DOI:10.13656/j.cnki.gxkx.2011.04.012

广西科学 Guangxi Sciences 2011,18(4):325～328

次正规嵌入子群与有限群的 p-幂零性*

Subnormally Embedded Subgroups and p-nilpotency of Finite Groups

黄 琼,韦华全,杨立英,张晓荟

HUANG Qiong,WEI Hua-quan,YANG Li-ying,ZHANG Xiao-hui

(广西师范学院数学科学学院,广西南宁 530023)

(School of Mathematical Science,Guangxi Teachers Education University,Nanning,Guangxi,530023,China)

摘要:在 P 是群 G 的 Sylow p-子群,其中 p 是 $|G|$ 的一个素因子的条件下,证明 G 为 p-幂零群当且仅当 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且下列条件之一成立:P 的每个极大子群都在 G 中次正规嵌入;P 的每个 2-极大子群都在 G 中次正规嵌入.

关键词:有限群 p-幂零群 次正规嵌入子群 Sylow 子群 极大子群

中图法分类号:O152.1 **文献标识码**:A **文章编号**:1005-9164(2011)04-0325-04

Abstract:Let P be a Sylow p-subgroup of a group G, where p is a prime divisor of the order of G. Then G is p-nilpotent if and only if $N_G(P)$ is p-nilpotent and one of the following conditions holds:(1) every maximal subgroup of P is subnormally embedded in G;(2) every 2-maximal subgroup of P is subnormally embedded in G.

Key words:finite group, p-nilpotent group,subnormally embedded subgroup,Sylow subgroup,maximal subgroup

子群的正规性是群的重要特性,利用它来研究群结构是一种重要而常用的方法. 但是,群的正规性条件太强,有时很难得到满足. 因此,许多群论工作者都在寻找比正规性条件更弱更容易满足的条件来研究群的结构. 次正规性是比正规性更弱更容易判别的一种特性,它是正规性的一种自然推广. 之前,次正规性没有引起重视,文献[1]发表以后,人们对次正规子群的研究开始活跃起来,有兴趣的读者可参考文献[2～4]. 潘红飞[5]已通过研究局部次正规性得到了可解群子群的全局次正规性的一个判别方法. S-拟正规(亦称 π-拟正规或 S-置换)嵌入性也是正规性的一种推广,文献[6]利用这一概念,得到了有限群超可解的几个充分条件. 后来,文献[7,8]也利用子群的 S-拟正规嵌入性来研究有限群的 p-幂零性.

本文首先引入次正规嵌入子群的概念,同时,给出例子说明它是次正规和 S-拟正规嵌入概念的真正推广. 其次,研究 Sylow 子群的极大子群和二次极大子群的次正规嵌入性对有限群的 p-幂零性的影响,得到了有限群成为 p-幂零群的几个充分且必要的条件,推广了一些已知的结果.

本文之群皆指有限群,所用术语和符号都是标准的.

1 定义及引理

设 H 是群 G 的子群. H 称为次正规的,并记作 $H \lhd\lhd G$,如果 H 在 G 的某个次正规群列中出现[9]. H 称为 S-拟正规的,如果 H 与 G 的任意 Sylow 子群可交换相乘[10]. 而 H 称为 S-拟正规嵌入子群,若 H 的 Sylow 子群也是 G 的某个 S-拟正规子群的 Sylow 子群[6].

定义 1.1 设 H 是群 G 的子群. H 称为 G 的次正规嵌入子群,若 H 的 Sylow 子群也是 G 的某个次正规子群的 Sylow 子群.

注 1.1 显然,次正规子群一定是次正规嵌入子群;因 S-拟正规一定是次正规的[10],故 S-拟正规嵌

收稿日期:2011-06-27

作者简介:韦华全(1963-),男,博士,教授,主要从事群论研究。

*国家自然科学基金项目(10961007),广西自然科学基金项目(0991101,0991102)和广西教育厅科研基金项目资助。

入子群一定是次正规嵌入子群. 但反之都未必. 例如, 非交换单群的每个 Sylow 子群都是次正规嵌入子群, 但这些子群都不是次正规的; 又如, A_4 的 Sylow 2-子群的极大子群都是次正规嵌入子群, 但它们都不是 S-拟正规嵌入子群.

引理 1.1 设 G 是群, 则

(1) 若 $H \lhd\lhd G, M \leqslant G$, 则 $H \cap M \lhd\lhd M$;

(2) 若 $N \trianglelefteq G$, 且 $H \lhd\lhd G$, 则 $HN/N \lhd\lhd G/N$;

(3) 若 $H \lhd\lhd G, G_p \in \mathrm{Syl}_p(G)$, 其中 p 是 $|G|$ 的一个素因子. 则 $H \cap G_p \in \mathrm{Syl}_p(H)$;

(4) 若 $H \lhd\lhd G$ 且 H 为 G 的 Hall 子群, 则 $H \trianglelefteq G$.

引理 1.2 设 N 是群 G 的正规子群, H 是 G 的次正规嵌入子群, 则

(1) 若 $H \leqslant M \leqslant G$, 则 H 在 M 中次正规嵌入;

(2) HN/N 在 G/N 中次正规嵌入.

证明 (1) 因为 H 为 G 的次正规嵌入子群, 所以对于 H 的任意 Sylow 子群 S, 存在 G 中次正规子群 L 使得 S 也是 L 的 Sylow 子群. 显然, S 仍然是 $L \cap M$ 的 Sylow 子群. 由引理 1.1(1) 知, $L \cap M \lhd\lhd M$, 故 H 是 M 的次正规嵌入子群.

(2) 设 SN/N 是 HN/N 的任意 Sylow 子群, 其中 S 是 H 的某个 Sylow 子群. 因为 H 为 G 的次正规嵌入子群, 所以存在 G 的次正规子群 L 使得 S 是 L 的 Sylow 子群. 显然, SN/N 是 LN/N 的 Sylow 子群. 由引理 1.1(2) 知, $LN/N \lhd\lhd G/N$, 故 HN/N 在 G/N 中次正规嵌入.

群 G 的子群 H 称在 G 中 c^*-正规, 如果存在 G 的正规子群 K 使得 $G = HK$ 且 $H \cap K$ 是 G 的 S-拟正规嵌入子群[11].

引理 1.3[11,12] 设 G 是群, $H \lhd G$ 使得 G/H 为 p-幂零, $P \in \mathrm{Syl}_p(H)$. 若 P 的极大子群皆在 G 中 c^*-正规且下述条件之一成立, 则 G 为 p-幂零:

(1) $(|G|, p-1) = 1$;

(2) $N_G(P)$ 为 p-幂零.

群 G 的子群 H 的称为 G 的 2-极大或二次极大子群, 如果 H 是 G 的某个极大子群的极大子群.

引理 1.4[11,12] 设 G 是群, $H \lhd G$ 使得 G/H 是 p-幂零, $P \in \mathrm{Syl}_p(H)$. 若 P 的 2-极大子群均在 G 中 c^*-正规且下述条件之一满足, 则 G 为 p-幂零:

(1) p 是 $|G|$ 的最小素因子且 G 与 A_4 无关;

(2) $(|G|, p^2-1) = 1$;

(3) $N_G(P)$ 为 p-幂零.

引理 1.5[4] 设 G 是群, p 是 $|G|$ 的素因子且 $(|G|, p-1) = 1$. 则

(1) 若 N 是 G 的 p 阶正规子群, 则 N 含于 $Z(G)$;

(2) 若 G 有循环的 Sylow p-子群, 则 G 为 p-幂零的;

(3) 若 M 是 G 的指数为 p 的子群, 则 M 在 G 中正规.

2 主要结果

定理 2.1 设 P 是群 G 的 Sylow p-子群, 其中 p 是 $|G|$ 的一个素因子. 则 G 为 p-幂零群当且仅当 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的极大子群在 G 中次正规嵌入.

证明 设 G 为 p-幂零群, P_1 为 P 的任意极大子群. 则 $N_G(P)$ 作为 G 的子群当然为 p-幂零群, 同时, G 有正规 p-补子群 K. 显然, $P_1 \in \mathrm{Syl}_p(P_1K)$. 又因为 P_1K/K 为 p-群 $PK/K = G/K$ 的极大子群, 故 $P_1K/K \trianglelefteq G/K$, 即 $P_1K \trianglelefteq G$. 这表明, P_1 在 G 中正规嵌入, 当然, P_1 在 G 中次正规嵌入.

反之, 假设 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的极大子群在 G 中次正规嵌入, 我们往证 G 为 p-幂零群. 设 G 为极小阶反例. 则

(1) $O_{p'}(G) = 1$.

设 $H = O_{p'}(G) \neq 1$. 显然, $PH/H \in \mathrm{Syl}_p(G/H)$. 因 $N_G(P)$ 为 p-幂零群, 故 $N_{G/H}(PH/H) = N_G(P)H/H \approx N_G(P)/(H \cap N_G(P))$ 为 p-幂零群. 设 P_1H/H 是 PH/H 的任意极大子群, 其中 P_1 是 P 的一个极大子群. 因 P_1 在 G 中次正规嵌入, 由引理 1.2(2), P_1H/H 在 G/H 中次正规嵌入. 故 G/H 满足定理的条件. 由 G 为极小反例推出 G/H 为 p-幂零, 从而 G 为 p-幂零, 矛盾.

(2) 若 $P \leqslant K < G$, 则 K 为 p-幂零群.

因为 $N_K(P) \leqslant N_G(P)$, 所以 $N_K(P)$ 为 p-幂零群. 由引理 1.2(1) 知, P 的极大子群在 K 中次正规嵌入, 故 K 满足定理的条件. 由 G 的选择得到 K 为 p-幂零群.

(3) 最后矛盾.

设 P_1 是 P 的任意极大子群. 若 P_1 不在 G 中正规嵌入, 因 P_1 在 G 中次正规嵌入, 故有 G 的次正规子群 L 使得 $P_1 \in \mathrm{Syl}_p(L)$. 于是存在 G 的正规子群 L_1 使得 $L < L_1 \lhd G$ 但 $L_1 \neq G$. 这样 $|L_1|_p > |P_1|$, 从而 $|L_1|_p = |P|$, 进而 $P \leqslant L_1 < G$. 由 (2) 知 L_1 为 p-幂零, 即 L_1 有正规 p-补子群 T. 因为 $T \operatorname{char} L_1$, 而 $L_1 \trianglelefteq G$, 故 $T \trianglelefteq G$. 由 (1) 必有 $T = 1$, 故 $L_1 = P$. 这样, $G = N_G(P)$ 为 p-幂零, 矛盾. 于是可设 P 的任意极大子群皆在 G 中正规嵌入, 当然, P 的任意极大子群皆在 G 中 c^*-正规. 由引理 1.3 知, G 为 p-幂零, 矛盾. 证明

完毕.

推论 2.1 设 H 是群 G 的正规子群且使得 G/H 为 p-幂零群，P 是 H 的 Sylow p-子群，其中 p 是 $|G|$ 的一个素因子. 则 G 为 p-幂零群当且仅当 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的极大子群都在 G 中次正规嵌入.

证明 设 G 为 p-幂零群，P_1 为 P 的任意极大子群. 则 $N_G(P)$ 为 p-幂零群，H 有正规 p-补子群 K 且 $P_1\in \mathrm{Syl}_p(P_1K)$. 显然，$P_1K/K$ 为 p-群 $PK/K=H/K$ 的极大子群，故 $P_1K/K \trianglelefteq H/K$，即 $P_1K\trianglelefteq H$. 但 $H\trianglelefteq G$，故 $P_1K\trianglelefteq\trianglelefteq G$. 这样，$P_1$ 在 G 中次正规嵌入.

反之，设 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的极大子群都在 G 中次正规嵌入. 由定理 2.1，H 为 p-幂零群，即 H 有正规 p-补 T. 若 $T\neq 1$，考虑 G/T. 显然，$N_{G/T}(PT/T)=N_G(P)T/T$ 为 p-幂零群. 由引理 1.2(2) 知，PT/T 的极大子群在 G/T 中次正规嵌入. 由归纳法知，G/T 为 p-幂零群，故 G 为 p-幂零群. 若 $T=1$，则 $H=P$，从而 $G=N_G(P)$ 为 p-幂零群. 证明完毕.

推论 2.2[8] 设 P 是群 G 的 Sylow p-子群，其中 p 是 $|G|$ 的一个素因子. 如果 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的极大子群都在 G 中 S-拟正规嵌入，则 G 为 p-幂零群.

推论 2.3[13] 设 P 是群 G 的 Sylow p-子群，其中 p 是 $|G|$ 的一个素因子. 如果 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的极大子群都在 G 中次正规，则 G 为 p-幂零群.

定理 2.2 设 P 是群 G 的 Sylow p-子群，其中 p 是 $|G|$ 的一个素因子. 则 G 为 p-幂零群当且仅当 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的 2-极大子群在 G 中次正规嵌入.

证明 设 G 为 p-幂零群，P_2 为 P 的任意 2-极大子群. 则 $N_G(P)$ 为 p-幂零群，G 有正规 p-补子群 K，同时，存在 P 的极大子群 P_1 使得 P_2 在 P_1 中极大. 于是 $P_2K\trianglelefteq P_1K$ 而 $P_1K\trianglelefteq G$，进而 $P_2K\trianglelefteq\trianglelefteq G$，所以 P_2 是 G 的次正规嵌入子群. 反过来，设 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的每个 2-极大子群都在 G 中次正规嵌入. 假设 G 为极小阶反例，令 $|P|=p^n$. 则

(1) $n>2$ 且 $O_{p'}(G)=1$.

由引理 1.3 及引理 1.4 易知 $n>2$. 设 $H=O_{p'}(G)\neq 1$. 显然，$PH/H\in \mathrm{Syl}_p(G/H)$，$N_{G/H}(PH/H)=N_G(P)H/H\approx N_G(P)/(H\cap N_G(P))$ 为 p-幂零群. 设 P_2H/H 是 PH/H 的任意 2-极大子群，其中 P_2 是 P 的一个 2-极大子群. 由题设，P_2 在 G 中次正规嵌入，再由引理 1.2(2)，P_2H/H 在 G/H 中次正规嵌入. 故 G/H 满足定理 2.2 的假设. 由 G 为极小反例推出 G/H 为 p-幂零，从而 G 为 p-幂零，矛盾.

(2) 若 $P\leqslant M<G$，则 M 为 p-幂零群.

事实上，因为 $N_M(P)\leqslant N_G(P)$，所以 $N_M(P)$ 为 p-幂零群. 由引理 1.2(1)，P 的每个 2-极大子群都在 M 中次正规嵌入. 故 M 满足定理 2.2 的假设，由 G 的选择即知 M 为 p-幂零.

(3) $O_p(G)=1$.

假设 $O_p(G)\neq 1$. 设 N 为 G 的含于 $O_p(G)$ 的极小正规子群，考虑 G/N. 显然，$P/N\in \mathrm{Syl}_p(G/N)$ 且 $N_{G/N}(P/N)=N_G(P)/N$ 为 p-幂零群. 由引理 1.2(2)，P/N 的极大子群在 G/N 中次正规嵌入. 故 G/N 满足定理的假设. 由 G 为极小反例推出 G/N 为 p-幂零. 如果还有 G 的含于 $O_p(G)$ 的极小正规子群 $N_1\neq N$，那么同样有 G/N_1 为 p-幂零，从而 $G\cong G/(N\cap N_1)$ 为 p-幂零，矛盾. 故可设 N 是 G 的含于 $O_p(G)$ 的唯一极小正规子群. 由于 p-幂零群系是饱和群系，所以还可设 $N\nleqslant \Phi(G)$. 于是 $\Phi(O_p(G))=1$ 即 $O_p(G)$ 是初等交换的且存在 G 的极大子群 M 使得 $G=NM$ 且 $N\cap M=1$. 我们已有 $O_p(G)\cap M\trianglelefteq O_p(G)M=G$，再由 N 的唯一极小正规性知 $O_p(G)\cap M=1$，从而 $N=O_p(G)$. 显然，$P=N(P\cap M)$ 且 $P\cap M<P$，故可设 P_1 是 P 的包含 $P\cap M$ 的极大子群. 则 $P_1=(P_1\cap N)(P\cap M)$. 若 $P\cap M=P_1$，则 $|N|=|P:P_1|=p$. 此时若 $N\leqslant Z(G)$，则由 G/N 为 p-幂零易得 G 为 p-幂零，矛盾. 故 $N\nsubseteq Z(G)$. 于是 $C_G(N)<G$ 且 $C_G(N)\trianglelefteq G$. 由于 $P\leqslant C_G(N)$，所以由 (2) 知 $C_G(N)$ 为 p-幂零群. 现在由 (1) 又得 $C_G(N)=P$，从而 $G=N_G(P)$ 为 p-幂零群，矛盾. 故 $P\cap M<P_1$，可设 P_2 为 P_1 的包含 $P\cap M$ 的极大子群. 则 P_2 是 P 的 2-极大子群. 由题设，存在 G 的次正规子群 L 使得 $P_2\in \mathrm{Syl}_p(L)$. 于是存在 G 的真正规子群 L_1 使得 $L\leqslant L_1$. 记 $L_{1p}=P\cap L_1$. 易知 $L_{1p}\in \mathrm{Syl}_p(L_1)$. 以下分 3 种情形讨论：

(a) $|L_{1p}|=p^n$，即 $L_{1p}=P$ 或 $P\leqslant L_1$. 则由 (2) 知 L_1 为 p-幂零. 再由 (1) 知 $P=L_1$，从而 $G=N_G(P)$ 为 p-幂零群，矛盾.

(b) $|L_{1p}|=p^{n-1}$，即 L_{1p} 为 P 的极大子群. 显然，$P\leqslant N_G(L_{1p})$. 若 $N_G(L_{1p})<G$，则由 (2) 知 $N_G(L_{1p})$ 为 p-幂零群，从而 $N_{L_1}(L_{1p})$ 也为 p-幂零群. 而 L_{1p} 的极大子群为 P 的 2-极大子群，故它们在 G 中从而在 L_1 中次正规嵌入. 由定理 2.1，L_1 为 p-幂零群. 再由 (1) 知 $L_1=L_{1p}$，这与 $N_G(L_{1p})<G$ 矛盾. 故 $N_G(L_{1p})=G$，即 $L_{1p}=N$. 进一步由 $P\cap M\leqslant P_2=N$ 知 $P\cap$

$M=1$,这样 $P=N$,导致 $G=N_G(P)$ 为 p-幂零群,矛盾.

(c) $|L_{1p}|=p^{n-2}$,即 $P_2=L_{1p}$. 考虑 $G_1=P_1L_1$. 显然 $P_1\in \mathrm{Syl}_p(G_1)$. 若 $N_G(P_1)=G$,则 $P_1=N$,进一步由 $P\cap M\leqslant P_1$ 得 $P\cap M=1$. 类似情形(b) 得到矛盾. 若 $N_G(P_1)<G$,则由(2) 知 $N_G(P_1)$ 为 p-幂零群;特别地,$N_{G_1}(P_1)$ 为 p-幂零群. 又显然 P_1 的极大子群在 G_1 中次正规嵌入,故由定理 2.1 得到 G_1 为 p-幂零群. 当然,L_1 亦为 p-幂零群. 由(1) 必有 $P_2=L_1$,进一步 $P_2=N$ 从而 $P\cap M=1$. 仍然得到类似的矛盾. 这就完成(3) 的证明.

(4) 最后矛盾.

设 P_0 为 P 的任意 2-极大子群. 由题设,存在 G 的次正规子群 L 使得 $P_0\in \mathrm{Syl}_p(L)$. 于是存在 G 的真正规子群 L_1 使得 $L\leqslant L_1$. 记 $L_{1p}=P\cap L_1$. 易知 $L_{1p}\in \mathrm{Syl}_p(L_1)$. 同样分 3 种情形讨论:

(a) $|L_{1p}|=p^n$,即 $L_{1p}=P$ 或 $P\leqslant L_1$. 则由(2) 知 L_1 为 p-幂零. 再由(1) 知 $P=L_1$,这与(3) 矛盾.

(b) $|L_{1p}|=p^{n-1}$,即 L_{1p} 为 P 的极大子群. 显然,$P\leqslant N_G(L_{1p})$. 由(3) 知 $N_G(L_{1p})<G$,再由(2) 知 $N_G(L_{1p})$ 为 p-幂零群,从而 $N_{L_1}(L_{1p})$ 也为 p-幂零群. 而 L_{1p} 的极大子群为 P 的 2-极大子群,故它们在 L_1 中次正规嵌入. 由定理 2.1 知,L_1 为 p-幂零群. 再由(1) 知 $L_1=L_{1p}$,这与(3) 矛盾.

(c) $|L_{1p}|=p^{n-2}$,即 $P_0=L_{1p}$. 考虑 $G_1=P_1L_1$. 显然 $P_1\in \mathrm{Syl}_p(G_1)$. 由(3) 知,$N_G(P_1)<G$,从而由(2) 知 $N_G(P_1)$ 为 p-幂零群. 特别地,$N_{G_1}(P_1)$ 为 p-幂零群. 又 P_1 的极大子群在 G_1 中次正规嵌入,故由定理 2.1 得到 G_1 为 p-幂零群. 当然,L_1 亦为 p-幂零群. 由(1) 必有 $P_2=L_1$,与(3) 矛盾. 证明完毕.

推论 2.4 设 H 是群 G 的正规子群使得 G/H 为 p-幂零群,P 是 H 的 Sylow p-子群,其中 p 是 $|G|$ 的一个素因子. 则 G 为 p-幂零群当且仅当 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的每个 2-极大子群都在 G 中次正规嵌入.

证明 设 G 为 p-幂零群,P_2 为 P 的任意 2-极大子群. 则 $N_G(P)$ 为 p-幂零群,H 有正规 p-补子群 K,同时,存在 P 的极大子群 P_1 使得 P_2 在 P_1 中极大. 于是 $P_2K\trianglelefteq P_1K$ 且 $P_1K\trianglelefteq H$,进而 $P_2K\trianglelefteq\trianglelefteq G$,所以 P_2 是 G 的次正规嵌入子群. 反之,设 $N_G(P)$ 为 p-幂零群且 P 的 2-极大子群在 G 中次正规嵌入. 由定理 2.2 知,H 为 p-幂零群 H 有正规 p-补子群 T. 若 $T\neq 1$,考虑 G/T. 显然,$N_{G/T}(PT/T)=N_G(P)T/T$ 为 p-幂零群. 由引理 1.1(2) 知,PT/T 的 2-极大子群在 G/T 中次正规嵌入. 由归纳法知,G/T 为 p-幂零群,从而 G 为 p-幂零群. 若 $T=1$,则 $H=P$,于是 $G=N_G(P)$ 为 p-幂零群. 证明完毕.

推论 2.5[13] 设 P 是群 G 的 Sylow p-子群,其中 p 是 $|G|$ 的最小素因子. 若 P 的每个 2-极大子群都在 G 中次正规,$N_G(P)$ 为 p-幂零群且 G 与 A_4 无关,则 G 为 p-幂零群.

注 2.1 上述各定理中的条件 $N_G(P)$ 为 p-幂零群不能去掉. 例如,取 $G=S_3$,$P\in \mathrm{Syl}_3(G)$,则 P 的极大子群是 1,但 G 不是 3-幂零的. 又如,令 $G=A_4$,$P\in \mathrm{Syl}_2(G)$. 则 $P\trianglelefteq G$,故 P 的极大子群都在 G 中次正规,当然它们都在 G 中次正规嵌入,但 G 不是 2-幂零的.

参考文献:

[1] Wielandt H. Eine verallgemeinerung der invarianten untergruppen[J]. Math Z,1939,45:209-244.

[2] Bartels D. Subnormality and invariant relations on conjugacy classes in finite groups[J]. Math Z,1977,157:13-17.

[3] Lennox J C,Stonehewer S E. Subnormal subgroups of groups[M]. Oxford Mathematical Publications, Oxford: Clarenden Press,1987.

[4] Robinson D J S. A course in the theory of groups[M]. Berlin Heidelberg,New York: Springer-Verlag,1982.

[5] 潘红飞. 关于有限群次正规子群的研究[D]. 南宁:广西师范学院,2010.

[6] Ballester-Bolinches A,Pedraza-Aguilera M C. Sufficient conditions for supersolvability of finite groups[J]. J Pure Appl Algebra,1998,127:113-118.

[7] Asaad M,Heliel A A. On S-quasinormally embedded subgroups of finite groups[J]. J Pure Appl Algebra,2001,165:129-135.

[8] Li Y,Wang Y,Wei H. On p-nilpotency of finite groups with some π-quasinormally embedded[J]. Acta Math Hungar,2005,108:283-298.

[9] 徐明曜. 有限群导引(上册)[M]. 北京:科学出版社,1999.

[10] Kegel O H. Sylow-gruppen undsubnormalteiler endlicher gruppen[J]. Math Z,1962,78:205-221.

[11] Wei H,Wang Y. On c^*-normality and its properties[J]. J Group Theory,2007,10(2):211-223.

[12] 韦华全. 子群特性与有限群结构[D]. 中山:中山大学,2006.

[13] 左林. 次正规子群对有限群 p-幂零性的影响[J]. 湖州师范学院学报,2010,32(2):9-12.

(责任编辑:尹 闯)