

# 减光子压缩真空态的构造及其压缩效应 Fabrication of the Photon-depleted Squeezed Vacuum States and Associated Squeezing Effects

杨庆怡, 张敬庆, 易施光

YANG Qing-yi, ZHANG Jing-qing, YI Shi-guang

(广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004)

(College of Physics Science and Technology, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

**摘要:** 利用算符  $\hat{a}^{+1}$  作用于压缩真空态构造一类新的量子态: 减光子压缩真空态. 在所构造的量子态中, 其正交分量的压缩特性与算符作用次数有关, 量子态的两个正交分量在算符  $\hat{a}^{+1}$  仅作用于压缩真空态一次以及偶数次的情形下分别在不同的压缩参数的取值区间内产生压缩, 并且压缩效应随算符作用次数的增加而减弱.

**关键词:** 量子态 构造 压缩效应

**中图分类号:** O443 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2010)04-0337-03

**Abstract:** A kind of new quantum states is fabricated by acting on the squeezed vacuum state with the operator  $\hat{a}^{+1}$  and the squeezing effects of the two quadrature components of the states are discussed. The results show that the squeezing characteristic of the quantum states are correlated with the times of the operator act on the squeezed vacuum state. The two quadrature components of the states produce the squeezing effects in different range of the squeezing parameter  $\eta$  respectively when the operator  $\hat{a}^{+1}$  act on the squeezed vacuum state one time only as well as for all the even times. The squeezing effects gradually weaken when the times of the operator act on the squeezed vacuum state added.

**Key words:** quantum states, fabrication, squeezing effects

非经典量子态的构造与操控以及对其非经典特性的应用是当今量子光学及相关领域的中心课题. 量子密钥的生成与分发<sup>[1~3]</sup>以及量子信息处理<sup>[4,5]</sup>等的实质就是对量子态进行操控, 而对量子态进行操控的前提是量子态的制备. 应用各种技术和方案来制备各种量子态在实验和理论方面得到了广泛地研究<sup>[6~8]</sup>. 压缩效应是量子态一种重要的非经典特性, 当量子态的某个分量的涨落小于真空涨落时, 则该分量存在压缩. 量子态的压缩效应在量子光学及相关领域中有着重要的应用, 如: 干涉的精确测量、抑制原子噪声等<sup>[9~12]</sup>. 因此, 对各种量子态的构造以及对其非经典特性的研究在相关领域中有着重要的意义. 本文通过玻色算符的逆算符  $\hat{a}^{+1}$  作用于压缩真空态来构造出一类新的量子态, 然后对它们的压

缩效应进行讨论.

## 1 减光子压缩真空态的构造

玻色产生算符  $\hat{a}^+$  和湮灭算符  $\hat{a}$  以及与其对应的逆算符  $\hat{a}^{-1}$  和  $\hat{a}^{+1}$  的定义分别为

$$\hat{a}^+ |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \hat{a} |n\rangle = \begin{cases} \sqrt{n} |n-1\rangle, n \neq 0, \\ 0, n=0; \end{cases} \quad (1)$$

$$\hat{a}^{-1} |n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n+1}} |n+1\rangle, \hat{a}^{+1} |n\rangle = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{n}} |n-1\rangle, n \neq 0, \\ 0, n=0. \end{cases} \quad (2)$$

压缩真空态定义为

$$|\eta\rangle = (1 - \eta^2)^{1/4} \sum_{n=0}^{\infty} L_n |2n\rangle, \quad (3)$$

其中,  $L_n = \eta^n \sqrt{(2n)!} / 2^n n!$ ,  $\eta$  为压缩参数, 并且  $|\eta| < 1$ . 利用玻色算符及其逆算符作用于不同的量子态可以构造新的量子态<sup>[13,14]</sup>, 在此, 我们利用玻

收稿日期: 2010-01-19

作者简介: 杨庆怡(1963-), 男, 博士, 教授, 主要从事量子光学、激光光谱及介观电路量子化效应的研究.

色算符的逆算符  $\hat{a}^{+1}$  依次作用于压缩真空态得到一类新的量子态

$$|\eta\rangle_{\pm k} = A_k \hat{a}^{+k} |\eta\rangle = \begin{cases} F_k \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_{n+(k+1)/2}}{\sqrt{\prod_{j=2n+2}^{2n+1+k} j}} |2n+1\rangle, & (k \text{ 为奇数}), \\ G_k \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_{n+k/2}}{\sqrt{\prod_{j=2n+1}^{2n+k} j}} |2n\rangle, & (k \text{ 为偶数}), \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $k$  为算符  $\hat{a}^{+1}$  对  $|\eta\rangle$  作用的次数,  $A_k$  为归一化系数, 而  $F_k = A_k (1 - \eta^2)^{-1/4}$  (当  $k$  为奇数时),  $G_k = A_k (1 - \eta^2)^{-1/4}$  (当  $k$  为偶数时). 利用归一化条件得

$$|F_k|^2 = 1 / \sum_{n=0}^{\infty} \left[ L_{n+(k+1)/2}^2 / \prod_{j=2n+2}^{2n+1+k} j \right], \quad (5)$$

$$|G_k|^2 = 1 / \sum_{n=0}^{\infty} \left[ L_{n+k/2}^2 / \prod_{j=2n+1}^{2n+k} j \right]. \quad (6)$$

由于算符  $\hat{a}^{+1}$  作用于量子态  $|n\rangle$  上要湮灭一个光子, 因此, 将(4)式量子态称为减光子压缩真空态.

## 2 减光子压缩真空态的压缩效应

利用

$$\langle (\Delta X_{1,2})^2 \rangle = \langle X_{1,2}^2 \rangle - \langle X_{1,2} \rangle^2 = \pm \frac{1}{4} [\langle \hat{a}^{+2} + \hat{a}^2 \rangle \pm 2 \langle \hat{a}^+ \hat{a} \rangle \pm 1], \quad (7)$$

可以得到(4)式对应量子态  $|\eta\rangle_{\pm k}$  的两个正交分量的涨落分别为

$${}_{\pm k} \langle (\Delta X_{1,2})^2 \rangle_{\pm k} = \frac{1}{4} (2 \times \frac{\pm X_{1,2} + Y_{1,2}}{Z_{1,2}} + 1), \quad (8)$$

其中,  $X_1, Y_1$  和  $Z_1$  对应于  $k$  为奇数的情形,  $X_2, Y_2$  和  $Z_2$  对应于  $k$  为偶数的情形, 并且

$$X_1 =$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta^{2n+2+k} (2n+3)!}{2^{2n+2+k} [n+(k+1)/2]! [n+(k+3)/2]!}, \quad (9)$$

$$Y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta^{2n+1+k} (2n+1)(2n+1)!}{2^{2n+1+k} \{ [n+(k+1)/2]! \}^2}, \quad (10)$$

$$Z_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta^{2n+1+k} (2n+1)!}{2^{2n+1+k} \{ [n+(k+1)/2]! \}^2}; \quad (11)$$

$$X_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta^{2n+k+1} (2n+2)!}{2^{2n+k+1} (n+k/2)! (n+k/2+1)!}, \quad (12)$$

$$Y_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta^{2n+k+2} (2n+2)(2n+2)!}{2^{2n+k+2} [(n+k/2+1)!]^2}, \quad (13)$$

$$Z_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta^{2n+k} (2n)!}{2^{2n+k} [(n+k/2)!]^2}. \quad (14)$$

在(8)式中, 当  ${}_{\pm k} \langle (\Delta X_{1,2})^2 \rangle_{\pm k} < 1/4$  时, 量子

态的两个正交分量  $X_{1,2}$  产生压缩. 通过数值计算, 可以得到量子态的两个正交分量  $X_1$  和  $X_2$  的涨落随压缩参数  $\eta$  变化的关系如图1和图2所示. 从图1和图2中可以看出, 量子态的两个正交分量的涨落随压缩参数  $\eta$  对称分布, 并且  $X_1$  分量的涨落随压缩参数  $\eta$  而单调增加,  $X_2$  分量的涨落随压缩参数  $\eta$  而单调减小; 当  $k$  为奇数时, 只有在  $k=1$  时量子态的两个正交分量分别在压缩参数  $\eta$  的  $-1 \sim -0.84$  和  $0.84 \sim 1$  区间内产生压缩, 而当  $k$  为偶数时, 量子态的两个正交分量分别在压缩参数  $\eta$  的  $-1 \sim 0$  和  $0 \sim 1$  区间内产生压缩, 并且, 两个正交分量的压缩效应随作用次数的增加而减弱.

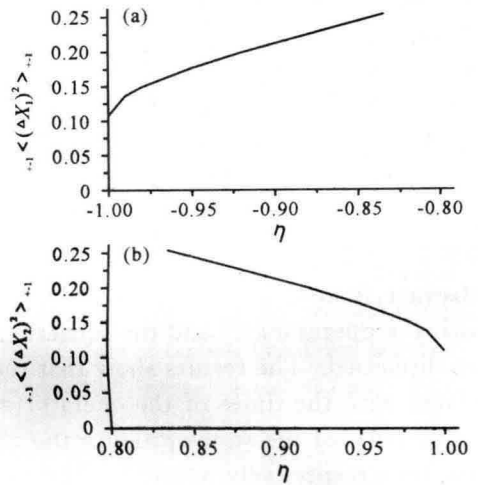


图1  $|\eta\rangle_{-1}$  的正交分量  $X_1$  (a) 和  $X_2$  (b) 的涨落随压缩参数  $\eta$  的变化

Fig. 1 Fluctuation of the quadrature components  $X_1$  (a) and  $X_2$  (b) in  $|\eta\rangle_{-1}$  with the change of compression parameter  $\eta$

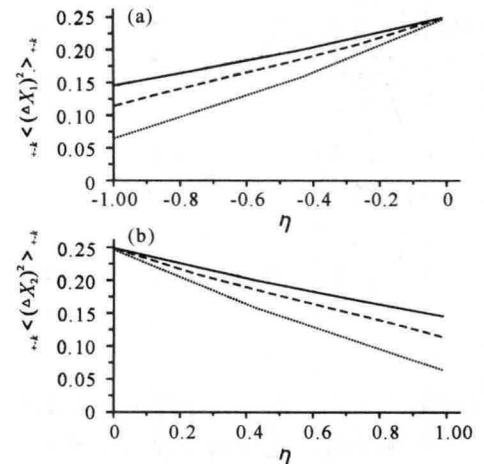


图2  $|\eta\rangle_{+k}$  的正交分量  $X_1$  (a) 和  $X_2$  (b) 的涨落随压缩参数  $\eta$  的变化 ( $k$  为偶数)

Fig. 2 Fluctuation of the quadrature components  $X_1$  (a) and  $X_2$  (b) in  $|\eta\rangle_{+k}$  with the change of compression parameter ( $k$  is even)

---:  $k=6$ ; - - - :  $k=4$ ; ..... :  $k=2$ .

### 3 结束语

本文利用算符  $\hat{a}^{+1}$  对压缩真空态的作用构造了减光子压缩真空态,并分析了它们的压缩特性.结果表明,当算符  $\hat{a}^{+1}$  的作用次数为1次和偶数次时,所构造的量子态的正交分量随压缩参数的变化而交替呈现出压缩效应,压缩效应随算符作用次数的增加而减弱.我们期望量子态两个正交分量交替呈现出的压缩特性能够在相关领域中得到进一步的应用.

#### 参考文献:

[1] Bennett C H, Brassard G. Quantum cryptography: public key distribution and coin tossing: proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing, Bangalore, India [C]. New York: IEEE, 1984: 175-179.

[2] Bennett C H. Quantum cryptography using any two non-orthogonal state[J]. Phys Rev Lett, 1992, 68: 3121-3124.

[3] Ekert A K. Quantum cryptography on Bell's theorem [J]. Phys Rev Lett, 1991, 67: 661-663.

[4] Liu Y X, Wei L F, Tsai J S, et al. Controllable coupling between flux qubits[J]. Phys Rev Lett, 2006, 96: 067003.

[5] Wei L F, Johansson J R, Cen L X, et al. Controllable coherent population transfers in superconducting qubits for quantum computing[J]. Phys Rev Lett, 2008, 100:

113601.

[6] Circ J I, Parkins A S, Blatt R, et al. "Dark" squeezed states of motion of a trapped ion[J]. Phys Rev Lett, 1993, 70: 556-559.

[7] D'Ariano G M, Paris M G A, Sacchi M F. Generation of phase-coherent states[J]. Phys Rev A, 1998, 57: 4894-4898.

[8] Raghavan S, Pu H, Meystre P, et al. Generation of arbitrary states in spinor Bose-Einstein condensates[J]. Opt Comm, 2001, 188: 149-154.

[9] Ralph T C. Continuous variable quantum cryptography [J]. Phys Rev A, 1999, 61: 010303.

[10] Hillery M. Quantum cryptography with squeezed states[J]. Phys Rev A, 2000, 61: 022309.

[11] Grangier P, Slusher R E, Yurke B, et al. Squeezed-light-enhanced polarization interferometer[J]. Phys Rev Lett, 1987, 59: 2153-2156.

[12] Xiao M, Wu L A, Kimble H J. Precision measurement beyond the shot-noise limit[J]. Phys Rev Lett, 1987, 59: 278-281.

[13] 杨庆怡, 韦联福, 丁良恩. 玻色算符的逆算符及其相关的奇偶相干态[J]. 物理学报, 2003, 52: 1390-1395.

[14] 孙敬文, 杨庆怡, 丁良恩. 减光子压缩真空态的反群聚效应[J]. 光学学报, 2005, 25(11): 1573-1576.

(责任编辑: 韦廷宗)

### 科学家揭示二钉富瓦烯作用机理

二钉富瓦烯(fulvalene diruthenium)这种物质可按需存储和释放热能,是制造电池的材料。二钉富瓦烯分子吸收阳光时,其结构会发生变化,将其置于更高能的状态,长久保持稳定;额外给其添加一点热或催化剂会让其退回到原始形状,并释放出热量。最近美国科研人员研究发现,二钉富瓦烯分子存热和放热整个过程非常复杂,整个过程中存在一个起关键作用的中间步骤。在这个中间步骤中,二钉富瓦烯分子会在两个已知状态之间,形成一个半稳定结构。中间步骤的发现表明,二钉富瓦烯分子并非如此稳定,因此,科学家可寻找比钉更便宜的替代品。由于该过程是可逆的,这也使得制造出一种可充放热能的热电池成为可能。这种电池是可逆的,能够重复地存储和释放从太阳光和其他来源中收集到的热能,可将其置于太阳光下进行充热,存储的热能使用完后可重新放回到太阳光下充热。钉存在着稀缺性和成本高两个问题。理解了二钉富瓦烯分子的工作原理,科学家应该很容易将二钉富瓦烯的工作过程与数百万已知分子组成的数据库结合起来,寻找其他拥有相同结构、能表现出同样"工作方式"的材料,进一步加快研发新的太阳热能电池。

(据科学网)