department of Physics and Information Science, Yulin Normal University, Yulin, Guangxi, 537000, China)

摘要:在周期边界条件下,通过引入确定(随机)减速过程中动能减少的车辆分布,研究单一交通流元胞自动机 Fukui-Ishibashi 模型(FI 模型)的能耗问题.研究发现,FI 交通流模型的能耗在最大流量处发生不连续的变化,急剧减少趋近零,其左右各存在交通能耗极大值.在最大流量处,确定(随机)减速过程中动能减少的车辆分布最小,交通能耗随着车辆最大速度的增大,车辆长度的增长和随机减速概率的增大而增加.

关键词:交通流 能耗 FI 模型 元胞自动机

中图分类号:O414 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-9164(2010)03-0227-05

Abstract: Based on Fukui-Ishibashi model (FI model), energy dissipation in the traffic flow was investigated via considering three factors: the different maximum velocity, length of vehicle, and the delay probability (p). Simulation and analyses indicated that the energy dissipation of the traffic flow consisting of the same length and different maximum velocity is associated with the slow maximum velocity. The slower the maximum velocity, the more the energy consumes. Moreover, for the traffic flow consisting of the same maximum velocity and different length of vehicle, the energy dissipation is related to the length of vehicles. Longer length of vehicles induces more energy dissipation. For the traffic flow with the same maximum velocity and length of vehicle, its energy dissipation is determined by the delay probability p . The energy dissipation of FI model drops suddenly and trends to zero at the maximum flow rate, where there exists a maximum peak around.

Key words: traffic flow, energy dissipation, FI model, cellular automaton

随着社会经济的发展,交通阻塞引起的环境污染和能耗问题越来越严重.超过 20% 的原油消耗和空气污染是由于交通堵塞及“时停时走”交通引起的^[1].车辆排出的 SO₂, NO_x, CO, CO₂ 等有害物质甚至超过工业污染,严重危害人类的身体健康^[2].车辆速度由 40km/h 减小到 10km/h,燃料消耗将增加 2~4 倍^[3].因此,为了改进人类生活的质量,减少交通阻塞是非常重要的. Nakayama 等^[4]首先提出在外界小扰

动条件下车流附加能耗的估算方法.时伟等^[5]分析了几种典型跟驰模型的稳定性与附加能耗的关系.王涛^[6]、Toledo^[7]等分别研究了跟驰模型和城市交通模型的能耗问题.

由于在交通流中发现了非平衡相变以及很多非线性现象,许多科学家对该领域的研究产生很大的兴趣^[2,3],在理论上提出了各种交通流模型,如交通流体力学模型、动力论模型、跟驰模型和元胞自动机模型等^[2,3,8,9].其中元胞自动机(简称 CA)模型是一种时间、空间和状态变量均离散的模型,由于其算法简单、易于并行计算,适于计算机的大规模仿真,能有效模拟交通中车辆的运动,因此,元胞自动机模型在交通流中得到了广泛的研究和应用^[2,3,10].最著名的元胞自动机交通流模型是 Nagel 和 Schreckenberg 于 1992 年提出的随机 NaSch 模型^[11].在 NaSch 模型的

收稿日期:2010-03-30

修回日期:2010-06-08

作者简介:温 坚(1963-),男,讲师,主要从事统计物理,交通流理论研究和大学物理教育工作.

* 国家自然科学基金项目(批准号:10865001,10662002),国家重大基础研究基金项目(批准号:2006CB705500),广西研究生创新计划项目(编号:105930903077)资助。

基础上,人们提出了许多改进的模型,典型的如 TT, BJH, VDR 和 FI 模型等^[12~15].汪秉宏等^[16,17]通过车间距来确定车辆下一时步的速度,成功地得到 FI 模型的解析解. Zhang W 等^[18,19]率先研究元胞自动机确定性 NaSch 模型和非确定性 NaSch 模型能耗的问题以及边界效应的影响.田欢欢等^[20]考虑车长、最大速度和延迟概率的不同影响,研究了元胞自动机混合交通流 NaSch 模型的能耗问题.在文献[21]中,我们探讨了元胞自动机混合交通流 FI 模型的能耗问题,发现其能耗存在不连续变化,在最大流量之处下降趋于零.这明显不同于 NaSch 模型连续变化的能耗.因此,本文研究单一交通流元胞自动机 Fukui-Ishibashi 模型(FI 模型)的能耗问题,从车辆确定(随机)减速分布来分析 FI 模型能耗的特性,研究车辆最大速度、车辆长度以及随机减速概率对交通能耗的影响.

1 FI 模型和能耗

FI 模型是将道路视为长度为 L 的一维离散格点链,每一时刻,格点上可能被一辆车占据或没有车辆占据.用 $x(i, t)$ 表示第 i 辆车 t 时刻的车尾位置,其与前方紧邻车辆 $(i + 1)$ 之间的间距为 $gap(i, t) = x(i + 1, t) - x(i, t) - Length(i)$,其中 $Length(i)$ 表示第 i 辆车的车长.所有车辆状态演化规则如下:

(I) 车辆 $t + 1$ 时步的速度更新:

如果 $(v_{max} \leq gap(i, t))$, 则

$$v(i, t + 1) = \begin{cases} v_{max}, & \text{概率为 } 1 - p; \\ \min(v_{max} - 1, 0), & \text{概率为 } p; \end{cases}$$

否则, $v(i, t + 1) = gap(i, t)$.

(II) 车辆 $t + 1$ 时步的位置更新: $x(i, t + 1) \rightarrow x(i, t) + v(i, t + 1)$. 其中每一辆车速度为 $v(i, t) (v(i, t) \in [0, v_{max}], i \in [1, L], v_{max}$ 是最大速度), 当 $p = 0$ 或 $p = 1$ 是确定性 FI 模型. 用 $e(i, t)$ 表示第 i 辆车从 t 到 $t + 1$ 时刻的能耗, 则:

$$e(i, t) = \begin{cases} \frac{m}{2} [v^2(i, t) - v^2(i, t + 1)], & v(i, t + 1) < v(i, t), \\ 0, & v(i, t + 1) \geq v(i, t), \end{cases} \quad (1)$$

其中 $mv^2/2$ 为每一辆车的动能, m 为该车辆的质量, 在方程(1)中, 车辆动能的减小定义为车辆的能耗, 用 E_d 表示单位时间内每辆车的平均能耗, 可用公式表示为^[18~20]:

$$E_d = \frac{1}{T} \frac{1}{N} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} \sum_{i=1}^N e(i, t), \quad (2)$$

式中 N 为道路上车辆总数, t_0 是弛豫时间, 如果用 E_{di} 表示由于车辆间确定减速引起的能耗, 称为确

定能耗, 随机能耗 E_{dr} 表示随机减速引起的能耗, 则总平均能耗 $E_d = E_{di} + E_{dr}$.

2 数值模拟及结果分析

在模拟时, 采用周期边界条件, 选取道路长度 $L = 10^4$, 样本数取 30. 车道上车辆总数为 N , 总密度为 $\rho = N/L$, 其车道占用率 $C = N \times Length/L$, 即车辆所占据的格点数占车道长的比值, 密度 $\rho = C/Length$. 长度单位均以格点为单位, 采用无量纲化计算. t_0 是弛豫时间, 取 $t_0 = 10^4$, 统计时步 $T = 10^4$, 单一车辆质量 $m = 1$.

2.1 最大速度对混合交通能耗的影响

首先, 取 $p = 0$, 为确定性 FI 模型, 此时因随机减速引起的能耗 $E_{dr} = 0$, 即此时的平均能耗 E_d 仅为车辆间确定减速引起的能耗 E_{di} . 从图 1(a) 得到, 开始能耗随着密度的增加保持为 0, 当密度增大到某个临界值时, 能耗开始增大, 并随着密度的增大先增加到最大, 最后逐渐减小为 0. 随着最大速度 V_{max} 增大, 能耗开始增大的临界密度减小, 能耗的最大值增大, 而且其对应的密度左移. 从图 1(b) 中可以发现, 在密度 $\rho_d \approx 0.18$ 处, 即对应于最大流量的地方, 交通能耗

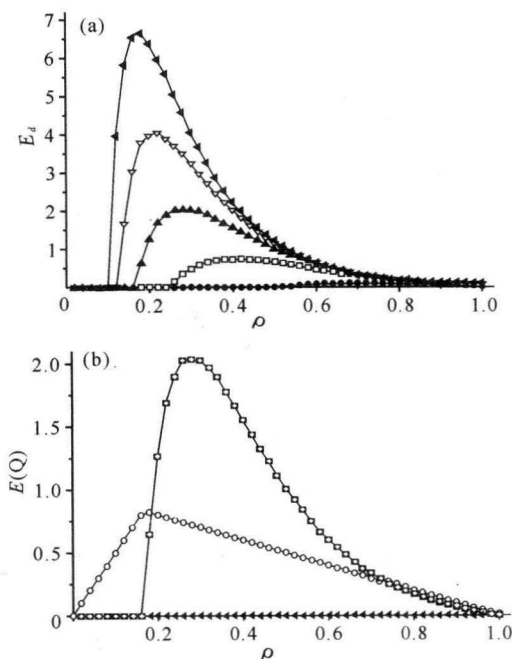


图 1 (a) 最大速度不同时, 能耗 E_d 与密度 ρ 的关系. (b) $V_{max} = 5$ 时, E_d, E_{di}, E_{dr} 以及能量 Q 与密度 ρ 的关系. 其中 $Length = 1, p = 0$.

Fig. 1 (a) The relation of energy dissipation E_d and density ρ in FI model for the case of different maximum velocity. (b) the relation of energy dissipation E_d, E_{di}, E_{dr} and density ρ , and the relation of the flow rate Q and density ρ for $V_{max} = 5$, where $Length = 1$ and $p = 0$.

(a) \bullet : $V_{max} = 1$, \square : $V_{max} = 3$, \blacktriangle : $V_{max} = 5$, ∇ : $V_{max} = 7$, \blacktriangleleft : $V_{max} = 9$. (b) \blacksquare : E_d , \square : E_{di} , \blacktriangleleft : E_{dr} , \circ : Q .

发生增大的突变,其原因在于从该处开始,由于车辆之间的车间距小于车辆的最大速度,交通能耗由确定减速来决定。

当随机减速概率 p 不为 0 或 1 时,FI 模型为非确定性模型,此时的平均能耗 $E_d = E_{di} + E_{dr}$ 。从图 2(a)中可以看出,开始能耗随着密度的增加逐渐增大,然后减小,当在流量达到最大对应的密度时,能耗减小到最小,然后又增大到某个最大值,最后逐渐减小为 0。随着最大速度 V_{max} 的增大,能耗减小到最小时的密度减小,能耗的最大值增大,而且其对应的密度左移。从图 2(b)中可以发现,在密度 $\rho_d/V_{max} \approx 0.2$ 处,在对应于最大流量的地方,交通能耗发生下降的突变,其原因在于从该处开始,由于车辆之间的车间距小于车辆的最大速度,随机减速能耗 E_{dr} 减小为 0,交通能耗由确定减速来决定,从图 3 可以证实这一点;在密度 V_{max} 和 V_{max} 区域,交通流能耗各存在一个最大值。

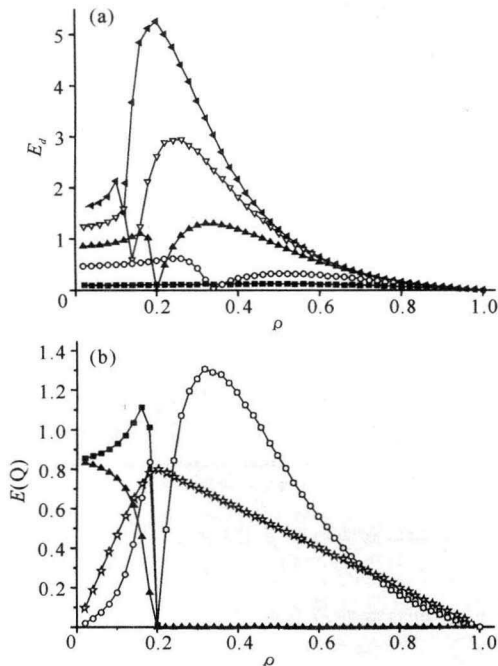


图 2 (a)最大速度不同时,能耗 E_d 与密度 ρ 的关系。(b) $V_{max} = 5$ 时, E_d 、 E_{di} 、 E_{dr} 以及流量 Q 与密度 ρ 的关系。其中 $Length = 1, p = 0.25$ 。

Fig. 2 (a) The relation of energy dissipation E_d and density ρ in FI model for the case of different maximum velocity. (b) the relation of energy dissipation E_d, E_{di}, E_{dr} and density ρ , and the relation of the flow rate Q and density ρ for $V_{max} = 5$, where $Length = 1$ and $p = 0.25$.

(a) \blacksquare : $V_{max} = 1, \circ$: $V_{max} = 3, \blacktriangle$: $V_{max} = 5, \nabla$: $V_{max} = 7, \blacktriangleleft$: $V_{max} = 9$. (b) \blacksquare : E_d, \circ : $E_{di}, \blacktriangleleft$: E_{dr}, \star : Q .

从图 3(a)可以看出,能耗 E_{di} 随着密度 ρ 的增大而增大,然后减小为 0。随着最大速度 V_{max} 的增大,能耗 E_{di} 的最大值对应的密度减小。图 3(b) 显示能耗 E_{dr} 随着密度 ρ 的增大减小到 0,然后保持不变。随着最大速度 V_{max} 的增大,能耗突变下降的密度 $\rho_d =$

$1/V_{max}$ 减小,随机减速能耗 E_{dr} 减小为 0 的临界密度左移,确定减速能耗 E_{di} 最大值对应的密度减小。

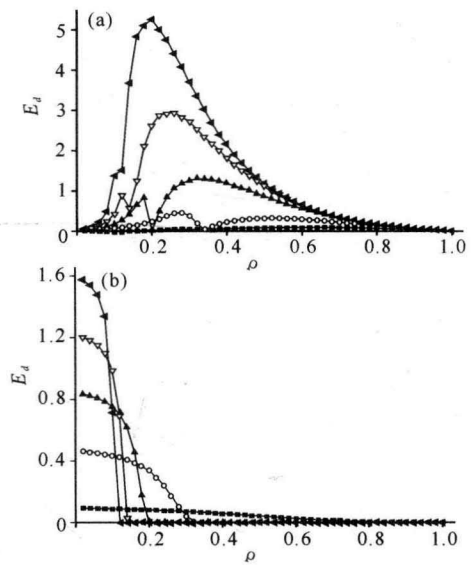


图 3 (a)最大速度不同时,能耗 E_{di} 与密度 ρ 的关系。(b) 最大速度不同时,能耗 E_{dr} 与密度 ρ 的关系。其中 $Length = 1, p = 0.25$ 。

Fig. 3(a) The relation of energy dissipation E_{di} and density ρ , (b) The relation of energy dissipation E_{dr} and density ρ for the case of different maximum velocity, $Length = 1, p = 0.25$.

\blacksquare : $V_{max} = 1, \square$: $V_{max} = 3, \blacktriangle$: $V_{max} = 5, \nabla$: $V_{max} = 7, \blacktriangleleft$: $V_{max} = 9$.

2.2 车长对混合交通能耗的影响

取车辆的最大速度均为 $V_{max} = 3$ 。从图 4 可以看出,当车长 $Length = 1$ 时,平均总能耗 E_d 随着占有率 C 的增大,先逐渐增大到最大值,然后减小到某一个

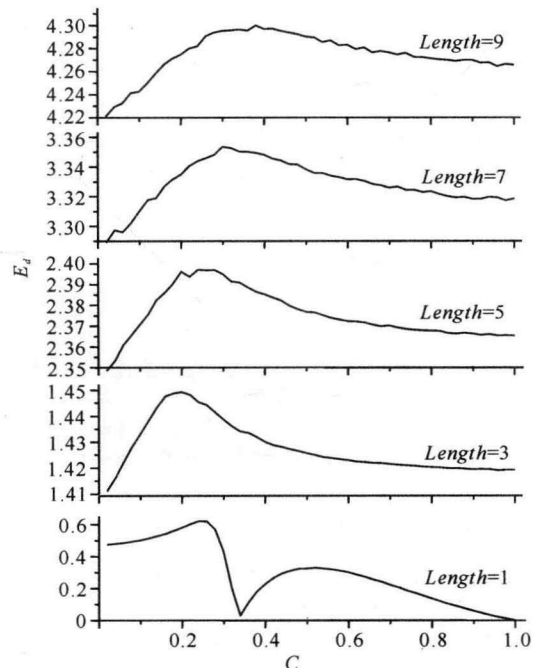


图 4 车长 $Length$ 不同时,能耗 E_d 与占有率 C 的变化关系 ($p = 0.25, V_{max} = 3$)

Fig. 4 Relation of energy dissipation and rate of occupancy C for different length ($p = 0.25, V_{max} = 3$)

趋于 0 的值, 然后有增大到一个较大值, 最后减小为 0. 当车长 $Length = 3, 5, 7, 9$ 时, 平均总能耗 E_d 随着占有率 C 的增大, 先逐渐增大到最大值, 然后逐渐减小到 0, 并且随着车长 $Length$ 的增加, 能耗 E_d 的最大值增大, 达到最大值时的占有率 C 右移.

图 5(a) 表明, 当 $Length = 1$ 时, 能耗 E_{di} 随着占有率 C 的增大, 先逐渐增大到最大, 然后减小到某一个趋于 0 的值, 然后再增大到一个较大值, 最后减小为 0; 当 $Length = 3, 5, 7, 9$ 时, 能耗 E_{di} 随着占有率 C 的增大, 先逐渐减小到 0, 并且随着车长 $Length$ 的增加, 能耗 E_{di} 的最大值增大, 能耗 E_{di} 最大值对应是占有率 C 右移. 图 5(b) 表明, 当 $Length = 1$ 时, 能耗 E_{dr} 随着占有率 C 的增大, 逐渐减小为 0, 然后保持不变;

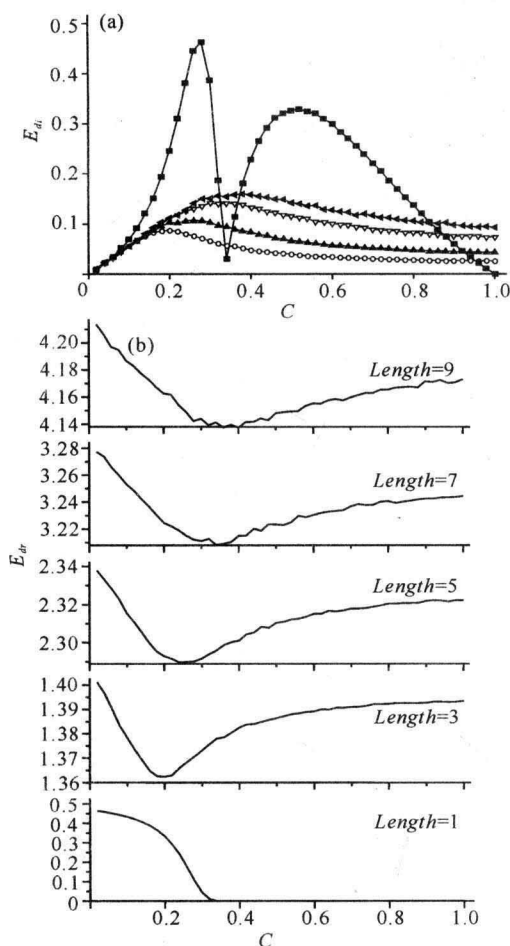


图 5 车长 $Length$ 不同时, 能耗 E_{di}, E_{dr} 与占有率 C 的变化关系, 其中 $p = 0.25, V_{max} = 3$. (a) 能耗 E_{di} 与占有率 C 的变化关系; (b) 能耗 E_{dr} 与占有率 C 的变化关系.

Fig. 5 Relation of energy dissipation E_{di}, E_{dr} and rate of occupancy C for the case of different $Length$, $p = 0.25, V_{max} = 5$. (a) Relation of energy dissipation E_{di} and rate of occupancy C , (b) Relation of energy dissipation E_{dr} and rate of occupancy C .

—■—: $V_{max} = 1$, —□—: $V_{max} = 3$, —▲—: $V_{max} = 5$, —▽—: $V_{max} = 7$, —◀—: $V_{max} = 9$.

当 $Length = 3, 5, 7, 9$ 时, 能耗 E_{dr} 随着占有率 C 的增大, 逐渐减小到趋于 0 的某个值, 然后逐渐增大到比 0 稍大的值.

2.3 随机减速概率对混合交通能耗的影响

从图 6(a) 中可以得到, 当随机减速概率 $0 < p < 0.5$ 时, 平均总能耗 E_d 随着密度 ρ 的增大, 逐渐增加到较大值, 然后逐渐减小, 在密度 $\rho \approx 0.2$ 减小到最小值, 然后能耗 E_d 增大至最大值, 最后逐渐减小为 0; 当随机减速概率 $p = 0.5$ 时, 在图 6(b) 中平均总能耗 $E_d \approx 1.13$ 保持不变, 然后逐渐减小, 在密度 $\rho \approx 0.2$ 减小到最小值, 然后能耗 E_d 增大到最大值, 最后再逐渐减小为 0; 当 $0.5 < p < 1$ 时, 能耗 E_d 先逐渐减小到 0, 然后能耗 E_d 增大至最大值, 再逐渐减小为 0.

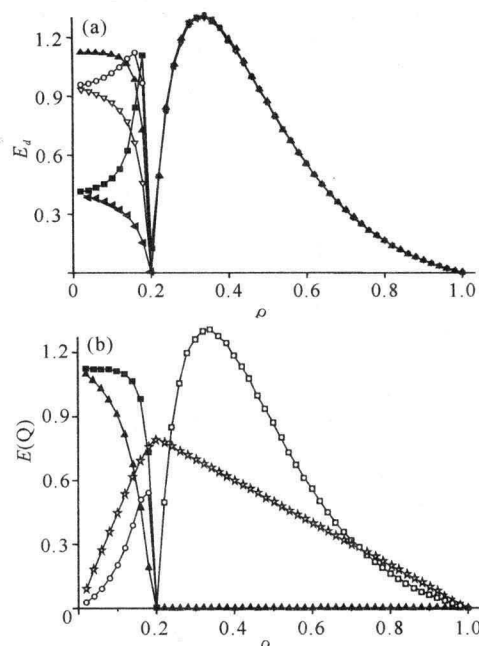


图 6 (a) 随机减速概率 p 不同时, 能耗 E_d 与密度 ρ 的关系, 其中 $Length = 1, V_{max} = 5$. (b) 随机减速概率 $p = 0.5$, 能耗 E_d, E_{di}, E_{dr} 以及流量 Q 与密度 ρ 的变化关系, 其中 $Length = 1, V_{max} = 5$.

Fig. 6 (a) The relation of energy dissipation E_d and density ρ for the case of $Length = 1, V_{max} = 5$; (b) The relation of energy dissipation E_d, E_{di}, E_{dr} and density ρ , and the relation of the flow rate Q and density ρ for stochastic braking probability $p = 0.5$.

(a) —■—: $p = 0.1$, —□—: $p = 0.3$, —▲—: $p = 0.5$, —▽—: $p = 0.7$, —◀—: $p = 0.9$. (b) —■—: E_d , —□—: E_{di} , —◀—: E_{dr} , —☆—: Q .

在图 7(a) 中, 当密度 $\rho \geq 0.2$ 时, 能耗 E_{di} 曲线重合在一起; 当密度 $\rho < 0.26$ 时, 能耗 E_{di} 随密度 ρ 逐渐增加到某一较大值, 然后逐渐减小, p 越小, 能耗 E_{di} 的较大值越大. 图 7(b) 显示, 能耗 E_{dr} 逐渐减小, 在密度 $\rho \geq 0.2$ 时减小为 0.

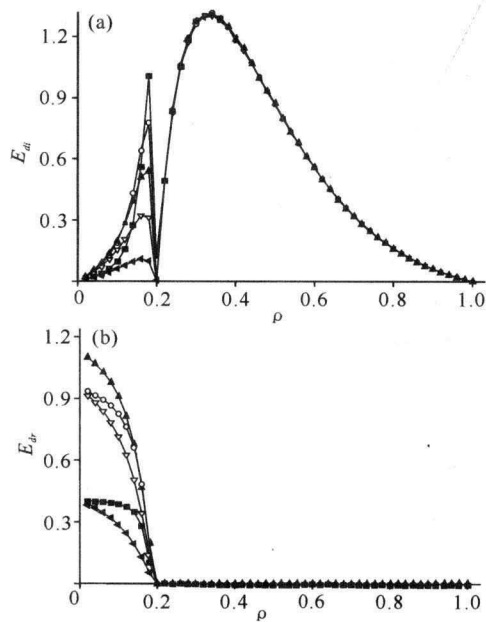


图7 随机减速概率 p 不同时, 能耗 E_{di} 、 E_{dr} 与密度 ρ 的变化关系, 其中 $Length = 1, V_{max} = 5$ 。(a) 确定能耗 E_{di} 与密度 ρ 的变化关系; (b) 随机能耗 E_{dr} 与密度 ρ 的变化关系。

Fig. 7 Relation of energy dissipation E_{di} , E_{dr} vs density ρ for different stochastic braking probability p , $Length = 1$ and $V_{max} = 5$. (a) the relation of interaction energy dissipation E_{di} and density ρ ; (b) the relation of stochastic braking energy dissipation E_{dr} and density ρ .

—■—: $p = 0.1$, —□—: $p = 0.3$, —▲—: $p = 0.5$, —▽—: $p = 0.7$, —◀—: $p = 0.9$.

3 结束语

本文研究在周期边界条件下, 最大速度、车辆长度、随机减速概率对 FI 交通流模型能耗的影响。数值模拟结果表明, 在车辆长度不变时, FI 交通流模型的能耗随着车辆最大速度的增大而增加; 在由车辆最大速度相同, 不同车辆长度的交通流中, FI 交通流模型的能耗随着车长 $Length$ 的增大而增加; 在车辆最大速度、车辆长度相同, 随机减速概率 p 不同时, FI 交通流模型的能耗在密度 ρ 小于临界密度时, 能耗 E_d 曲线重合在一起。

参考文献:

[1] Helbing D. Fundamentals of traffic flow[J]. Phys Rev E, 1997, 55: 3735-3738.
 [2] Chowdhury D, Santen L, Schadschneider. A Statistical physics of vehicular traffic and some related systems[J]. Phys Rep, 2000, 329: 199-329.
 [3] Helbing D. Traffic and related self-driven many-particle systems[J]. Rev Mod Phys, 2001, 73: 1067-1141.

[4] Nakayama Y, Sugiyama Y, Hasebe K. Effect of looking at the car that follows in an optimal velocity model of traffic flow[J]. Phys Rev E, 2002, 65: 016112(6).
 [5] Shi W, Xue Y. Study on stability and energy consumption in typical car-following models[J]. Physica A, 2007, 381: 399-406.
 [6] 王涛, 高自友, 赵小梅. 多速度差模型及稳定性分析[J]. 物理学报, 2006, 55: 634-640.
 [7] Toledo B A, Cerda E, Rogan J, et al. Universal and nonuniversal features in a model of city traffic[J]. Phys Rev E, 2007, 75: 026108(10).
 [8] Toledo B A, Cerda E, Rogan J, et al. Universal and nonuniversal features in a model of city traffic[J]. Phys Rev E, 2007, 75: 026108(10).
 [9] Nagatani T. The physics of traffic jams[J]. Rep Progr Phys, 2002, 65: 1331-1386.
 [10] Maerivoet S, De Moor B. Cellular automata models of road traffic[J]. Phys Rep, 2005, 419: 1-64.
 [11] Nagel K, Schreckenberg M. A cellular automaton model for free way traffic[J]. J Phys I, 1992, 2: 2221-2229.
 [12] Takayasu M, Takayasu H. 1/f noise in a traffic model [J]. Fractals, 1993(1): 860-866.
 [13] Benjamin S C, Johnson N F, Hui P M. Cellular automaton models of traffic flow along a highway containing a junction [J]. J Phys A, 1996, 29: 3119-3127.
 [14] Barlovic R, Santen L, Schadschneider A, et al. Metastable states in cellular automata for traffic flow [J]. Eur Phys J B, 1998(5): 793-800.
 [15] Fukui M, Ishibashi Y. Traffic flow in 1D cellular automaton model including cars moving with high speed [J]. J Phys Soc Japan, 1996, 65(1): 1868-1870.
 [16] Wang B H, Wang L, Hui P M. Analytical results for the steady state of traffic flow models with stochastic delay[J]. Phys Rev E, 1998, 58: 2876-2882.
 [17] 汪秉宏, 邝乐琪, 许伯铭. 高速公路交通流元胞自动机模型的一种统计平均解耦处理[J]. 物理学报, 1998, 47: 906-915.
 [18] Zhang W, Zhang W, Yang X Q. Energy dissipation in the deterministic and nondeterministic Nagel Schreckenberg models[J]. Physica A, 2008, 387: 4657-4664.
 [19] Zhang W, Zhang W. Boundary effects on energy dissipation in a cellular automaton model Arxiv: Physics Soc-ph, 2009, 0904. 3727v2.
 [20] 田欢欢, 薛郁, 康三军, 等. 元胞自动机混合交通流模型的能耗研究[J]. 物理学报, 2009, 58: 4506-4513.
 [21] 温坚, 田欢欢, 康三军, 等. 混合混合交通流元胞自动机 FI 模型的能耗研究[J]. 物理学报, 2010, 59(11)

(责任编辑: 邓大玉)