

基于多元线性回归方法的水流挟沙力公式建立与验证*

Establishment and Validation of the Sediment Carrying Capacity Formula Based on Multiple Linear Regression Method

董德信¹,李瑞杰²,陈波¹

DONG De-xin¹, LI Rui-jie², CHEN Bo¹

(1. 广西科学院,广西南宁 530007;2. 河海大学海岸灾害及防护教育部重点实验室,江苏南京 210098)

(1. Guangxi Academy of Sciences, Nanning, Guangxi, 530007, China; 2. Key Laboratory of Coastal Disaster and Defence, Ministry of Education, Hehai University, Nanjing, Jiangsu, 210098, China)

摘要:利用多元线性回归的方法,通过 2549 组水槽泥沙实验数据,建立包含水力与泥沙影响因子在一定组合形式下的水流挟沙力公式,并采用 2850 组天然河道的实测资料对建立的水流挟沙力公式进行分析验证,证实流速是挟沙力的重要影响因素,泥沙因子也不能忽视。然后比较分析水力坡度在挟沙力研究中的优劣,进一步分析水流挟沙力公式的简化形式,指出包含不同影响因子的挟沙力公式的特点与优势,为实际水流挟沙力的计算提供参考。

关键词:挟沙力 水流强度 流速 泥沙 水力坡度

中图分类号:P333.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-9164(2011)01-0083-05

Abstract: Based on the multiple linear regression analysis method, the different sediment carrying capacity formulas, which contain different combination circumstances of hydraulic factor and sediment factor, are set up with 2549 groups of flume sediment data. 2850 groups of natural river sediment data are used to verify the functions. It proves that the velocity is the most important factor, but the sediment factor can not be ignored. Meanwhile, the paper discusses the pros and cons of hydraulic gradient in studying sediment carrying capacity, and analyzes the simplified form of the sediment carrying capacity formula, also points out the characteristics and advantages of the formula that contain different impact factors. It provides a reference for calculating sediment carrying capacity in engineering practice.

Key words: sediment carrying capacity, flow intensity, velocity, sediment, hydraulic gradient

水流挟沙力是指一定水流泥沙及边界条件下,水流所能挟带和输运泥沙的数量^[1],是表征底床处于冲淤平衡状态时水流挟带泥沙能力的综合指标。挟沙力是泥沙研究领域里一个非常重要的课题,泥沙输运、污染物扩散、岸滩演变、底床冲淤等许多问题均以其为基础。

迄今为止,国内外众多学者基于不同的理论与方法,建立了数十乃至上百种的挟沙力公式,较有代表性有 Van Rijn 公式^[2], Einstein 公式^[3], Bagnold 公式^[4], Engelund & Hansen 公式^[5], Arkers & White 公式^[6], Yang 公式^[7], Velikanov 公式^[8], 张瑞瑾公式^[9]和窦国仁公式^[10]等,这些公式从不同角度出发,都获得了很好的成果,丰富了泥沙研究的理论和方法。

影响水流挟沙力的因素繁多,涉及水流条件、泥沙的物理特性、水的物理特性,其它还有边界条件,包括底床物质的组成、河宽等,在近岸河口海域,还涉及到浪、潮、流等因子的相互作用。在这多种影响因素

收稿日期:2010-08-05

修回日期:2010-12-10

作者简介:董德信(1980-),男,主要从事物理海洋学、河口海岸物质输运研究。

*国家自然科学基金:产生北仑河口东向侵蚀的动力因子的研究(批准号:40766001)项目资助。

中,有些因素具有相互影响的关系,如沉速、起动流速均与泥沙粒径有关,水流速度、水深、水力坡度与泥沙粒径之间自成一定的关系。由于影响水流挟沙力的因素所涉及的物理机理复杂,许多挟沙力公式受地域限制而导致针对性较强,挟沙力问题尚未得到很好的解决。本文从挟沙力的影响因子出发,利用统计回归的方法,分析所挑选的水流强度指标在不同组合情况下对挟沙力的影响,获得了一些有意义的结果,为挟沙力的研究以及实践中挟沙力的计算提供一种可行的解决思路和方法。

1 水流挟沙力公式的建立

泥沙研究中的许多问题都往往是一种复杂的非线性关系,水流的挟沙力问题也是如此。由于研究问题的需要,根据理论假设或经验,一般挟沙力与水流强度指标可表示为函数关系

$$S = AX^B \quad (1)$$

其中 S 为挟沙力, X 为水流强度指标, A 为系数, B 为指数。

关于水流强度指标,大多表示为水深、流速以及水力坡度等因子的函数关系,如

$$X = kh^{b_1}U^{b_2}J^{b_3} \quad (2)$$

式中, k, b_1, b_2, b_3 均为待定系数, h, U, J 分别为水深,流速,水力坡度。

将(2)式代入(1)式,当各参数取不同值时,即可得到目前常见的几家代表性的挟沙力公式形式^[1~12]。若(1)式仅以数学表达式看待而不考虑各变量的物理意义,则将其取对数后可知, $\log S$ 与 $\log X$ 转为线性关系,利用统计回归分析的方法确定参数 A 与 B ,从而 S 与 X 的关系可以确定。然而, S 与 X 均有物理含义,具体应用上述方法之前,需将它们进行无因次化。 S 与 X 的无因次化方法不同,常见的 S 无因次化有 5 种方法^[13],为简单起见, S 取为重量比含沙量(以 S_w 表示), X 则可利用与泥沙粒径有关的物理量来无因次化。最终无因次化^[1,13]后的(1)式可以改写成

$$S_w = a_0 \left(\frac{h}{d}\right)^{a_1} \left(\frac{\omega}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}}\right)^{a_2} \left(\frac{U-U_c}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}}\right)^{a_3} J^{a_4} \quad (3)$$

其中流速项以有效流速 $U-U_c$ 表示, S_w 为无量纲的泥沙重量浓度(或重量比含沙量), $h, d, \omega, g, U, U_c, J$ 分别为水深(m),泥沙粒径(mm),沉速(m/s),重力加速度(m/s^2),水流速度(m/s),泥沙起动流速(m/s)与水力坡度; a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 均为待定参数。

比较(1)式与(3)式可知,无因次化后的(3)式不仅包含水力因子(如流速、水深等),也显含泥沙因子(如粒径、沉速等),能够比较全面地反映水流挟沙力的影响因素。

(3)式两边取对数可得

$$\log S_w = \log a_0 + a_1 \log \frac{h}{d} + a_2 \log \frac{\omega}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}} + a_3 \log \frac{U-U_c}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}} + a_4 \log J \quad (4)$$

采用统计回归的方法确定待定参数 a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 ,即可分析水流指标在不同组合情况下对挟沙力的影响。

从文献[13]所提供的泥沙资料数据库中挑选粒径 0.016~28.65mm,泥沙比重 4.22~1.03,级配 < 2.0,泥沙重量比含沙量 10~428200 的 2549 组水槽泥沙资料,分析水流强度指标在各种组合情形下对挟沙力的影响。对(4)式进行多元线性回归分析,各回归方程、回归系数及相关系数见表 1。公式中涉及的泥沙沉速 ω 与起动流速 U_c 均按张瑞瑾公式^[8]计算。2549 组数据中已剔除未达到张瑞瑾公式起动条件的泥沙资料。

表 1 不同参量组合下的回归方程、回归系数及相关系数
Table 1 Regression equation, regression coefficient and correlation coefficient in different parameters combination

序号 No.	回归方程 Regression equation	$\log a_0$	a_1	a_2	a_3	a_4	R
1	$\log S_w = \log a_0 + a_3 \log \frac{U-U_c}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}}$	2.232	-	-	1.577	-	0.80
2	$\log S_w = \log a_0 + a_1 \log \frac{h}{d} + a_3 \log \frac{U-U_c}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}}$	3.421	-0.675	-	2.041	-	0.89
3	$\log S_w = \log a_0 + a_1 \log \frac{h}{d} + a_3 \log \frac{U-U_c}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}} + a_3 \log \frac{U-U_c}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}}$	3.906	-0.998	-1.176	1.975	-	0.92
4	$\log S_w = \log a_0 + a_1 \log \frac{h}{d} + a_2 \log \frac{\omega}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}} + a_3 \log \frac{U-U_c}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}} + a_4 \log J$	4.738	-0.539	-1.086	1.532	0.635	0.93

表 1 中各水流挟沙力公式在双对数坐标系下的拟合效果(图 1~4)显示,数据点基本分布在 45°斜线两侧附近,拟合精度均较令人满意,其中公式 3、公式 4 的计算精度相对较高,显示挑选的水力因子、泥沙因子与挟沙力密切相关。

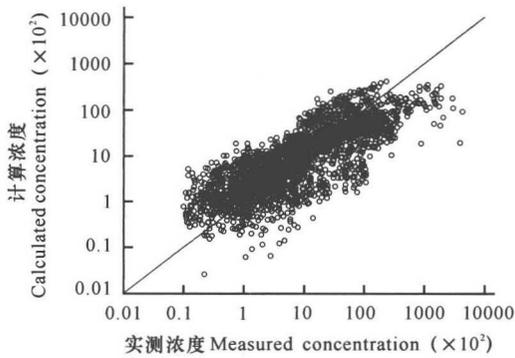


图1 公式1水槽资料拟合精度

Fig. 1 Fitting precision in flume using Eq. 1

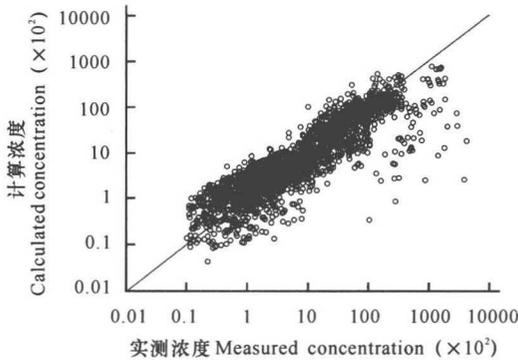


图2 公式2水槽资料拟合精度

Fig. 2 Fitting precision in flume using Eq. 2

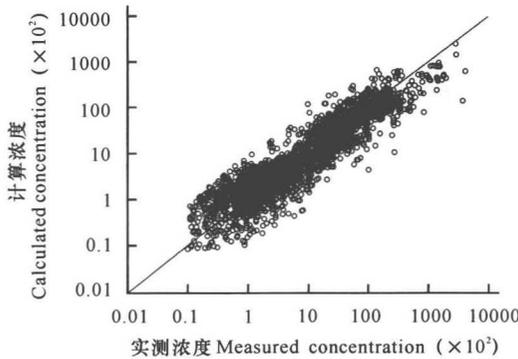


图3 公式3水槽资料拟合精度

Fig. 3 Fitting precision in flume using Eq. 3

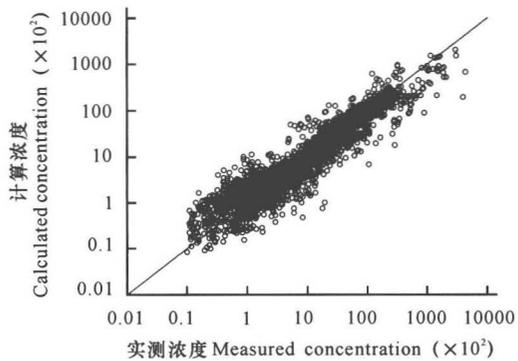


图4 公式4水槽资料拟合精度

Fig. 4 Fitting precision in flume using Eq. 4

2 水流挟沙力公式的检验与比较

采用 F 检验法对公式 3 的回归系数进行显著性检验, 计算得到 F 的值为 4703.1, 查表得 $F_{0.95}(3, 2545) = 2.6$, 显然 $F \gg F_{0.95}(3, 2545)$, 说明公式 3 中的 3 个参量与因变量 $\log S_w$ 的关系是显著的, 亦即公式 3 可以用于实践中挟沙力的计算。用同样的方法检验其余公式 1、公式 2 和公式 4, 其回归系数也显著。

采用粒径 0.035~0.899mm, 泥沙比重 2.38~2.68, 级配 < 2.0 , 泥沙重量比含沙量 10~169100.3906 的 2850 组天然河道的泥沙数据^[13] 验证表 1 中的 4 个公式, 其验证结果如图 5 至图 8 所示。

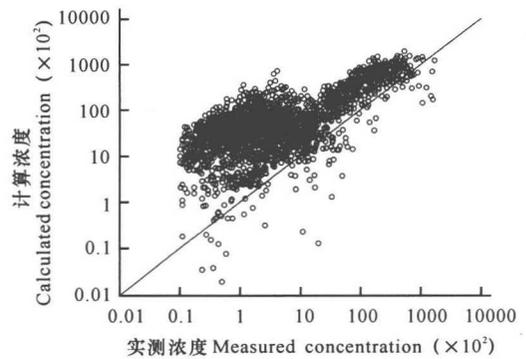


图5 公式1天然河道数据验证效果

Fig. 5 Verification in natural river using Eq. 1

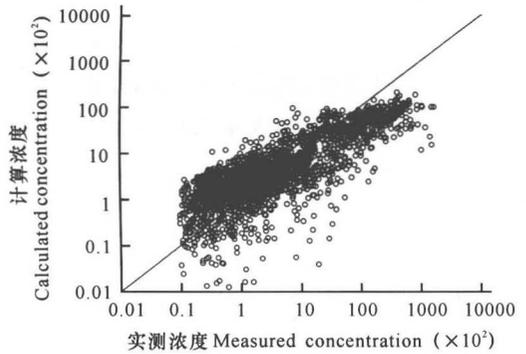


图6 公式2天然河道数据验证效果

Fig. 6 Verification in natural river using Eq. 2

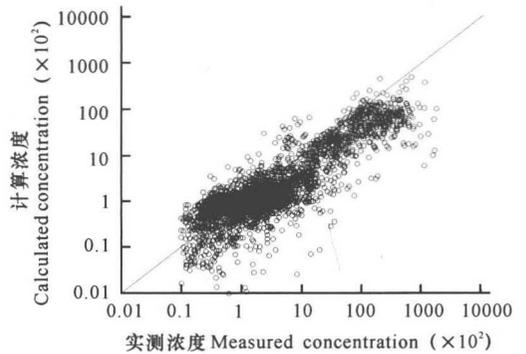


图7 公式3天然河道数据验证效果

Fig. 7 Verification in natural river using Eq. 3

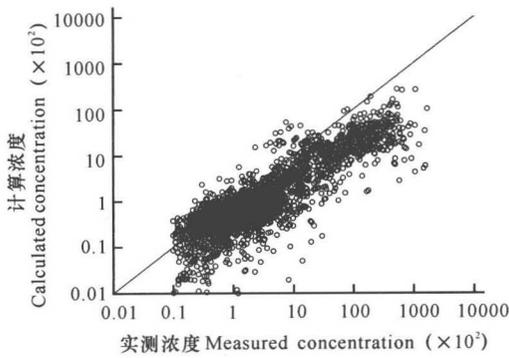


图8 公式4天然河道数据验证效果

Fig. 8 Verification in natural river using Eq. 4

从图5~8可以看出,公式1和公式4的验证结果稍差,公式1计算值比实测值偏大,数据点基本位于45°斜线上方,通过调整公式中相应系数,精度可以有明显提高;而公式4则反之,大部分数据点位于45°斜线下方,表明计算值偏小。公式2和公式3的计算结果则相对较好,尽管也有一定误差,但是总体上已经达到一定的精度,可以满足实际的需要。

公式3与公式4相比,少了一个参量即水力坡度项。关于水力坡度项,钱宁^[1]认为,习惯的做法是不直接引入,而是引入与水力坡度有关的摩阻流速 $u_* (= \sqrt{ghJ})$;沙玉清^[11]采用1000组水槽、河道泥沙资料进行相关分析时发现,水力坡度项对含沙量几乎无影响。比较分析其他各家具有代表性的挟沙力公式也发现,除以能量学派为代表的一小部分挟沙力公式包含水力坡度项外,其它大多数的公式中均未出现。从统计学角度看,加入水力坡度项的公式4比无水力坡度项的公式3在水槽泥沙实验数据的回归分析中,精度上略有提高,但是以天然河道数据的验证结果来看,多加水力坡度一项,其精度并未提高,反而比少了这一项的公式3精度低。其原因可能是室内水槽实验水力坡度的测量相对比较容易,精度上也有保障,而在天然河流中水力坡度项的测量本身误差比较大,由此对挟沙力计算所带来的误差不可忽略。沙玉清^[11]的分析结果有可能包含这方面的原因。从能量学派的观点看,水力坡度表征水流的能量耗散,与其阻力相关,与挟沙力的物理机制相联系,理论上有其合理之处。但是从实用角度来说,引入水力坡度项不仅增加计算量,而且精度上也有可能得不到保障,尤其是在潮汐河口及近岸海域,水力坡度更难以确定,从这个方面上看公式3相对公式4较为合理。尽管公式3是由水槽实测数据分析得到,但是经天然河道数据验证,证实了它的合理性,用于实际计算是可靠的。

3 挟沙力公式的改进与简化

分析公式2和公式3还可以发现,有效流速项 $\frac{U-U_c}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}}$ 的系数(或指数)与2非常接近,这强烈地提示我们,该项的系数(或指数)可能是一个固定的常数2。将该项系数设为2重新进行回归分析,得到的结果也较令人满意。此外,两公式第1个参量 $\frac{h}{d}$ 的系数为负数,并且接近-1,由此可以将公式3

作变形, h 放到 $\frac{U-U_c}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}}$ 项的分母中, d 移出合并到前面系数项 a_0 ,考虑到对天然沙, $\gamma_s/\gamma-1 \approx 2.65$ 为常数,对于河口近岸海域的较细颗粒泥沙,其沉速一般表现为絮凝团的沉速,可以0.03mm当量粒径的絮凝团沉速来表示^[14],即沉速项 $\frac{\omega}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd}}$ 也可合并至 a_0 ,将此综合系数以 α 表示,则简化的公式可写成

$$S = \alpha \frac{(U-U_c)^2}{gh} \quad (5)$$

其中的综合系数 α 与水流及泥沙特性有关。

(5)式应用于水槽与天然河道数据验证时效果更好。如果不考虑起动流速影响,将(5)式改写成

$$S = \alpha \frac{U^2}{gh} \quad (6)$$

即为不考虑波浪作用的刘家驹公式^[14],已载入我国《海港水文规范》,在近岸泥沙研究与实践中得到广泛应用。

以上分析表明,流速是挟沙力的主要影响因子,泥沙因子也不可忽视。对于详实的泥沙监测资料,应用公式3或公式4计算结果更为准确,精度更高。简化情形下,(5)式或(6)式应用于实际比较方便,通过调整综合系数 α ,可以获得良好效果,当泥沙监测项目不太齐全时,(5)式或(6)式可以用于实际挟沙力的估算。近岸河口海域,受风、浪、潮、流的共同作用,水动力因子极其复杂,如何在公式中体现水动力因子对水流挟沙力的影响,常用的方法是采用全潮或半潮平均及代表性风浪条件,公式多为经验或半理论半经验形式,也有从理论上进行了初步研究,关于近岸海域的挟沙力形式仍需作深入的探讨。(6)式形式简洁,但未显含泥沙因子,泥沙因子已隐含于综合系数 α 中,其具体表达形式尚需深入研究。刘家驹^[14]近来给出了加入泥沙粒径项的(6)式改进形式,其普适性尚待进一步检验。应用(6)式时,刘家驹认为如考虑风浪作用, α 取为 $0.0273\rho_s$, ρ_s 为泥沙密度,对天然

沙 α 即为一固定常数。但是在不同海域应用时发现, α 的值并不固定,而且变化范围较大。因此,实际使用(6)式应率定综合系数 α 。

4 结束语

水流挟沙力影响因素繁多,基于量纲和谐考虑,本文利用多元线性回归的方法,采用2549组水槽泥沙实验数据,建立了包含水力与泥沙影响因子在一定组合形式下的挟沙力公式,通过2850组天然河道的实测资料分析验证,证实流速是挟沙力的重要影响因素,泥沙因子也不能忽视。同时比较分析水力坡度在挟沙力研究中的优劣,进一步分析挟沙力公式的简化形式,指出包含不同影响因子的挟沙力公式的特点与优势,为实践中挟沙力的计算提供一种有益的参考。

文中所构建的挟沙力公式基于已有水槽实测数据基础之上的,而泥沙运动是否处于平衡状态实测数据中并未反应出来,因此具体使用时应对相关参数进行率定。此外,由于泥沙运动的复杂性,挟沙力公式的影响因素或有其它更为合理的组合形式,有待于从理论与方法上作进一步探讨。

参考文献:

[1] 钱宁,万兆惠. 泥沙运动力学[M]. 北京:科学出版社,1983:364-366.
[2] Van Rijn L C. Sediment transport; part II: suspended load transport[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1984,110(11):1613-1641.
[3] Einstein H A. The bedload function for sediment transport in open channel flows[R]. Technical Bulletin, U S

Department of Agriculture,1950: 1026.

[4] Bagnold R A. A approach to the sediment transport problem from general physics[R]. USGS Professional Paper 422,1966.
[5] Engelund F,Hansen E. A monograph on sediment transport in alluvial channels[R]. Copenhagen, Teknisk Forlag,1967.
[6] Arkers P,White W R. Sediment transport: A new approach and analysis[J]. Journal of Hydraulics Division, ASCE, 1973,99 (HY11):2041-2060.
[7] Yang C T. Unit stream power equations for total load [J]. Journal of Hydrology, 1979,40: 123-138.
[8] Velikanov M A. Gravitational theory of sediment transport[J]. Journal of Science of Soviet Union Geophysics, 1954(4):349-359.
[9] 张瑞瑾. 河流泥沙动力学[M]. 北京:水利电力出版社,1989:50-69.
[10] 窦国仁. 全沙模型相似律及设计实例[J]. 水利水运科技情报,1977(3):1-20.
[11] 沙玉清. 泥沙运动的基本规律[J]. 泥沙研究,1956,2:1-54.
[12] 李瑞杰,罗锋,朱文谨. 悬沙运动方程及其近底泥沙通量[J]. 中国科学 E 辑,2008,38(11):1995-2000.
[13] 黄才安. 水流泥沙运动基本规律[M]. 北京:海洋出版社,2004,7-17,72-75.
[14] 刘家驹. 海岸泥沙运动研究及应用[M]. 北京:海洋出版社,2009.

(责任编辑:邓大玉)

(上接第 82 页 Continue from page 82)

参考文献:

[1] 覃勇荣. 大学校园园林绿化中的生物多样性保护问题 [J]. 湖南农业大学学报:社会科学版,2006,7(4):105-108.
[2] 蒋爱伍,于家捷,杨浪,等. 河池学院校园鸟类初步调查 [J]. 河池学院学报:自然科学版,2009,29(5):69-75.
[3] 李偲,张敦房,黄科,等. 四川大学江安校区鸟类调查 [J]. 四川动物,2010,29(2):249-254.
[4] Homer A J,McDonnell M J. Amphibian ecology and conservation in the urbanising world:A review[J]. Biological conservation,2008,141(10):2432-2449.
[5] 蓝海,陈远聪,王晴川,等. 中国毒蛇及蛇伤救治[M]. 上海:上海科学技术出版社,2008.
[6] 张荣祖. 中国动物地理[M]. 北京:科学出版社,1999.
[7] 张玉霞,温业棠. 广西两栖动物[M]. 桂林:广西师范大

学出版社,2000.

[8] 广西动物学会. 广西陆栖脊椎动物分布名录[M]. 桂林:广西师范大学出版社,1988.
[9] 陆含华,温业棠. 广西爬行动物的地理分布和区系分析 [J]. 动物学杂志,1988,23(2):8-13.
[10] 蒋锴斌,罗远周,王绍能,等. 广西猫儿山国家级自然保护区的两栖爬行动物[J]. 四川动物,2006,25(2):294-297.
[11] 陈水华,丁平,郑光美,等. 城市鸟类群落生态学研究展望[J]. 动物学研究,2000,21(2):165-169.
[12] 赵尔宓,黄美华,宗愉,等. 中国动物志:爬行纲. 蛇亚目 [M]. 北京:科学出版社,1998.

(责任编辑:邓大玉)