

# 含左手材料四层平板波导的模式特性\*

## Mode Characteristics in a Four-layer Slab Waveguide with the Left-handed Material

吴美燕<sup>1</sup>, 罗砚浓<sup>1</sup>, 欧梅莲<sup>1</sup>, 卢强华<sup>1</sup>, 韦以明<sup>1</sup>, 高英俊<sup>1,2\*\*</sup>

WU Mei-yan<sup>1</sup>, LUO Yan-nong<sup>1</sup>, OU Mei-lian<sup>1</sup>, LU Qiang-hua<sup>1</sup>, WEI Yi-ming<sup>1</sup>, GAO Ying-jun<sup>1,2</sup>

(1. 广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004; 2. 广西大学广西有色金属及特色材料加工重点实验室, 广西南宁 530004)

(1. College of Physical Science and Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China; 2. Guangxi Key Laboratory for Non-Ferrous Metal and Featured Materials, Nanning, Guangxi, 530004, China)

**摘要:**【目的】研究一个中间两层为左手材料, 覆盖层和衬底层为右手材料的四层平板波导(RHM-LHM-LHM-RHM)系统。【方法】用数值计算波导的色散曲线, 画出不同模式的电场分布图。【结果】该波导存在  $TE_0$  模和  $TM_0$  模, 高阶模式的 TE 模和 TM 模会出现双模现象, 在特定的波导层厚度下,  $TE_m$  模和  $TM_m$  模的有效折射率相同。缓冲层的厚度和介电常数越大, TM 模的双模现象越显著。模系数  $m$  为奇数或偶数的电场分布图相似, 但波导层厚度越大, 其电场振荡越强, 而缓冲层的电场振荡基本不变。【结论】通过控制左手材料的介质参数可以灵活改变波导的模式特性。

**关键词:** 平板波导 左手材料 转移矩阵法 模式本征方程

中图分类号: TG111.2 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2015)01-0099-05

**Abstract:** 【Objective】The guided modes are studied in a four-layer left-handed material slab waveguide structure with two negative refractive materials inside and surrounded by two normal dielectrics. 【Methods】Universal dispersion curves are calculated numerically, and the transverse profile of TE mode and TM mode with different mode number are obtained. 【Results】The fundamental mode is exist in the proposed structure, mode-double-degeneracy appears for the high-order modes of TE mode and TM mode, and in the specific thickness of guided layer, the TE mode and TM mode in the same order have identical effective index. With the increase of buffer layer's thickness and permittivity, the mode-double-degeneracy of TM mode is more obvious. The transverse profiles are similar when the mode number  $m$  is odd or even. However, as the thickness of guided layer increases, the oscillating transverse profile is stronger in the waveguide, but is almost unchanged in the buffer layer. 【Conclusion】The mode characteristics of waveguide can be flexibly converted by controlling dielectric parameters of LHM.

**Key words:** slab waveguide, left-handed material, transfer matrix method, mode equation

DOI:10.13656/j.cnki.gxkx.20150126.008

### 0 引言

【研究意义】左手材料是介电常数和磁导率都为负数的材料, 也称为负折射率材料。1968 年最先在

收稿日期: 2014-11-20

修回日期: 2014-12-21

作者简介: 吴美燕(1989-), 女, 硕士研究生, 主要从事左手材料光波导方面的研究。

\* 国家自然科学基金项目(51161003, 50661001, 50061001), 广西自然科学基金项目(2012GXNSFDA053001), 广西大学广西有色金属及特色材料加工重点实验室开放基金项目(GXKJFJ12-01)资助。

\*\* 通讯作者: 高英俊(1962-), 男, 教授, 博士研究生导师, 主要从事新材料设计与计算机模拟实验研究, E-mail: gaoyj@gxu.edu.cn.

理论上被 Veselago<sup>[1]</sup> 预言,它能表现出反常的切伦科夫效应、逆多普勒效应、完美透镜等奇异性质<sup>[2,3]</sup>。近年来,Smith 等<sup>[4~6]</sup> 利用周期性排列的金属丝和开口环形谐振器实现了左手材料的制备,使得左手材料在光学、通信、功能材料等多个领域内引起研究人员的极大兴趣。【前人研究进展】与传统介质波导相比,含左手材料的平面波导具有很多新颖的特性,如基模消失、模式兼并、模式缺失等<sup>[7~13]</sup>。【本研究切入点】目前含左手材料的三层平板波导的相关研究已经有很多<sup>[7~11]</sup>,而对含左手材料四层平板波导的研究还很少<sup>[12~15]</sup>。本课题组已经对光子晶体和左手材料光波导的特性进行了很多的研究,并发表了多篇论文<sup>[10,16,17]</sup>。【拟解决的关键问题】以 RHM-LHM-LHM-RHM 结构的波导作为研究对象,推导四层平板波导的模式特征方程,采用数值法对其 TE 和 TM 模的模式特性及其有效折射率相同时的电场进行研究。

## 1 模型与方法

### 1.1 四层平板波导模型

含左手材料四层平板波导的结构示意图如图 1 所示,波导层和缓冲层为不同的左手材料,它们的厚度分别为  $h_1$  和  $h_2$ ,介电常数和磁导率分别为  $\epsilon_1, \mu_1$  和  $\epsilon_2, \mu_2$ ;覆盖层和衬底层为右手材料,介电常数和磁导率分别为  $\epsilon_3, \mu_3$  和  $\epsilon_4, \mu_4$ ,且  $\epsilon_4 = \epsilon_3, \mu_4 = \mu_3$ 。

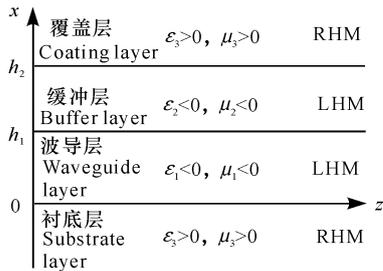


图 1 含左手材料四层平板波导

Fig. 1 A four-layer LHM waveguide

### 1.2 模式特征方程

平板波导中的电磁波受限于  $x$  方向,导波沿  $z$  方向传播,沿  $y$  方向无变化,相应的模场只是  $x$  的函数,与  $y$  无关。对于 TE 模,电场只有  $y$  分量,即  $E = E_y(x)$ ,且满足的波动方程为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)E_y(x) + \left(\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_i\mu_i - \frac{\omega^2}{c^2}N^2\right)E_y(x) = 0, \quad (1)$$

式中,  $\omega$  为光波的频率,  $c$  是光速,  $N$  是有效折射率。

为使电磁波能量主要集中在波导层中传播,在覆盖层和衬底层中的电磁场是衰减的,由波动方程可解得平板波导各层的电场分布为

$$E_y(x) = \begin{cases} Ae^{\alpha_3 x}, & x < 0, \\ Be^{ik_1 x} + Ce^{-ik_1 x}, & 0 < x < h_1, \\ De^{ik_2(x-h_1)} + Ee^{-ik_2(x-h_1)}, & h_1 < x < h_1 + h_2, \\ Fe^{-\alpha_3(x-h_1-h_2)}, & x > h_1 + h_2. \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $k_1 = \frac{\omega^2}{c^2}(\epsilon_1\mu_1 - N^2)^{\frac{1}{2}}, k_2 = \frac{\omega^2}{c^2}(\epsilon_2\mu_2 - N^2)^{\frac{1}{2}}$ ,

$\alpha_3 = \alpha_4 = \frac{\omega^2}{c^2}(N^2 - \epsilon_3\mu_3)^{\frac{1}{2}}$ ,  $\alpha_3, \alpha_4$  分别是覆盖层和衬底层的衰减系数,  $k_1, k_2$  分别是中间两层左手材料的横向波数。

采用转移矩阵理论<sup>[15]</sup>可推导出四层平板波导的模式特征方程。由于  $\alpha_4 = \alpha_3$ ,则 TE 波的矩阵形式的模式特征方程为

$$k_1 h_1 = m\pi + \arctan\left(\frac{\mu_1 \alpha_3}{\mu_3 k_1}\right) + \arctan\left(\frac{\mu_1}{k_1} p_{TE}\right), \quad (3)$$

式中,  $p_{TE} = \frac{\mu_2}{k_2} \tan\left[\arctan\left(\frac{\mu_2 \alpha_3}{\mu_3 k_2}\right) - k_2 h_2\right]$ , 模系数  $m$  为整数。

同理可得四层平板波导 TM 模的模式特征方程为

$$k_1 h_1 = m\pi + \arctan\left(\frac{\epsilon_1 \alpha_3}{\epsilon_3 k_1}\right) + \arctan\left(\frac{\epsilon_1}{k_1} p_{TM}\right), \quad (4)$$

式中,  $p_{TM} = \frac{\epsilon_2}{k_2} \tan\left[\arctan\left(\frac{\epsilon_2 \alpha_3}{\epsilon_3 k_2}\right) - k_2 h_2\right]$ 。

## 2 结果与分析

### 2.1 TE 和 TM 模的模式色散曲线

由模式特征方程式(3)和式(4)可得到该四层平板波导的 TE、TM 模的色散曲线如图 2 所示。取  $\epsilon_1 = -9, \epsilon_2 = -2.5, \epsilon_3 = \epsilon_4 = 1, \mu_1 = -1, \mu_2 = -3, \mu_3 = \mu_4 = 1, h_2 = 80\text{nm}$ 。

由图 2 可知,波导层的厚度  $h_1$  越大,波导能传输的模式就会越多。在很小的  $h_1$  范围内,TE 模和 TM 模都存在基模,但不能和其它高阶的模式共存,这表明在左手材料中存在一个带通特性的波。对于  $m > 0$  的高阶模式,TE 模和 TM 模都会出现双模现象,而对于  $m > 0$  的同一阶模式,在特定的波导层厚度下,TE<sub>m</sub> 模和 TM<sub>m</sub> 模的有效折射率相同,这可以用来实现一些偏振不敏感的器件。每个模式交点的低有效折射率处(a、c、e、g)和高有效折射率处(b、d、f、h)对应的有效折射率值都一样,分别为  $N = 1.14762$  和  $N = 2.103125$ 。含左手材料的平板波导出现这些奇特的模式特性,是由于波导层和缓冲层的介电常数和磁导率都取负值,相应的折射率也取负值,从而使各类模式特征方程的解发生明显的变化。

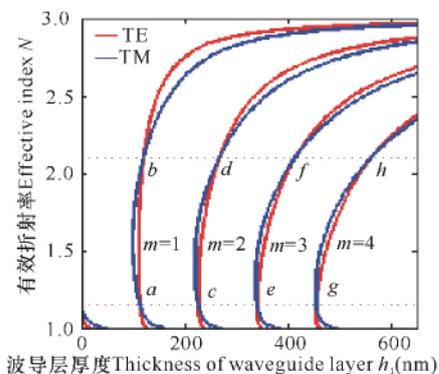


图2 左手材料波导的色散曲线

Fig. 2 Dispersion curves for a four-layer LHM waveguide

### 2.2 缓冲层的厚度对振荡导模的影响

图 3a、3b 分别讨论缓冲层的厚度  $h_2$  对导模的影响。由图 3a 可知,对于基模,当波导层厚度  $h_1$  相同时,  $TM_0$  模有效折射率始终大于  $TE_0$  模,当  $h_2$  相同时,  $TM_0$  模有效折射率的变化范围更大,并且  $h_2$  增大,模式的色散曲线会往左移动,  $TE_0$  模和  $TM_0$  模的有效折射率的变化范围也都会减小。由图 3b 可知,对于  $m > 0$  的模式,  $h_2$  增大,模式的色散曲线不仅往左移,且 TM 模存在双模的区域更广,同阶的 TE 模和 TM 模交点的低有效折射率值越来越小,而高有效折射率值越来越大。比较图 3a 和图 3b 可以看出,  $h_2$  的变化对 TM 模的影响比 TE 模更大。

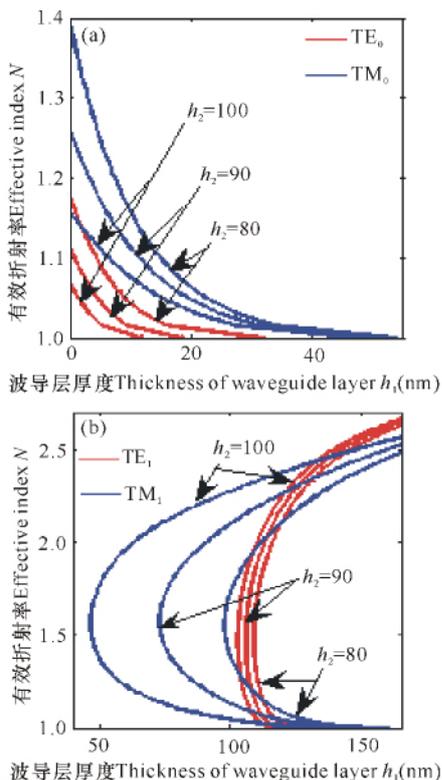


图3 缓冲层的厚度 ( $h_2$ ) 对 TE 和 TM 模的影响

Fig. 3 Effect of buffer layer's thickness ( $h_2$ ) on TE and TM modes

### 2.3 缓冲层的介电常数和磁导率对振荡导模的影响

图 4a、4b 分别讨论缓冲层的介电常数  $\epsilon_2$  对 TE 和 TM 模的影响。由图 4a、4b 可知:缓冲层的磁导率  $\mu_2$  不变,随着介电常数  $\epsilon_2$  的增大,TE 和 TM 模的模式色散曲线都往左移,即向波导层厚度  $h_1$  小的方向移动。比较图 4a 和图 4b 可以看出,  $\epsilon_2$  对 TM 模的影响较 TE 模明显。图 5a、5b 分别探讨缓冲层的磁导率  $\mu_2$  对 TE 和 TM 模的影响。  $\epsilon_2$  不变,随着  $\mu_2$  的增大,TE 和 TM 模的色散曲线也往左移,此时 TE 模的影响较 TM 模明显。比较图 4 和图 5 可知,介电常数  $\epsilon_2$  的变化对 TM 模影响更大,而磁导率  $\mu_2$  的变化对 TE 模的影响更大。

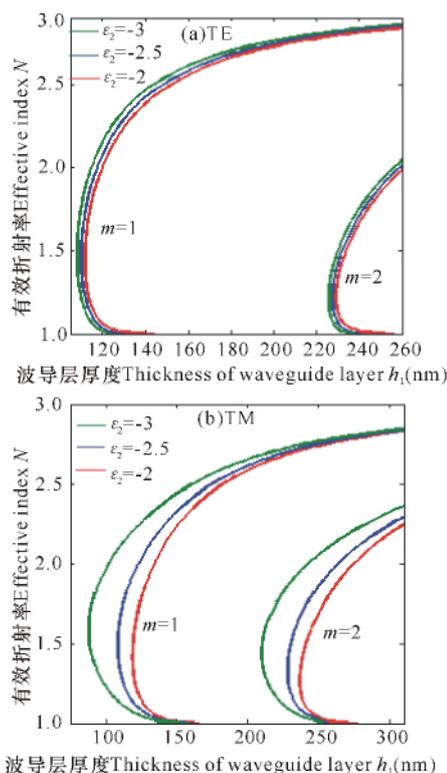


图4 缓冲层的介电常数 ( $\epsilon_2$ ) 对 TE 和 TM 模的影响

Fig. 4 Effect of buffer layer's permittivity ( $\epsilon_2$ ) on TE and TM modes

### 2.4 波导的电场分布图

根据图 2 中同阶的 TE 模和 TM 模 8 个交点 (a~h),绘制各点处相应的电场分布,如图 6 所示,其中图 6a、6c、6e、6g 的有效折射率为  $N = 1.10257$ ,图 6b、6d、6f、6h 的有效折射率为  $N = 2.25597$ 。由电场分布图可以看出,电场在覆盖层和衬底层都是衰减的,在波导层和缓冲层中是振荡的。同阶模式,有效折射率越高,对应的衰减系数越大,所以覆盖层和衰减层高有效折射率比低有效折射率衰减得更快。有效折射率相等的不同阶模式,模式系数  $m$  为奇数或偶数的振荡形式相同,波导层厚度  $h_1$  越大,波导层的电

场振荡越强,而缓冲层振荡情况几乎不变,这是由于有效折射率相等时,覆盖层和衬底层的衰减系数相同。

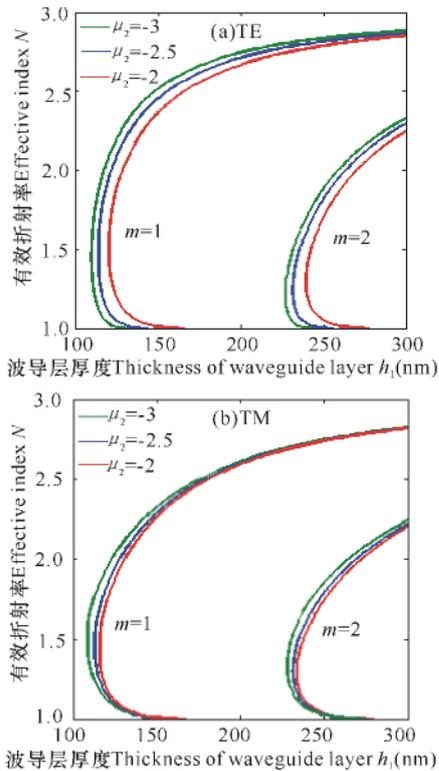


图 5 缓冲层的磁导率 ( $\mu_2$ ) 对 TE 和 TM 模的影响

Fig. 5 Effect of buffer layer's permeability ( $\mu_2$ ) on TE and TM modes

### 3 结论

本文研究 RHM-LHM-LHM-RHM 四层平板波导的模式特性,讨论了波导层的厚度、介电常数和磁导率对导模的影响,分析了 TE 和 TM 模交点的电场分布图,得出如下结论:

(1)该平板波导存在  $TE_0$  模和  $TM_0$  模,但不能和其它高阶模式共存,且基模的有效折射率会随着波导层厚度  $h_1$  的增大而减小,对于  $m > 0$  的高阶模式,TE 模和 TM 模都存在双模现象,且在某两个特定波导层厚度,同阶的 TE 模和 TM 模的有效折射率相同,这可以用来实现一些偏振不敏感的器件。

(2)对于同阶模式,随着缓冲层的厚度、介电常数以及磁导率的增大,模式的色散曲线会往左移动。 $m > 0$  的高阶模式,缓冲层厚度越大,TM 模存在双模的区域更广。

(3)对于存在双模现象的同阶模式,有效折射率越大,电场在覆盖层和衬底层衰减得越快;对于不同阶的模式,模系数  $m$  为奇数或偶数的电场分布相似,波导层厚度越大,其电场振荡越激烈,而缓冲层振荡

情况基本不变。

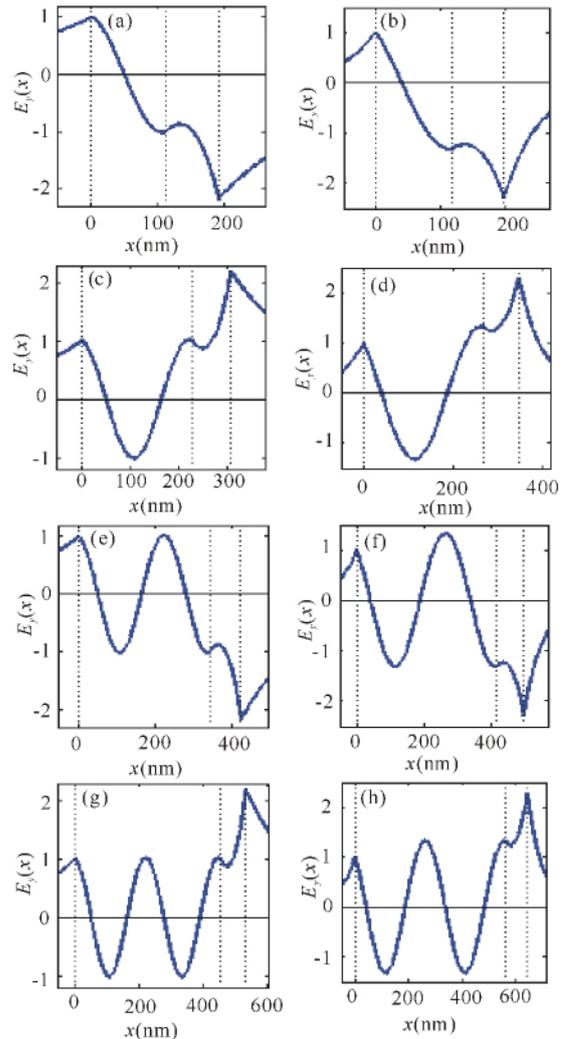


图 6 与图 2 中 a~h TE、TM 模 6 个交点对应导模的电场分布

Fig. 6 The transverse profiles of the guided modes corresponding to the six intersections a~h on TE and TM mode in Fig. 2

(a)  $m = 1, h_1 = 112.611265 \text{ nm}$ ; (b)  $m = 1, h_1 = 119.34636 \text{ nm}$ ; (c)  $m = 2, h_1 = 226.76048 \text{ nm}$ ; (d)  $m = 2, h_1 = 267.242 \text{ nm}$ ; (e)  $m = 3, h_1 = 340.90969 \text{ nm}$ ; (f)  $m = 3, h_1 = 415.13766 \text{ nm}$ ; (g)  $m = 4, h_1 = 455.058816 \text{ nm}$ ; (h)  $m = 4, h_1 = 563.033334 \text{ nm}$ .

#### 参考文献:

- [1] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$  [J]. Soviet Physics Uspekhi, 1968, 10(4): 509-514.
- [2] Chen J, Wang Y, Jia B, et al. Observation of the inverse Doppler effect in negative-index materials at optical frequencies[J]. Nature Photonics, 2011, 5(4): 239-245.
- [3] Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens [J]. Physical Review Letters, 2000, 85(18): 3966-3969.

- [4] Smith D R, Padolla W J, Vier D C, et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. *Physical Review Letters*, 2000, 84 (18): 4184-4187.
- [5] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Magnetism from conductors and enhance nonlinear phenomena[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1999, 47(11):2075-2084.
- [6] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Low frequency plasmons in thin-wire structures[J]. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 1998, 10(22):4785.
- [7] He Y, Cao Z Q, Shen Q S. Guided optical modes in asymmetrically left-handed waveguides[J]. *Opt Comm*, 2005, 245(2):125-135.
- [8] Shadrivov I V, Sukhorukov A A, Kivshar Y S. Guided modes in negative -refractive -index waveguides [J]. *Physical Review E*, 2003, 67(5):57602.
- [9] 张玲芬. 不对称左手介质平板波导模式特性分析[J]. *大学物理*, 2007, 26(1):26-28.  
Zhang L F. Mode dispersion properties in asymmetric left-handed waveguides [J]. *College Physics*, 2007, 26(1):26-28.
- [10] 许江勇, 段国华, 张卫龙, 等. Metal-LHM-Metal 三层对称平板波导的传输特性研究[J]. *广西科学*, 2012, 19(3):236-238.  
Xu J Y, Duan G H, Zhang W L, et al. Propagation properties of waveguide in three-layer symmetric slab made of Metal -LHM -Metal [J]. *Guangxi Sciences*, 2012, 19(3):236-238.
- [11] 陈宪锋, 沈小明, 蒋美萍, 等. 对称单负介质包层平面波导的模式特征[J]. *物理学报*, 2008, 57(6):3578-3582.  
Chen X F, Shen X M, Jiang M P, et al. The mode characteristics of symmetrical slab waveguide with single-negative -material cladding [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(6):3578-3582.
- [12] Taya S A, El-Farram E J, Abadla M M. Symmetric multilayer slab waveguide structure with a negative index material: TM case [J]. *Optik*, 2012, 123: 2264-2268.
- [13] 张静, 何英, 李春芳, 等. 包含左手材料的四层平板波导中的光导模[J]. *光学学报*, 2009, 29(10):2673-2680.  
Zhang J, He Y, Li C F, et al. Guided modes in a four-layer slab waveguide with the LHM core[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(10):2673-2680.
- [14] Marques R, Baeba J. Effect of losses and dispersion on the focusing properties of left-handed media[J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2004, 41(4):290-294.
- [15] 曹庄琪. 导波光学[M]. 北京: 科学出版社, 2007.  
Cao Z Q. *Waveguide Optics*[M]. Beijing: Science Press, 2007.
- [16] 段国华, 许江勇, 陈皓天, 等. 左手材料上表面等离子体激元的研究[J]. *广西科学*, 2012, 19(1):53-56.  
Duan G H, Xu J Y, Chen H T, et al. Study of surface plasmon polaritons on left-handed material[J]. *Guangxi Sciences*, 2012, 19(1):53-56.
- [17] 高英俊, 袁龙乐, 刘瑶, 等. 不同温度晶界位错湮没过程的晶体相场模拟[J]. *广西科学*, 2014, 21(3):203-208.  
Gao Y J, Yuan L L, Liu Y, et al. Phase field crystal simulation of dislocation annihilation at different temperature[J]. *Guangxi Sciences*, 2014, 21(3):203-208.

(责任编辑: 陈小玲)