

一种 2000 国家大地坐标系与参心坐标系间的转换方法*

A Method for Coordinate Transformation between CGCS2000 and Reference-Ellipsoid-Centric Coordinate System

曾祥新, 谭清华, 黄炳强

ZENG Xiang-xin, TAN Qing-hua, HUANG Bing-qiang

(南宁市勘测院, 广西南宁 530001)

(Nanning Exploration & Survey Institute, Nanning, Guangxi, 530001, China)

摘要: 提出一种以正常高为初值, 迭代方法逼近求取参心坐标大地高, 进而解算 2000 国家大地坐标系 (CGCS2000) 与参心坐标转换七参数的新方法, 并用我国低纬度地区面积范围 10000 多平方公里的某城市已有的高等级的二维参心坐标系控制测量的测绘成果来验证新方法能够实现 CGCS2000 与参心坐标间互相转换。

关键词: 坐标转换 CGCS2000 参心坐标系 七参数

中图分类号: P226.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2010)04-0340-03

Abstract: A approach with the initial value of normal height, iterative approximate geodetic height of reference-ellipsoid-centric coordinate system is proposed, to solve the seven parameters on transformation between CGCS2000 and reference-ellipsoid-centric coordinate system. Its feasibility is validated with the surveying and mapping products of senior control survey in one city of nearly ten thousand square kilometer.

Key words: coordinate transformation, CGCS2000, reference-ellipsoid-centric coordinate system, seven parameter

2000 国家大地坐标系 (CGCS2000) 作为我国新一代坐标系统已正式起用, 并要求新建立的地理信息系统均应采用 CGCS2000 基准。采用 2000 国家坐标具有非常高的科学意义, 在我国经济和社会高速发展的背景下, 与测量有关领域的科学研究与实践需要一个以全球参考为基准背景的全局统一的坐标系来处理社会经济各方面的问题。但是, 由于早期坐标系的使用年限较长, 产生大量的基于参心基准的测绘成果。传统的参心基准测绘成果由于采用的地球椭球参数、平面坐标的投影、测绘技术方法手段、区域位置、参心基准大地高精度以及时代变迁等因素, 获取不同时代间坐标系间转换条件的高精度实测数据成果, 在操作上比较困难, 坐标系统间的关系相当复杂,

需要做大量的工作把传统的测绘成果逐步转换到 CGCS2000 基准。许多学者对二维参心坐标系转换到三维地心坐标框架进行了深入研究, 取得了一些成果^[1~8]。本文提出一种以正常高为初值, 迭代方法逼近参心坐标基准大地高, 进而解算 CGCS2000 与参心坐标转换七参数的新方法, 并用我国低纬度地区面积范围 10000 多平方公里的某城市已有的高等级的二维参心坐标系控制测量的测绘成果来验证新方法能够实现 CGCS2000 与参心坐标间互相转换。

1 坐标转换数学模型

1.1 平面坐标与空间坐标的转换模型

根据大地高 H 的定义, 大地高与正常高的关系为:

$$H = h + \xi, \quad (1)$$

其中 H 为大地高, h 为正常高, ξ 为高程异常。

通过高斯坐标反算可以得到该点的大地坐标, 即经纬度 (B, L)。同一个点的大地坐标 (B, L, H) 与空间直角坐标 (X, Y, Z) 之间关系如下:

收稿日期: 2010-04-06

修回日期: 2010-08-10

作者简介: 曾祥新 (1966-), 男, 高级工程师, 主要从事大地测量及 GPS 数据处理。

* 南宁市科学研究与技术开发计划项目 (200902016A) 资助。

$$\begin{cases} L = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right), \\ B = \arctan\left(\frac{Z(N+H)}{\sqrt{(X^2+Y^2)[N(1-e^2)+H]}}\right), \\ H = \frac{Z}{\sin B} - N(1-e^2), \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} X = (N+H)\cos B\cos L, \\ Y = (N+H)\cos B\sin L, \\ Z = [N(1-e^2)+H]\sin B = [N * \frac{a^2}{b^2} + H]\sin B, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2}\sin^2 B}, \\ e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}, \end{cases} \quad (4)$$

其中, e 表示地球参考椭球第一偏心率, a 表示地球参考椭球长半轴, b 表示地球参考椭球短半轴, N 为参考椭球卯酉圈的曲率半径。

将(1)式代入(3)式得到:

$$\begin{cases} \xi = (X - (N+H)\cos B\cos L) / (\cos B\cos L), \\ \eta = (Y - (N+H)\cos B\sin L) / (\sin B\sin L), \\ \zeta = (Z - [N(1-e^2)+H]\sin B) / \sin B = \\ (Z - [N * \frac{a^2}{b^2} + H]\sin B) / \sin B. \end{cases} \quad (5)$$

1.2 空间坐标转换的七参数模型

采用布尔莎-沃尔夫模型^[1]。空间坐标转换七参数的数学关系式如下:

$$\begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1 + m) \begin{pmatrix} \cos \omega_z & \sin \omega_z & 0 \\ -\sin \omega_z & \cos \omega_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_x & \sin \omega_x \\ 0 & -\sin \omega_x & \cos \omega_x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \omega_y & 0 & -\sin \omega_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega_y & 0 & \cos \omega_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix}, \quad (6)$$

(X_A, Y_A, Z_A) 、 (X_B, Y_B, Z_B) 为须转换的空间坐标的源坐标与目标坐标, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 为 3 个角参数, m 为尺度比因子, T_x, T_y, T_z 为 3 个平移参数, 由于 3 个旋转参数的值比较小, (6) 式可以简化为以下形式:

$$\begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1 +$$

$$m) \begin{pmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix}. \quad (7)$$

2 大地高及坐标转换七参数计算

采用正常高作为大地高的初值, 组成参心基准控制点的大地坐标 (B, L, H) , 代入(3)式得到参心坐标系空间直角坐标后, 根据(7)式列误差七参数的误差方程, 并解算出转换七参数; 再根据解算出的七参数, 应用(7)式和(2)式求解下一次迭代所采用的参心基准的大地高 H 的值, 又组成新一次参心基准控制点的大地坐标 (B, L, H) , 然后进入迭代计算空间转换七参数; 最后给大地高的改正值设定一个限差 Δ , 当本次求得的大地高 H 与前一次所采用的大地高的改正值小于该值时, 即认为迭代收敛, 取此刻求得的七参数为最终的空间转换七参数。具体求解迭代方法如下:

假设某点在三维地心框架下经过转换之后的参心基准的空间直角坐标为 X_0, Y_0, Z_0 , 令

$$f(H) = (X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 + (Z - Z_0)^2 = ((N+H)\cos B\cos L - X_0)^2 + ((N+H)\cos B\sin L - Y_0)^2 + ((N(1-e^2)+H)\sin B - Z_0)^2, f(H)' = 2H + 2N\cos^2 B + 2N(1-e^2)\sin^2 B - 2X_0\cos B\cos L - 2Y_0\cos B\sin L - 2Z_0\sin B.$$

令 $f(H)' = 0$, 即

$$H = -N\cos^2 B - N(1-e^2)\sin^2 B + X_0\cos B\cos L + Y_0\cos B\sin L + Z_0\sin B,$$

而 $f(H)'' = 2 > 0$, 因此当 H 取当前值时, $f(H)$ 有最小值。

3 实例验证

我国低纬度地区面积范围 10000 多平方公里的某城市 2008 年度建立的高精度三维 GPS 控制网成果近 200 个相当于国家 C 级的 CGCS2000 控制点, 2006 年度建立的参心坐标框架下约束平差的平面城市二等 GPS 网及相当于国家二等水准测量联测的成果正常高 150 个点, 二网重合 93 个点, 这些数据成果覆盖该市整个市区, 我们选取控制点点位分布如图 1 所示。

用图 1 中 40 个空间位置分布均匀的点使用本文提出的 CGCS2000 与参心坐标转换方法进行解算转换七参数并进行内符合精度检验, 然后用其余的 53 个点根据求取的 7 参数进行计算比较, 进行外符合精度检验。验算以 2006 年度建立的参心坐标框架下约束平差的平面 GPS 网成果为真值, 进行坐标转换精

度评定。以正常高作为大地高初值,大地高迭代收敛值设定为 0.001m 和 0.0001m,解算转换七参数数据统计,精度评定结果(表 1)和外符合误差分布(图 2)显示,采用正常高作为大地高初值,通过迭代计算七参数,迭代过程收敛;在近万平方公里的大区域内的坐标转换,内符合精度和外符合精度量级一致,表明其数学精度与 2006 年度建立的参心坐标框架下约束平差的平面 GPS 网成果匹配。限差设定为 0.001m 与 0.0001m 比较,0.0001m 作为迭代过程收敛限差,迭代过程均可收敛,精度得到改善。

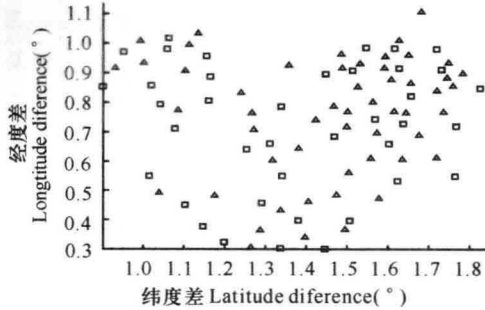


图 1 点位分布

Fig.1 Point distribution

△:控制点;□:检验点。

△:Control point;□:Check point.

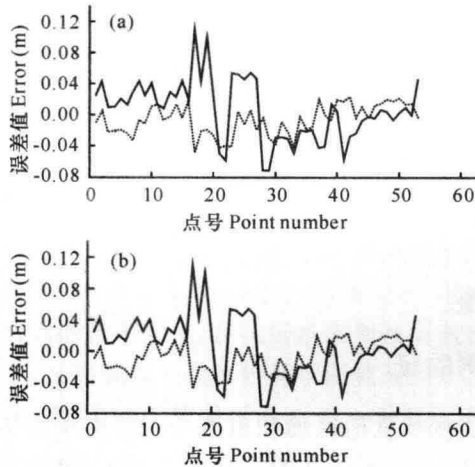


图 2 收敛限差为 0.001m(a)和 0.0001m(b)时的外符合误差分布

Fig.2 External precision distribution with the threshold of 0.001m(a) and 0.0001m(b)

——:X 方向误差;·····:Y 方向误差。

——:X direction error;·····:Y direction error.

显然,可以采用正常高设定作为大地高的初值,迭代逼近求取参心坐标大地高,求解参心坐标与 CGCS2000 之间的转换七参数,建立 CGCS2000 与参心坐标系间的相互转换关系,可以容易地求得参心基准的空间坐标转换到 CGCS2000 的转换七参数,实现 CGCS2000 与参心坐标间相互转换,解决 GPS 测量数据转换到现有测绘成果的问题。

表 1 收敛值设为 0.001m 和 0.0001m 时的精度统计结果
Table 1 Accuracy statistics with the threshold of 0.001m and 0.0001m

收敛值 Threshold (m)	误差 Error		内符合 Inner precision (m)	外符合 External precision (m)
0.001	X 方向 X direction	最大值 Max.	0.074	0.118
		最小值 Min.	-0.140	-0.073
		误差平方和 [vv]	0.065	0.104
		中误差 Mean square error	0.040	0.044
	Y 方向 Y direction	最大值 Max.	0.036	0.038
		最小值 Min.	-0.035	-0.0498
		误差平方和 [vv]	0.021	0.027
		中误差 Mean square error	0.023	0.023
0.0001	X 方向 X direction	最大值 Max.	0.063	0.111
		最小值 Min.	-0.138	-0.072
		误差平方和 [vv]	0.0499	0.0831
		中误差 Mean square error	0.035	0.0396
	Y 方向 Y direction	最大值 Max.	0.028	0.019
		最小值 Min.	-0.046	-0.049
		误差平方和 [vv]	0.018	0.0231
		中误差 Mean square error	0.021	0.021

参考文献:

[1] 李征航,黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉:武汉大学出版社,2005:156-181.
 [2] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法[M]. 北京:科学出版社,2003:374-421.
 [3] 张勤,王利. GPS 坐标转换中高程异常误差影响规律研究[J]. 测绘通报,2001(6):12-14.
 [4] 柳光魁,赵永强,张守忱,等. 北京 54 和西安 80 坐标系转换方法及精度分析[J]. 测绘与空间地理信息,2007(4):138-142.
 [5] 王解先,王军,陆彩萍. WGS-84 与北京 54 坐标的转换问题[J]. 大地测量与地球动力学,2003(8):70-73.
 [6] 乔连军,韩雪培. 1954 北京坐标与 1980 西安坐标转换方法研究[J]. 测绘与空间地理信息,2006(2):36-39.
 [7] 郭充,吕志平. BJS54 测绘成果到 CGCS2000 的改正分析. 测绘科学技术学报,2008(10):387-390.
 [8] 韩雪培,廖邦固. 地方坐标系与国家坐标系转换方法探讨[J]. 测绘通报,2004(10):20-22.

(责任编辑:邓大玉)