

正四边形网格上散度方程的 Dirichlet 问题的离散解*

Discrete Solutions of Dirichlet Problems for Diffusion Equations on Square Grids

宋美玲¹, 蓝师义^{2**}SONG Mei-ling¹, LAN Shi-yi²

(1. 广西幼儿师范高等专科学校, 广西南宁 530022; 2. 广西民族大学, 广西南宁 530007)

(1. Guangxi Preschool Education College, Nanning, Guangxi, 530022, China; 2. Guangxi University for Nationalities, Nanning, Guangxi, 530007, China)

摘要:基于区域的正四边形剖分,用有限体积法构造散度方程的 Dirichlet 问题的离散解,给出离散解和古典解的误差估计并证明离散解在 L^2 -空间内收敛于其准确解.

关键词:离散解 Dirichlet 问题 散度方程 有限体积法

中图分类号:O174.55 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-9164(2012)03-0209-04

Abstract:Based on the regular quadrangulations of domain, discrete solutions of Dirichlet problems for two-dimensional diffusion equations are constructed by using the methods of finite volume. The error estimates between the discrete solutions and the classical ones are obtained. It is proved that these discrete solutions converge to the exact solutions in L^2 -space.

Key words:discrete solution, Dirichlet problem, diffusion equation, finite volume

很多学者都曾把有限体积法作为偏微分方程的一种离散解法^[1~4]. Dubejko^[4]用有限体积法和圆填充理论研究 Poisson 方程的 Dirichlet 问题的离散解,他们假定的区域是三角剖分. 本文探讨单连通区域 Ω 上散度方程的 Dirichlet 问题的离散解,并假定区域是正则的四边形剖分,而且要求其体积剖分的边垂直平分其对应的四边形剖分的边,首先,用有限体积法构造 Dirichlet 问题的离散解并证明这些解满足最大值原理;其次,按照离散 H^1 半范,给出离散解和古典解的误差估计;最后,由最大值原理和古典与离散 H^1 半范之间的关系,证明离散解在 L^2 -空间内收敛于其准确解.

1 四边形剖分^[1,2,4,5]

对任意自然数 n ,由复形 SG^n 的顶点构成的四边形网格记为 $V^n = \frac{1}{n}Z + i\frac{1}{n}Z = \{z = \frac{1}{n}k + \frac{i}{n}l : (k, l) \in Z \times Z\}$, $[z, z']$ 的边长满足 $|z - z'| = \frac{1}{n}$, $z, z' \in V^n$, Z -复形是指四边形 $\{z + x + iy : x, y \in [0, \epsilon], z \in V^n\}$, 详见图 1. 其中,实线和虚线分别表示四边形剖分 SG^n 和体积-四边形剖分 $SG^n + \frac{1+i}{2n}$, 区域 Ω 的边界为闭曲线 L . 若 z, z' 在 SG^n 中是相邻的顶点,记为 $z \sim z'$. 易证 $\{SG^n\}$ 是正则的, $SG^n + \frac{1+i}{2n}$ 是 SG^n 唯一的体积四边形剖分,而且, $\{SG^n + \frac{1+i}{2n}\}$ 也是正则的.

若剖分复形簇 $\{K_n\}$ 是正则的,则存在常数 $M > 0$,使得对任意 n 面 $\sigma \in K_n$,有

$$\frac{\text{diam}(\sigma)}{\rho_\sigma} \leq M,$$

其中 $\text{diam}(\sigma)$ 是面 σ 的外切直径, $\rho_\sigma = \sup \{\text{diam}(c) : c \text{ 是 } \sigma \text{ 的内接圆}\}$.

对任意 n ,用 K_n^* 表示 K_n 的体积复形. 它满足:

收稿日期:2011-10-17

修回日期:2012-04-06

作者简介:宋美玲(1981-), 硕士, 讲师, 主要从事偏微分方程的函数论方法研究。

* 国家自然科学基金项目(10771220), 广西教育厅科研项目(200707MS043)资助。

** 蓝师义(1966-), 男, 瑶族, 博士, 教授, 主要从事偏微分方程的函数论方法研究。

对任意面 $\sigma \in K_n$, 在它的内部存在唯一一点 z_σ , 使得 (a) 点 z_σ 是 σ 的边的垂直投影的交点; (b) 若 σ 与 σ' 是相邻的两个面, 则连接点 $z_\sigma, z_{\sigma'}$ 构成的线段 $z_\sigma z_{\sigma'}$ 垂直相交于 σ 与 σ' 的公共边.

若体积复形簇 $\{K_n^*\}$ 是正则的, 则 $\{K_n\}$ 是正则的, 且存在常数 $M^* > 0, M^{**} > 0$, 使得

$$(i) M^* < \frac{e_\sigma}{\text{dist}(z_\sigma, \partial\sigma)},$$

$$(ii) \frac{\text{diam}(\sigma)}{\text{dist}(z_\sigma, \partial\sigma)} \leq M^{**},$$

其中 $n, \sigma \in K_n, e_\sigma$ 是 σ 的任意一条边, dist 表示距离函数.

对平面 \mathbb{R}^2 上的一个单连通区域 Ω , 令 G_n 表示 Ω 内 SG^n 的最大子复形, G_n^* 是其相对应的体积 - 四边形剖分. G_n 的顶点、边及四边形的集合, 分别记为 G_n^0, G_n^1, G_n^2 . $IG_n^0, \partial G_n^0$ 分别表示 G_n 的内部顶点和边界顶点. ∂G_n 表示 G_n 的边界.

对任意点 $z \in IG_n^0$, 用 V_z 表示与 z 有关的体积, 即以 $z_{g_1} z_{g_2}, z_{g_2} z_{g_3}, z_{g_3} z_{g_4}, z_{g_4} z_{g_1}$ 为边的四边形, 其中 $g_i, i = 1, 2, 3, 4$ 是 G_n 中以点 z 为顶点的相继的 4 个四边形. 若 $z \in \partial G_n^0$, 则 V_z 是以 $z z_{g_1}, z_{g_1} z_{g_2}, z_{g_2} z_{g_2}', z_{g_2}' z$ 为边的四边形, 其中 g_1, g_2 是 G_n 中以点 z 为顶点的相继四边形 (g_1, g_2 是边界四边形), $z_{g_2}' (z_{g_2}')$ 是 $z_{g_1} (z_{g_2})$ 在 $g_1 (g_2)$ 的边界上的垂直投影.

用 $H^k(\Omega), k \geq 0$ 表示标准的 k^{th} Sobolev 空间^[6]. Sobolev 范数为

$$\|u\|_{H^k(\Omega)} = \left(\sum_{|a| \leq k} \int_{\Omega} |D^a u|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}},$$

半范为

$$|u|_{H^k(\Omega)} = \left(\sum_{|a|=k} \int_{\Omega} |D^a u|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}.$$

设 $\sum^0(G_n)$ 是定义在 G_n 顶点上的实数值函数集合; 定义在边 $g \in G_n^1$ 上的连续函数 $\omega: G_n \rightarrow R$ 是线性的, 它的集合记为 $\sum^1(G_n)$. 若 $\omega \in \sum^0(G_n)$, 则它的线性拓展记为 $\hat{\omega} \in \sum^1(G_n)$.

设 G_n 上 u 和 ω 的内积, 离散 H^0 -范数及 H^1 -范数分别为

$$(u, \omega)_{G_n} = \sum_{z \in G_n^0} u(z) \omega(z) |V_z|, \quad \|u\|_{0, G_n}^2 = (u, u)_{G_n},$$

$$|u|_{1, G_n}^2 = \sum_{z_{ij} \in G_n^1} (D_{ij} u)^2 |V_{ij}|, \quad \text{其中 } D_{ij} u = \frac{u(z_j) - u(z_i)}{|z_{ij}|},$$

$$\|u\|_{1, G_n}^2 = \|u\|_{0, G_n}^2 + |u|_{1, G_n}^2.$$

则可以推得结论:

$$|u|_{1, G_n}^2 = \frac{1}{2} \sum_{z_{ij} \in G_n^1} \frac{|z_{ij}^*|}{|z_{ij}|} |u(z_i) - u(z_j)|^2.$$

假设 $\{SG^n\}$ 是正则的, 类似于三角剖分的证明过程^[3,4,7], 可得

引理 1 令 u 是 $\sum^1(G_n)$ 中的任意函数, 则存在一个只依赖于 G_n 和 G_n^* 的正则性常数 c , 使得

$$\frac{1}{c} |u|_{H^1(G_n)} \leq |u|_{1, G_n} \leq c |u|_{H^1(G_n)}. \quad (1)$$

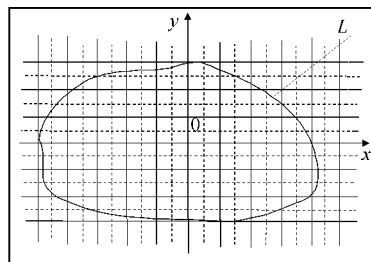


图 1 四边形网格

Fig. 1 Quadrilateral mesh

2 离散解的构造

考虑散度方程的 Dirichlet 问题

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (A \nabla u) = f, \Omega, \\ u = \varphi, \partial\Omega, \end{cases} \quad (2)$$

其中 Ω 是 R^2 内的单连通区域, $f(z)$ 为给定的实数值函数, $\varphi \in C(\partial\Omega)$, 矩阵方程 $A(z) =$

$$\begin{bmatrix} a_1(z) & 0 \\ 0 & a_2(z) \end{bmatrix}, \quad a_i(z_i) > \alpha > 0, \quad i = 1, 2.$$

对定义域为 $H^2(G_n) \cup \sum^1(G_n) \cup \sum^0(G_n)$, 值域为 IG_n^0 上的实数值函数空间, 若 $\omega \in H^2(G_n) \cup \sum^1(G_n)$, 则有

$$O_{G_n} \omega(z) = -\frac{1}{|V_z|} \int_{\partial V_z} (A \nabla \omega) \cdot \vec{\eta} ds, \quad z \in IG_n^0,$$

其中 $\vec{\eta}$ 是 V_z 的边界 ∂V_z 的外法向量. 若 $\omega \in \sum^0(G_n)$, 则 $O_{G_n} \omega(z) = O_{G_n} \hat{\omega}(z)$.

定义延拓算子 O_{G_n} 到 \bar{O}_{G_n} : 若 $H^2(G_n) \cup \sum^1(G_n) \cup \sum^0(G_n) \rightarrow \sum^0(G_n)$, 则

$$\begin{cases} \bar{O}_{G_n} \omega(z) = O_{G_n} \omega(z), & z \in IG_n^0, \\ \bar{O}_{G_n} \omega(z) = 0, & z \in \partial G_n^0. \end{cases}$$

令 u 是 (2) 式的古典解, 则其对应的离散问题定义: 存在 $\omega \in G_n^0 \rightarrow R$, 使

$$\begin{cases} O_{G_n} \omega(z) = f_{G_n}(z), & z \in IG_n^0, \\ \omega(z) = \varphi(z), & z \in \partial G_n^0, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $f_{G_n}(z) = \frac{1}{|V_z|} \int_{\partial V_z} f dx$.

因为 $\vec{\eta}$ 是平行于坐标轴的, 不失一般性, 假设 $\vec{\eta}$ 平行于 x 轴, 即 $\vec{\eta} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. 若 $f(G_n, \varphi) \in R^{|\mathbb{K}_n^0|+|\partial G_n^0|}$, 则由(3) 式得

$$\begin{cases} \frac{1}{|V_{z_{ij}}|} \sum_{z_j \sim z_i} \frac{\omega(z_i) - \omega(z_j)}{|z_{ij}|} \int_{z_{ij}^*} a_1(z) ds = f_{G_n}(z_i), \\ z_i \in IG_n^0, \\ \omega(z_i) = \varphi(z_i), z_i \in \partial G_n^0. \end{cases} \quad (4)$$

引理2 (最大值原理) 若 $f_{G_n} \geq 0$, 则(4) 式的解 ω 在 ∂G_n^0 上取得最小值. 特别地, 若 $\varphi \geq 0$, 则 $\omega \geq 0$.

证明 因为 $f_{G_n} \geq 0, a(z_i) > \alpha > 0$, 那么由(4) 式知, 若 ω 在其内部顶点处取得最小值, 则 ω 必定是常数, 产生矛盾. 因此 ω 必在 ∂G_n^0 上取得最小值.

3 离散解的误差估计和 L^2 -收敛性

定理1 假设 $u \in H^2(\Omega)$ 是 Dirichlet 问题(2) 的古典解, $\{G_n\}$ 和 $\{G_n^*\}$ 分别表示 Ω 的四边形剖分与其对应的体积四边形剖分. 在 G_n 中, 用 u_n 表示下面方程的离散解,

$$\begin{cases} O_{G_n} \omega(z) = f_{G_n}(z), z \in IG_n^0, \\ \omega(z) = u(z), z \in \partial G_n^0. \end{cases}$$

则 $|u - u_n|_{1, G_n} \leq c \epsilon |u|_{H^2(\Omega)}$, 其中 c 是一个只依赖于 $\{G_n\}$ 和 $\{G_n^*\}$ 的常数.

证明 令 $z_{ij} = g \cap g', z_{ij}^* = z_g z_{g'}$, 其中 $g \sim g'$, 则对 $\omega \in \sum^0(G_n)$, 有

$$\begin{aligned} (\bar{O}\omega, \omega)_{G_n} &= \sum_{z_i \in G_n} \bar{O}\omega \omega |V_z| = \\ &= \sum_{z_{ij} \in G_n^1} \frac{(\omega(z_i) - \omega(z_j))^2}{|z_{ij}|} \int_{z_{ij}^*} a_1(z) ds = \\ &= \sum_{z_i \in IG_n^0} \omega(z_i) \left(\sum_{z_j \sim z_i} - \int_{z_{ij}^*} (A \nabla \omega) \cdot \vec{\eta} ds \right) = \\ &= \sum_{z_i \in IG_n^0} \omega(z_i) \left(\sum_{z_j \sim z_i} \frac{\omega(z_i) - \omega(z_j)}{|z_{ij}|} \int_{z_{ij}^*} a_1(z) ds \right) \geq \\ &= \alpha \sum_{z_{ij} \in G_n^1} \frac{|z_{ij}^*|}{|z_{ij}|} (\omega(z_i) - \omega(z_j))^2 = 2\alpha | \omega |_{1, G_n}^2. \end{aligned}$$

由 Sobolev 嵌入定理^[6,7] 知, $u \in C(\Omega)$. 又因为 $u \in H^2(\Omega)$, 令 $e_n = u - u_n, e_n^i = u - u_n^i$, 其中, $u_n^i = \hat{u}|_{G_n^0}$, 那么 u_n^i 是 u_n 在 G_n 上的线性延拓. 则由离散解的构造及 ∂G_n^0 上 $u_n = u_n^i$, 得

$$2\alpha |e_n|_{1, G_n}^2 \leq (\bar{O}e_n, e_n) = \sum_{z_i \in G_n} \bar{O}e_n e_n |V_z| =$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{z_i \in IG_n^0} e_n(z_i) \left(\sum_{z_j \sim z_i} - \int_{z_{ij}^*} (A \nabla e_n^i) \cdot \vec{\eta} ds \right) = \\ &= \sum_{z_{ij} \in G_n^1} (e_n(z_j) - e_n(z_i)) \left(- \int_{z_{ij}^*} (A \nabla e_n^i) \cdot \vec{\eta} ds \right) \leq \\ &= \left(\sum_{z_{ij} \in G_n^1} \frac{|z_{ij}^*|}{|z_{ij}|} (e_n(z_j) - e_n(z_i))^2 \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \\ &= \left(\sum_{z_{ij} \in G_n^1} \frac{|z_{ij}|}{|z_{ij}^*|} \left(- \int_{z_{ij}^*} (A \nabla e_n^i) \cdot \vec{\eta} ds \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \sqrt{2} |e_n|_{1, G_n} \left(\sum_{z_{ij} \in G_n^1} \frac{|z_{ij}|}{|z_{ij}^*|} \left(- \int_{z_{ij}^*} (A \nabla e_n^i) \cdot \vec{\eta} ds \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

由于

$$|e_n|_{1, G_n} \leq \frac{1}{\alpha \sqrt{2}} \left(\sum_{z_{ij} \in G_n^1} \frac{|z_{ij}|}{|z_{ij}^*|} \cdot \right.$$

$$\left. \left(- \int_{z_{ij}^*} (A \nabla e_n^i) \cdot \vec{\eta} ds \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

再类似于文献[2] 中引理3 可得

$$\begin{aligned} & \left| \int_{z_{ij}^*} (A \nabla e_n^i) \cdot \vec{\eta} ds \right| \leq \\ & c |z_{ij}|^{\frac{5}{2}} |z_{ij}^*|^{\frac{1}{2}} \rho_{ij}^{-2} |u|_{H^2(\Omega)}, \quad (6) \end{aligned}$$

其中, $\rho_{ij} = \min \{in(\Delta z_g z_g' z_i), in(\Delta z_g z_g' z_j)\}$. 因此, 由(5) 式和(6) 式得

$$|u - u_n|_{1, G_n} = |e_n|_{1, G_n} \leq c \epsilon |u|_{H^2(\Omega)},$$

其中 c 是只依赖于 $\{G_n\}$ 和 $\{G_n^*\}$ 的正则性的常数.

假设 Ω 是若当区域, φ 是 $\partial\Omega$ 上的连续函数, $\partial\Omega$ 上存在一个邻域 $\Omega^\epsilon \in \Omega$, 而且构造的连续函数 $\bar{\varphi}: \Omega^\epsilon \in \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, 在 $\partial\Omega$ 上使 $\bar{\varphi} = \varphi$.

若 G 是以若当曲线为边界的四边形剖分, 且 $G \subset \bar{\Omega}, \partial G \subset \Omega^\epsilon \cap \partial\Omega$, 那么存在其相应的体积四边形剖分 G^* . 通过如下方程定义上述连续问题的近似解 u_G ,

$$\begin{cases} \bar{O}u_G(z) = f_G(z), z \in IG^0, \\ u_G(z) = \bar{\varphi}(z), z \in \partial G^0. \end{cases} \quad (7)$$

定理2 令 Ω 是 C^2 -边界的若当区域, $\varphi \in C(\partial\Omega), f \in L^2(\Omega)$. 假设 $\bar{\varphi}$ 是 φ 在 $\partial\Omega$ 某一邻域上的连续延拓, u 表示 Dirichlet 问题(2) 的解, $\{G_n\}$ 和 $\{G_n^*\}$ 如第1 节中的定义. 对任意 n , 再令 u_n 是 G_n 上(7) 式的离散解, 则 $\|u - u_n\|_{L^2(G_n)} = 0$.

证明 设存在 $\epsilon > 0, \psi \in C^\infty(\partial\Omega)$, 使 $|\varphi - \psi|_{\infty, \partial\Omega} < \epsilon$. 记 \tilde{u} 是满足边界条件 ψ 的(2) 式的解, \tilde{u}_n^i 表示 G_n 上 \tilde{u} 的线性扩展, 即 $\tilde{u}_n^i := \tilde{u}|_{G_n^0}$. 另外, 在 G_n 上(7) 式满足边界条件 $\tilde{u}|_{G_n^0}$ 的解记为 \tilde{u}_n , 则

$$\begin{aligned} \|u - u_n\|_{L^2(G_n)} &\leq \|u - \tilde{u}\|_{L^2(G_n)} + \|\tilde{u} - \tilde{u}_n^i\|_{L^2(G_n)} + \|\tilde{u}_n^i - \tilde{u}_n\|_{L^2(G_n)} + \|\tilde{u}_n - u_n\|_{L^2(G_n)}. \end{aligned} \quad (8)$$

假设 $\partial\Omega$ 是光滑的,对(8)式右边进行误差估计.由文献[7]中定理 8.12 及 Poincare 不等式得

$$\|\omega\|_{L^2(\Omega)} \leq \sqrt{\frac{|\Omega|}{\pi}} \|\omega\|_{H^1(\Omega)}.$$

因为在 ∂G_n 上 $\|\tilde{u}_i^n - \tilde{u}_n\| = 0$,再由 Poincare 不等式,定理 1 及(1)式得

$$\begin{aligned} \|\tilde{u}_i^n - \tilde{u}_n\|_{L^2(G_n)} &\leq \sqrt{\frac{|G_n|}{\pi}} \|\tilde{u}_i^n - \tilde{u}_n\|_{H^1(\Omega)} \leq \\ \sqrt{\frac{|\Omega|}{\pi}} \|\tilde{u}_i^n - \tilde{u}_n\|_{1,G_n} &\leq \sqrt{\frac{|\Omega|}{\pi}} \varepsilon \|\tilde{u}\|_{H^2(\Omega)}. \end{aligned} \quad (9)$$

又因为 $C^2(\partial\Omega)$,由文献[7]中定理 9.30 知, $u, \tilde{u} \in C(\Omega)$.而 $u - \tilde{u}$ 是调和函数,因此 $\|u - \tilde{u}\|_{\infty,\Omega} \leq \|u - \tilde{u}\|_{\infty,\partial\Omega} \leq \varepsilon$,则

$$\|u - \tilde{u}\|_{L^2(G_n)} \leq \|u - \tilde{u}\|_{L^2(\Omega)} \leq \sqrt{|\Omega|} \varepsilon. \quad (10)$$

由 \tilde{u}_n 和 u_n 的定义及 $\|u - \tilde{u}\|_{\infty,\Omega} \leq \varepsilon$,对任意的 n ,有 $\|\tilde{u}_n - u_n\|_{\infty,\partial G_n} \leq 2\varepsilon$.再由引理 2 得 $\|\tilde{u}_n - u_n\|_{\infty,G_n} \leq 2\varepsilon$,因此

$$\|\tilde{u}_n - u_n\|_{L^2(G_n)} \leq 2\varepsilon \sqrt{|\Omega|}. \quad (11)$$

其中 n 足够大.最后,由 $\tilde{u} \in H^2(\Omega)$ ^[1] 得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|\tilde{u} - \tilde{u}_i^n\|_{L^2(G_n)} = 0. \quad (12)$$

结合(8)~(12)式知定理 2 成立.

参考文献:

- [1] Cai Z. On the finite volume element method[J]. Numer Math,1991,58:713-735.
- [2] Cai Z, Manded J, McCormick S. The finite volume element method for diffusion equations on general triangulations[J]. SIAMT Numer Anal,1991,28:392-402.
- [3] Bank R, Dand Rose D J. Some error estimates for the box method[J]. SIAMJ Numer Anal,1987,24:777-787.
- [4] Dubejko T. Discrete solutions of Dirichlet problem, finite volumes, and circle pack - Ings [J]. Disrete Comput Geom,1999,22:19-39.
- [5] Schramm O. Circle patterns with the combinatorics of the square grid[J]. Duke Math J,1997,86:347-389.
- [6] Adams R A. Sobolev spaces[M]. New York: Academic Press,1975.
- [7] Gilbarg D, Trudinger N S. Elliptic partial differential equations of second order [M]. New York: Zndedn, Springer-Verlag,1983.

(责任编辑:尹 闯)

我国科研人员攻破木基复合材料易燃发烟难题

传统的木材复合加工产品,由于木基易燃冒烟、甲醛污染、室外耐候性差、易开裂和木材资源综合利用程度不高,存在安全隐患、健康环保和产品附加值不高等方面的问题。最近,我国科研人员以 NCIADH 不燃胶黏剂制备技术、NSCFR 阻燃剂制备技术、无烟不燃木基复合材料增强阻燃层制备等技术成果为基础,分别成功研发出具有不同功能的无烟不燃家具装饰木基复合材、地板木基复合材、墙体木基复合材和结构工程用木基复合材。其中,NSCFR 高效阻燃剂是以在国内外首次发现和利用的一种具有高效阻燃抑烟性能的无机矿物质为主要成分,经超细化后,与钨酸锌等微纳米级具有催化抑烟杀菌减毒功能的组分进行复配,产生高效协同效应;NCIADH 不燃胶黏剂制备技术,实现了木基复合材料具有阻燃、无甲醛释放、耐水、抗潮湿和高胶合强度等特性;木基复合材料增强阻燃层制备技术,是以木竹材料、农作物剩余物与无机矿石为主要原料,加入不燃胶黏剂,并辅以适量阻燃剂。科研人员根据原料的结构形态特性和产品应用特点进行结构设计,优化形成粉末、刨花、纤维、网状 4 种坯体结构,采用模压冷固化技术,制备出在 1000℃明火下 5h 内高阻燃抑烟性能的结构单元,实现后续生产的规格化、标准化和模块化。该项技术解决了长期困扰木材工业中木材与无机材料界面不相融合的技术难题,首次研发出木基复合材料增强阻燃层制备技术,具有重大技术创新,产业化程度高,整体达到国际先进水平,从根本上解决了木基复合材料易燃发烟、甲醛污染等危害人居环境安全的国际性难题,实现了木材加工领域的重大科技创新与突破。

(据科学网)