

## 基于非对称作用的二维优化速度改进模型\*

# Improved Two-Dimensional Optimal Velocity Model Based on Asymmetric Interaction

田欢欢<sup>1,2</sup>, 董力耘<sup>2</sup>, 薛郁<sup>2,3\*\*</sup>

TIAN Huan-huan<sup>1,2</sup>, DONG Li-yun<sup>2</sup>, XUE Yu<sup>2,3</sup>

(1. 玉林师范学院物理科学与工程技术学院, 广西玉林 537000; 2. 上海大学上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072; 3. 广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004)

(1. College of Physical Science and Engineering, Yulin Normal University, Yulin, Guangxi, 537000, China; 2. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai, 200072, China; 3. College of Physical Science and Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

**摘要:**【目的】通过分析行人流非对称作用的二维优化速度改进模型的稳定性, 探讨行人交通流拥堵的临界行为。【方法】在二维优化速度模型基础上, 用非对称作用力函数形式代替原来的对称力函数, 并考虑后方行人的作用强度, 提出一个改进的二维优化速度模型。【结果】通过线性稳定性分析得出沿  $\varphi = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$  方向传播的横波模式和纵波模式的稳定性条件, 以及改进后的模型相图。在扰动波沿  $x$  轴传播的情况下, 行人流的稳定性与敏感性系数  $a$ 、行人间的距离  $r$  以及后方行人的作用强度  $\lambda$  同时相关; 在其它情况下, 稳定性条件都只与行人间的距离  $r$  有关。改进的模型中沿着  $x$  轴方向传播的纵波模式的临界曲线沿着  $r$  轴向左移动, 且临界曲线下方的区域变得更小; 而沿着  $x$  轴方向传播的横波模式的临界曲线沿着  $r$  轴向右移动, 且临界曲线下方的区域变大。【结论】后方行人的作用强度对行人交通拥堵有较大的影响。

**关键词:** 行人流 优化速度模型 行人交通拥堵

**中图分类号:** TP301.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2015)04-0357-05

**Abstract:**【Objective】The critical behavior of congestion of pedestrian traffic is explored by analyzing the stability of two-dimensional optimal velocity model with the asymmetrical force.

【Methods】Based on the two-dimensional optimal velocity model, an improved optimal velocity model is proposed by applying the asymmetrical force in the place of the symmetrical force and introducing the interaction with following pedestrians. 【Results】The stability conditions of the transverse mode and longitudinal mode along the direction of  $\varphi = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$  are obtained

by linear stability analysis, and the related phase diagrams are given. When the perturbation travels along the  $x$  axis, the stability condition of pedestrian flow is influenced by the sensitivity  $a$ , the distance  $r$  among pedestrians and the intensity  $\lambda$  of interaction with the following pedestrians. But in the other cases, the stability conditions are only influenced by the distance  $r$ . The critical curve of longitudinal mode which travels along the  $x$  axis moves leftward along the  $r$ -axis

收稿日期: 2015-05-27

修回日期: 2015-06-18

作者简介: 田欢欢(1983-), 男, 博士, 讲师, 主要从事交通流动力学研究。

\* 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2012CB725404), 国家自然科学基金项目(11162019, 11262003), 广西自然科学基金青年项目(2014GXNSFBA118019, 2013GXNSFBA019014)和玉林师范学院科研项目(2013YJZD01)资助。

\*\* 通讯作者: 薛郁(1963-), 男, 博士生导师, 教授, 主要从事交通流动力学研究, E-mail: yuxuegu@gxu.edu.cn.

and the regions below the critical curve becomes small. But the critical curve of transverse mode which travels along the  $x$  axis moves rightward along the  $r$ -axis and the regions below the critical curve becomes large. **【Conclusion】**It is found that the intensity  $\lambda$  of interaction with the following pedestrians has great effect on congestion of pedestrian traffic.

**Key words:** pedestrian flow, optimal velocity model, congestion of pedestrian traffic

## 0 引言

**【研究意义】**当前社会经济的快速发展,人们聚集的场所越来越多,例如大型超市、广场、电影院、戏剧院、体育馆等场所。但在这种有限的人群聚集场所中,隐藏着各种安全隐患。在突发事件中,行人由于恐慌、愤怒、兴奋导致情绪激动或失去理智时,极容易发生拥挤踩踏事故,危及生命。因此,研究行人交通的稳定性有着重要的现实意义。**【前人研究进展】**从微观角度来看,可把行人和车辆当作“自驱动粒子”处理,因此,行人流与车辆交通流具有相似的动力学行为,可借鉴车辆交通流的理论来研究行人流。如借鉴车辆交通流理论中的优化速度(optimal velocity, OV)模型的基本思想:司机根据与其它车辆间的间距来调整其驾驶车辆的行驶速度。2002年, Sugiyama等<sup>[1]</sup>提出了二维OV模型,数值模拟研究了双向行人流中的跟随现象和排斥现象。2005年, Nakayama等<sup>[2]</sup>将车辆交通流中OV模型推广,提出了新的二维OV模型。该模型的基本思想是将行人都看作完全相同的粒子,这些粒子在二维空间内运动,在运动过程中每个粒子根据与其它粒子的间距来调整运动速度。2008年, Nakayama等<sup>[3]</sup>进一步分析了二维OV模型在偏振模式下的稳定性条件。2010年, Nakayama<sup>[4]</sup>通过二维OV模型数值模拟出迂曲运动(meandering motion),并给出线性稳定性分析。Li等<sup>[5]</sup>引入了行人的占地空间及避免碰撞条件。Zhao等<sup>[6]</sup>通过信息诱导发现考虑速度差有助于本身处于非稳定状态的行人流提高稳定性。Kuang等<sup>[7,8]</sup>基于单向高密度行人流实验的观测结果,考虑行人相互作用力(吸引力和排斥力)之间的差异,引入新的相互作用力函数,提出了描述单向密集人群的行人流优化速度模型,再现了试验中密集人群的时停时走现象。但是该研究针对单列单向行人的运动,类似于单车道车流。

Nakayama等<sup>[2]</sup>提出的二维OV模型的动力学方程描述如下:

$$\frac{d^2 x_j(t)}{dt^2} = a \left[ \mathbf{V}_0 + \sum_k \mathbf{F}(x_k(t) - x_j(t)) \right] - \frac{dx_j(t)}{dt}, \quad (1)$$

式中粗体符号表示二维矢量,  $x_j(t) = (x_j(t), y_j(t))$  和  $x_k(t) = (x_k(t), y_k(t))$  分别表示行人  $j$  和行人  $k$  的位置;  $\mathbf{V}_0$  是常矢量,表示行人的期望速度,即如果某个行人周围没有其他行人时,他将会以期望速度前进。函数  $\mathbf{F}$  表示不同行人间的相互作用力,其具体形式如下:

$$\mathbf{F}(x_k - x_j) = f(r_{kj})(1 + \cos\varphi) \mathbf{n}_{kj}, \quad (2)$$

$$f(r_{kj}) = a[\tanh\beta(r_{kj} - b) + c], \quad (3)$$

其中,  $r_{kj} = |x_k - x_j|$ ,  $\cos\varphi = (x_k - x_j)/r_{kj}$ ,  $\mathbf{n}_{kj} = (x_k - x_j)/r_{kj}$ 。从式(2)可以看出,行人之间作用力的大小由行人间的距离  $r_{kj}$  及矢量  $(x_k - x_j)$  与  $\mathbf{V}_0$  间的夹角  $\varphi$  决定;当  $f(r_{kj}) < 0$  时,行人之间的作用力为排斥力,当  $f(r_{kj}) > 0$  时,行人之间的作用力为吸引力。从行人间相互作用力函数式(3)可以得出,在该模型中,行人间相互作用力函数选取的是  $\tanh$  类型的函数,该类型函数的最大特征是其一阶导数曲线关于拐点对称,表明行人在运动过程中,加速和减速是对称的,即行人间所受的吸引力和排斥力是对称的,它不能很好地反映行人根据周围环境因素调节其自身运动状态的灵活程度。而在实际观测到的现象中,行人相互作用力(吸引力和排斥力)之间存在着差异,特别是在密集人群中,为了避免与前方行人发生碰撞及推挤,行人更愿意减速移动<sup>[9]</sup>,这与车辆交通流中司机的反应行为<sup>[10,11]</sup>类似。 $(1 + \cos\varphi)$  这一项表示行人间相互作用的各向异性,即前方行人的作用比后方的强。**【本研究切入点】**在 Nakayama等<sup>[2]</sup>的模型中,完全忽略了正后方( $\varphi = -\pi$ )行人的作用,在实际中,当与正后方行人的间距较小时,正后方行人的排斥作用较强,往往能使行人失去平衡而跌倒,进而造成踩踏事故,因此不能忽视。**【拟解决的关键问题】**选取 Kuang等<sup>[7,8]</sup>所采用的相互作用力函数形式来描述行人流运动中的非对称效应,引入后方行人的作用强度,通过理论分析及数值模拟探讨后方行人的作用强度对行人运动的影响。

## 1 模型建立

为了描述行人流运动过程中行人间相互作用力的非对称特性,并考虑后方行人的作用效果,尤其是正后方行人的作用,我们选取如下形式的相互作用力

函数:

$$\mathbf{F}(x_k - x_j) = f(r_{kj})\omega(\varphi) \mathbf{n}_{kj}, \quad (4)$$

其中  $f(r_{kj})$  选取 Kuang 等<sup>[7,8]</sup>所采用的函数形式:

$$f(r_{kj}) = \alpha \left[ \frac{r_{kj}^n}{r_{kj}^n + d^n} + \delta \right], \quad (5)$$

其中  $\alpha, \delta, n$  和  $d$  是常数, 其值分别取  $\alpha = 0.55, n = 3, d = 1.0, \delta = -0.9$ 。

采用上述的函数形式, 满足如下性质:  $f(r_{kj})$  随着行人之间的间距  $r_{kj}$  的增加而单调增加, 且有上界。行人之间的间距超过其心理空间  $r_0$  (表示行人保持自己舒适行走的最小空间, 且满足  $f(r_0) = 0$ ) 时, 即  $r_{kj} > r_0$  时, 行人受到吸引力作用, 其作用强度会随着间距的增加而逐渐增大, 当行人的运动达到期望速度时, 吸引力的大小将不再随间距变化; 当  $r_{kj} < r_0$  时,  $f(r_{kj})$  随着行人之间的间距  $r_{kj}$  的减少会快速递减。这是因为当  $r_{kj} < r_0$  时, 为了避免与其他行人发生碰撞, 行人的心理会发生突变, 行人会迅速减速, 表明在这种情况下行人之间存在一个较强的排斥力。

借鉴 Johansson 等<sup>[12]</sup>通过对视频数据的提取, 得出周围行人对当前行人的影响的角度关系,  $\omega(\varphi)$  取如下形式:

$$\omega(\varphi) = 2\lambda + (1 - \lambda)(1 + \cos(\varphi)). \quad (6)$$

当  $\lambda = 0$  时, 与 Nakayama 等<sup>[2]</sup>的模型一致。

## 2 稳定性分析

采用线性稳定性理论来分析该模型, 为了方便, 假设  $\mathbf{V}_0 = (V_0, 0)$ , 即行人向正  $x$  轴方向移动, 并做如下的替换:  $t \rightarrow t/a, V_0 \rightarrow aV_0, F \rightarrow aF$ , 则式(1)变为

$$\frac{d^2 x_j(t)}{dt^2} = \mathbf{V}_0 + \sum_k \mathbf{F}(x_k(t) - x_j(t)) - \frac{dx_j(t)}{dt}. \quad (7)$$

对于初始分布均匀的行人流, 即最近邻邻居间的间距相同。方程(7)的稳态解为

$$x_j = \mathbf{X}_j + \mathbf{v}, \quad (8)$$

$$v_x = V_0 + \sum_k F_x(X_k - X_j, Y_k - Y_j),$$

$$v_y = \sum_k F_y(X_k - X_j, Y_k - Y_j), \quad (9)$$

其中  $\mathbf{X}_j = (X_j, Y_j)$  是常矢量, 表示行人的初始位置,  $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$  是常矢量, 表示行人的移动速度。

假设有一小扰动  $x_j(t)$ , 使行人运动偏离上述的稳定状态, 则

$$x'_j = \mathbf{X}_j + \mathbf{v} + x_j, \quad (10)$$

即

$$x'_j = X_j + v_x t + x_j, \quad (11)$$

$$y'_j = Y_j + v_y t + y_j,$$

对式(7)进行 Taylor 展开, 忽略高阶项, 得到以下的线性方程:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_j}{dt^2} &= \sum_k [A_{kj}(x_k - x_j) + B_{kj}(y_k - y_j)] - \frac{d}{dt} x_j, \\ \frac{d^2 y_j}{dt^2} &= \sum_k [C_{kj}(x_k - x_j) + D_{kj}(y_k - y_j)] - \frac{d}{dt} y_j, \end{aligned} \quad (12)$$

其中, 参数  $A_{kj}, B_{kj}, C_{kj}, D_{kj}$  分别如下:

$$\begin{aligned} A_{kj} &= \partial_x F_x(x, y) \big|_{x=X_k-X_j, y=Y_k-Y_j}, \\ B_{kj} &= \partial_y F_x(x, y) \big|_{x=X_k-X_j, y=Y_k-Y_j}, \\ C_{kj} &= \partial_x F_y(x, y) \big|_{x=X_k-X_j, y=Y_k-Y_j}, \\ D_{kj} &= \partial_y F_y(x, y) \big|_{x=X_k-X_j, y=Y_k-Y_j}, \end{aligned} \quad (13)$$

对于方程(12)通常有如下形式的解:

$$x_j = \epsilon_1 \exp[i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}] = \epsilon_1 \exp[i\omega t + i(kX_j + mY_j)], \quad (14)$$

$$x_j = \epsilon_2 \exp[i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}] = \epsilon_2 \exp[i\omega t + i(kX_j + mY_j)], \quad (15)$$

其中  $\mathbf{k} = (k, m)$  是常波矢量,  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$  是偏振矢量。根据方程(12)和方程(14), 可以得到:

$$-\epsilon_1 \omega^2 = \epsilon_1 \bar{A} + \epsilon_2 \bar{B} - i\epsilon_1 \omega, \quad (16)$$

$$-\epsilon_2 \omega^2 = \epsilon_1 \bar{C} + \epsilon_2 \bar{D} - i\epsilon_2 \omega, \quad (17)$$

其中,  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$  和  $\bar{D}$  分别为

$$\begin{aligned} \bar{A} &= 2(A_1 + A_3)[\cos(ks)\cos(mu) - 1] + 2A_5[\cos(2mu) - 1] + 2i(A_1 - A_3)\sin(ks)\cos(mu), \\ \bar{B} &= -2(B_1 - B_3)\sin(ks)\sin(mu) + 2i(B_1 + B_3)\cos(ks)\sin(mu), \\ \bar{C} &= -2(C_1 - C_3)\sin(ks)\sin(mu) + 2i[(C_1 + C_3)\cos(ks)\sin(mu) + C_5\sin(2mu)], \\ \bar{D} &= 2(D_1 + D_3)[\cos(ks)\cos(mu) - 1] + 2D_5[\cos(2mu) - 1] + 2i(D_1 - D_3)\sin(ks)\cos(mu), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\bar{B} = -2(B_1 - B_3)\sin(ks)\sin(mu) + 2i(B_1 + B_3)\cos(ks)\sin(mu), \quad (19)$$

$$\bar{C} = -2(C_1 - C_3)\sin(ks)\sin(mu) + 2i[(C_1 + C_3)\cos(ks)\sin(mu) + C_5\sin(2mu)], \quad (20)$$

$$\bar{D} = 2(D_1 + D_3)[\cos(ks)\cos(mu) - 1] + 2D_5[\cos(2mu) - 1] + 2i(D_1 - D_3)\sin(ks)\cos(mu), \quad (21)$$

上式中  $s = r\cos\frac{\pi}{6}, u = r\sin\frac{\pi}{6}, r$  是行人之间的间距。

均匀流的稳定性条件若满足方程(16)和(17)中的  $\omega(k, m)$  没有负虚部(情形一), 则得到纵波模式和横波模式下的稳定性条件如表 1 所示; 若采用参数:  $\alpha = 0.55, n = 3, d = 1.0, \delta = -0.9$  (情形二), 得到的稳定性条件如表 2 所示。

从表 2 中可以看出, 对于改进后的模型, 在扰动波沿  $x$  轴传播的情况下, 行人流的稳定性与敏感性系数  $a$ 、行人间的距离  $r$  以及后方行人的作用强度  $\lambda$  同

表 1 情形一下的稳定性条件

Table 1 Stability conditions under situation one

$\varphi$	纵波模式 Transverse mode	横波模式 Longitudinal mode
0	$a > \frac{(1-\lambda)^2}{1+\lambda} \cdot \frac{3[3f' + 2(f/r_{kj})]^2}{2[3f' + (f/r_{kj})]}$	$a > \frac{(1-\lambda)^2}{1+\lambda} \cdot \frac{3[f' + 2(f/r_{kj})]^2}{2[f' + 3(f/r_{kj})]}$
$\pi/6$	$f' + 3 \frac{f}{r_{kj}} > 0$	$3f' + \frac{f}{r_{kj}} > 0$
$\pi/3$	$3f' + \frac{f}{r_{kj}} > 0$	$f' + 3 \frac{f}{r_{kj}} > 0$
$\pi/2$	$\frac{1}{2}f' + \frac{3}{2}(\frac{f}{r_{kj}}) > 0$	$\frac{3}{2}f' + \frac{1}{2}(\frac{f}{r_{kj}}) > 0$ $-\frac{r_{kj}}{f}[f' + 2\frac{f}{r_{kj}}][f' + 4\frac{f}{r_{kj}}] > 0$

表 2 情形二下的稳定性条件

Table 2 Stability conditions under situation two

$\varphi$	纵波模式 Transverse mode	横波模式 Longitudinal mode
0	$a > \frac{(1-\lambda)^2}{1+\lambda} \cdot \frac{3[3f' + 2(f/r_{kj})]^2}{2[3f' + (f/r_{kj})]}$	$a > \frac{(1-\lambda)^2}{1+\lambda} \cdot \frac{3[f' + 2(f/r_{kj})]^2}{2[f' + 3(f/r_{kj})]}$
$\pi/6$	$r_{kj} > 1.293$	$r_{kj} > 0.479$
$\pi/3$	$r_{kj} > 0.479$	$r_{kj} > 1.293$
$\pi/2$	$r_{kj} > 1.293$	$r_{kj} > 2.08$

时相关;在其它的情况下,稳定性条件都只与行人间的距离  $r$  有关。与 Nakayama 等<sup>[2]</sup> 的模型的结果相比较,发现对于  $\varphi = \pi/3$  的纵波模式和  $\varphi = \pi/6$  的横波模式,行人流的稳定曲线沿着  $r$  减小的方向移动,亦即稳定区域增大了,同时非稳定区域缩小了。对于  $\varphi = \pi/6, \pi/3, \pi/2$  的其它几种情况,行人流的稳定曲线沿着  $r$  增大的方向移动,也就是稳定区域缩小了,同时非稳定区域增大了。

根据表 2 中的稳定性条件可得到  $\lambda = 0$  时的模型相图(图 1)。为了作比较,图 1a 中也给出 Nakayama 等<sup>[2]</sup> 模型的相图,其中,实线表示新模型的相图,虚线表示原模型的相图。在临界曲线下方区域,纵波和横波模式是不稳定的。在图 1a 中原模型的相图划分为 4 个区域,分别用 A、B、C、D 标识。在区域 A 纵波和横波模式都是稳定的;在区域 B,仅沿着  $x$  轴传播的横波模式不稳定;在区域 C,仅沿着  $x$  轴传播的纵波模式不稳定;但在区域 D,有些模式自发变得不稳定,仅通过线性稳定性分析还不能准确预测哪些模式变得不稳定,因此在区域 D 的稳定性需要进一步深入研究。

在图 1b 中新模型的相图划分为 6 个区域,分别用 A、B、C、D、E、F 标识。在区域 A 纵波和横波模式都是稳定的;在区域 B 和 E 中,仅沿着  $x$  轴传播的横波模式不稳定;在区域 C,仅沿着  $x$  轴传播的纵波模式不稳定;但在区域 D 和 F 的稳定性需要进一步深

入研究。通过比较图 1a 和 b 发现,原模型中的相区 B 在新模型中被分为 B 和 E 两个相区,而原模型中的相区 D 在新模型中被分为 D 和 F 两个相区。从图 1a 可以看出,改进后的模型中,沿着  $x$  轴传播的纵波模式的临界曲线沿着  $r$  轴向左移动,且临界曲线下方的区域变得更小;而沿着  $x$  轴传播的横波模式的临界曲线沿着  $r$  轴向右移动,且临界曲线下方的区域变大。

图 2 给出了  $\lambda$  分别取 0, 0.1, 0.3 和 0.5 时,沿  $x$  轴传播的纵波和横波模式的临界曲线变化情况。从图 2 可以看出,当  $\lambda$  增大时,两种模式的临界曲线都向下移动,即增强考虑后方行人的作用强度,两种模式的稳定性区域随之增大。

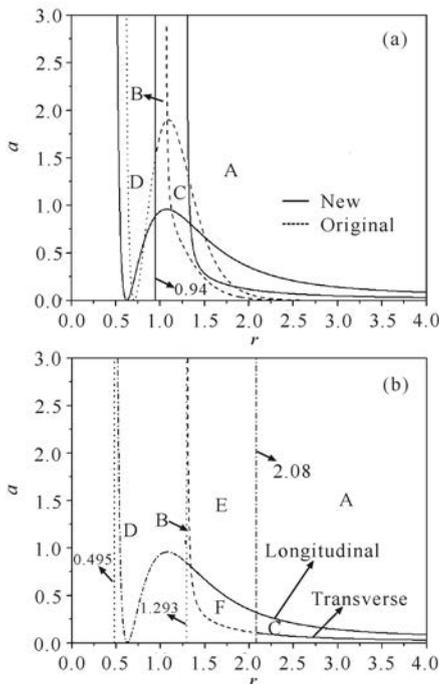


图 1 新旧模型比较相图(a)和  $\lambda = 0$  时新模型相图(b)

Fig.1 Comparison phase diagram of old model and the improved model(a) and the stability curves of the improved model(b)

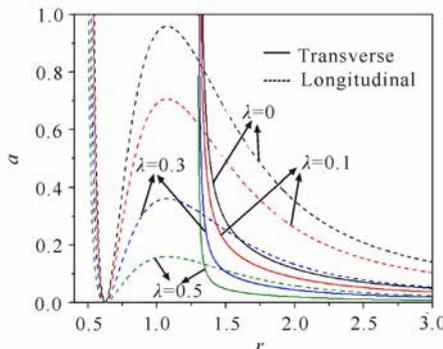


图 2  $\lambda$  取不同值时的临界曲线

Fig.2 The critical curves of the improved model for different value of  $\lambda$

### 3 结论

在 Nakayama 等<sup>[2]</sup>的二维 OV 模型基础上,用 Kuang 等<sup>[7,8]</sup>所采用的非对称作用力函数形式代替原来的对称作用力函数,并考虑后方行人的作用强度,通过线性稳定性分析得到沿  $\varphi = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$  传播的横波模式和纵波模式的稳定性条件,并得到模型的相图。

对于改进后的模型,在扰动波沿  $x$  轴传播的情况下,行人流的稳定性与敏感性系数  $a$ 、行人间的距离  $r$  以及后方行人的作用强度  $\lambda$  同时相关;在其它情况下,稳定性条件都只与行人间的距离  $r$  有关。与 Nakayama 等<sup>[2]</sup>的模型比较后发现:改进的模型中沿着  $x$  轴传播的纵波模式的临界曲线沿着  $r$  轴向左移动,且临界曲线下方的区域变得更小;而沿着  $x$  轴传播的横波模式的临界曲线沿着  $r$  轴向右移动,且临界曲线下方的区域变大。

当  $\lambda = 0$  时,改进模型的相图划分为 6 个区域:在区域 A 纵波和横波模式都是稳定的;在区域 B 和 E 中,仅沿着  $x$  轴传播的横波模式不稳定;在区域 C,仅沿着  $x$  轴传播的纵波模式不稳定;但在区域 D 和 F 的稳定性需要进一步深入研究。当  $\lambda \geq 0$  时, $\lambda$  增大,沿  $x$  轴传播的纵波和横波模式的临界曲线都向下移动,即两种模式的稳定性区域增加。

#### 参考文献:

[1] Sugiyama Y H K, Nakayama A. 2-Dimensional optimal velocity models for granular flow and pedestrian dynamics [C]//Schreckenderg M, Sharma S D. Pedestrian and Evacuation Dynamics 2001. Berlin Heidelberg: Springer, 2003:155-160.

[2] Nakayama A, Hasebe K, Sugiyama Y. Instability of pedestrian flow and phase structure in a two-dimensional optimal velocity model[J]. Physical Review E, 2005, 71: 036121.

[3] Nakayama A, Hasebe K, Sugiyama Y. Effect of attrac-

tive interaction on instability of pedestrian flow in a two-dimensional optimal velocity model[J]. Physical Review E, 2008, 77: 016105.

[4] Nakayama A. Meandering instability in two-dimensional optimal velocity model for collective motion of self-propelled particles [J]. Physical Review E, 2010, 82: 031123.

[5] Li H O, Zhao X M, Xie D F. Stability analysis of pedestrian flow and phase structure in the improved two-dimensional OV models [C]//Third International Joint Conference on Computational Science and Optimization (CSO 2010). Los Alamitos: IEEE Computer Society, 2010:161-165.

[6] Zhao X M, Xie D F, Li H O. Effect of traffic information on the stability pedestrian flow [J]. Physics Procedia, 2012, 24: 1052-1059.

[7] Kuang H, Cai M J, Li X L, et al. Asymmetric effect on single-file dense pedestrian flow [J]. International Journal of Modern Physics C, 2015, 26(6): 1550064.

[8] Kuang H, Fan Y H, Li X L, et al. Asymmetric effect and stop-and-go waves on single-file pedestrian dynamics [J]. Procedia Engineering, 2012, 31: 1060-1065.

[9] Schadschneider A, Klingsch W, Klüpfel H, et al. Evacuation dynamics: Empirical results, modeling and applications [M]//Meyers R A. Extreme Environmental Events. New York: Springer, 2011: 517-550.

[10] Helbing D, Tilch B. Generalized force model of traffic dynamics [J]. Phys Rev E, 1998, 58: 133-138.

[11] Treiber M, Hennecke A, Helbing D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations [J]. Phys Rev E, 2000, 62: 1805-1824.

[12] Johansson A, Helbing D, Shukla P K. Specification of the social force pedestrian model by evolutionary adjustment to video tracking data [J]. Adv Complex Syst, 2007, 10(s2): 271-288.

(责任编辑:陆 雁)