# 交通瓶颈处局域密度时间序列的长程相关性\* Long-range Correlation Analysis of Time Series at Traffic Bottleneck

贾丽斯<sup>1,2</sup>,盘 薇<sup>3</sup>,陈 栋<sup>4</sup>,薛 郁<sup>1\*\*</sup> JIA Lisi<sup>1,2</sup>,PAN Wei<sup>3</sup>,CHEN Dong<sup>4</sup>,XUE Yu<sup>1</sup>

(1.广西大学物理科学与工程技术学院,广西南宁 530004;2.广西大学行健文理学院,广西南宁 530005;3.香港城市大学建筑学及土木工程学系,香港;4.重庆大学自动化学院,重庆 400044)
 (1. College of Physical Science and Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China; 2. Xingjian College of Science and Liberal Arts, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530005, China; 3. Department of Architectural and Civil Engineering, City University of Hong Kong, Hong Kong, China; 4. College of Automation, Chongqing University, Chongqing, 400044, China)

摘要:【目的】为研究交通相的相关特性,对交通瓶颈处的交通数据作长程相关性分析。【方法】利用元胞自动机 建立含有局部缩减道路的三相交通流 KKW 模型,对交通瓶颈处 3 个交通相的流量、速度及密度的时间序列进 行研究:分别应用 R/S 分析方法和去趋势涨落分析(DFA)方法对交通瓶颈附近局域密度的时间序列作长程相 关性分析,并与交通流元胞自动机 NaSch 模型的长程相关性分析结果进行比较。【结果】交通同步流的局域密度 具有长程相关性,在自由流和宽运动堵塞时对应的局域密度时间序列具有长程反相关。而 NaSch 模型模拟的局 域密度序列无论是自由流还是交通拥堵都呈现长程反相关。【结论】交通瓶颈处呈现交通同步流,且交通同步流 具有长程相关性。

关键词:交通瓶颈 三相交通流 *R/S*分析 去趋势涨落分析(DFA) 长程相关性 中图分类号:U491 文献标识码:A 文章编号:1005-9164(2016)03-0216-07

Abstract: [Objective] The different phases of traffic are identified via performing the long-range correlation for traffic time series at traffic bottleneck. [Methods] Based on the Kerner-Klenov-Wolf (KKW) cellular automaton traffic model, a two-lane traffic model with partial reduced lane is proposed. The rescaled range analysis (R/S) method and detrended fluctuation analysis (DFA) method were performed for analyzing local density time series at traffic bottleneck. Moreover, NaSch traffic model was used to carry out similarity discussions. [Results] It is found that traffic synchronized flow emerges at a traffic bottleneck and has long-rang correlated char-

acteristics, where free-flow and wide moving jam have long-rang anti-correlation by simulation. The free-flow and wide moving jam reproduced by NaSch model have the long-rang anti-correlation characteristic, compared with the KKW model. **[Conclusion]** The traffic synchronized flow caused by traffic bottleneck has long-rang correlated characteristics.

Key words: traffic bottleneck, three phase traffic flow, R/S analysis, DFA analysis, correlation analysis

**收稿日期:**2016-03-15

修回日期:2016-05-10

作者简介:贾丽斯(1987一),女,助教,主要从事计算物理与交通 流动力学研究。

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金项目(11262003),广西自然科学基金项目 (20140593),广西研究生创新项目(YCSZ2012013)和广西大学行 健文理学院基金项目(2015ZKLX04)资助。

 <sup>\* \*</sup> 通讯作者:薛 郁(1963-),男,博士生导师,教授,主要从事 交通流动力学研究,E-mail:yuxuegxu@gxu.edu.cn。

# 0 引言

【研究意义】随着机动车辆的快速增加,交通拥堵 已成为社会的一大难题,制约了社会经济的发展。道 路交通瓶颈是导致交通拥堵的一个重要因素,严重影 响道路的通行能力。【前人研究进展】交通实测表明, 在交通拥堵消除过程中可以观测到许多非平衡、非线 性现象,例如交通相变、交通激波、同步流和走走停停 交通等现象<sup>[1-4]</sup>。Kerner 等<sup>[5-8]</sup>提出三相交通流理 论,认为高速公路交通存在可观察到的3类非平衡交 通相:畅行相、同步流和宽幅运动阻塞相以及发生的 交通相变:畅行相⇔同步流⇔运动阻塞。然而,各个 交通相之间的相变目前还没有严格的划分标准。 Neubert 等<sup>[9]</sup>用相关函数方法来识别交通同步流。 贺国光等<sup>[10-11]</sup>运用 R/S 分析方法计算 Hurst 指数, 得到交通流时间序列的变化周期。Wu 等[12-13]利用 去趋势涨落分析(DFA)方法,辨析周期性边界条件 下, 无交通瓶颈单车道的交通流元胞自动机KKW-1 模型产生的3个相:自由流相,同步流相,宽运动阻塞 相,发现密度时间序列呈现长程相关特性。【本研究 切入点】然而,许多复杂交通拥堵模式一般是由交通 瓶颈引起,交通同步流往往出现在多车道交通瓶颈附 近,而这方面的研究鲜见报道。【拟解决的关键问题】 分别应用 R/S 方法和 DFA 方法研究双车道局部道 路缩减附近的交通拥堵,从标度不变性的角度对交通 流时间序列进行分析,分别计算交通流局域密度时间 序列的 Hurst 指数 H 和标度指数  $\alpha$ ,以探讨交通相 的相关特性;还分别研究周期边界条件和开放性边界 条件下,瓶颈长度对指数的影响,并与 NaSch 模型的 相关性结果进行比较。

# 1 模型及分析方法

### 1.1 模型

KKW 模型<sup>[8]</sup> 是一个典型元胞自动机模型,它能 够模拟出三相交通流现象。基于对称的双车道模型 (KKW-1),在右车道上加入一段长为 *L*,的局部缩减 路段,建立一个含有道路局部缩减道路的双车道模 型,其中局部缩减段从 *x*<sub>1</sub>处开始到 *x*<sub>2</sub> 长为 *L*<sub>r</sub>。道 路结构如图 1 所示。



图 1 局部道路缩减的双车道模型结构

Fig. 1 Sketch of two-lane model with partial reduced lane and illustration of the lane changing

#### 广西科学 2016年6月 第23卷第3期

KKW 模型<sup>[8]</sup> 演化更新规则如下:  
(1)确定性更新(t < t<sub>1</sub> < t + 1):  

$$D_n \leftarrow D_0 + kv_n(t),$$
  
 $\Delta = \begin{cases} -a, v_n(t) > v_{n+1}(t), \\ a, v_n(t) < v_{n+1}(t), \\ 0, v_n(t) = v_{n+1}(t), \end{cases}$   
 $v_{des}(t+1) =$   
 $\begin{cases} v_n(t) + a, v_{s,n}(t) > D_n(t+1) - d_n, \\ v_n(t) + \Delta, v_{s,n}(t) \leqslant D_n(t+1) - d_n, \\ v_n(t_1) = \max\{0, \min\{v_{\max}, v_{s,n}(t), v_{des}(t)\}\}, \end{cases}$   
(2)随机更新:  
 $\eta_n = \begin{cases} -1, \operatorname{rand} < p_b, \\ 1, p_b < \operatorname{rand} < p_b + p_a, \\ 0, \operatorname{otherwise}, \end{cases}$   
 $p_a(v_n) = \begin{cases} p_{a1}, v_n < v_p, \\ p_{a2}, v_n \ge v_p, \end{cases}$   
 $p_b(v_n) = \begin{cases} p_0, v_n = 0, \\ p, v_n > 0, \end{cases}$ 

 $v_{n+1} = \max\{0, \min\{v_n(t_1) + \alpha \tau \eta_n, v_n(t_1) + \alpha \tau, v_{n+1}(t_1)\}\},$ 

(3)位置更新:  $x_n(t+1) = x_n(t) + v_n(t)$ , 其中  $v_{des}$  为期望速度,  $D_n(t)$  为同步距离。

利用 Rickert 等<sup>[14]</sup> 在双车道的 NaSch 模型提出 的换道规则。车辆换道必须满足 2 个条件:1)是换道 动机;2)是安全条件。在该模型中,车辆如果满足以 下的 3 个条件车辆即可以换道:

换道动机:(I)gap(i)<min(v+1, $v_{max}$ ),

安全条件:(Ⅱ)gap(i)<gap<sub>other</sub>(i),

( $\blacksquare$ ) gap<sub>back</sub>(i)>gap<sub>safe</sub>(i),

([]) rand ( ) < p  $_{\rm change}$   $_{\circ}$ 

式中 gap(*i*)表示当前车道上的第*i*辆车与其同车 道且最近邻前车之间的空元胞数,gap<sub>other</sub>(*i*)表示当 前车道的第*i*辆车与其目标车道上最近邻前车之间 的空元胞数,gap<sub>back</sub>(*i*)表示当前车道上第*i*辆车与 目标车道上相邻后车间的空元胞数。

#### 1.2 时间序列 R/S 方法

R/S分析法<sup>[15]</sup>分为以下步骤: 假设给定一个时间序列 $x(t), t = 1, 2, \dots, N$ 。 步骤1 构造新的时间序列:

$$u(t) = \sum_{i=1}^{t} x(t), t = 1, 2, \cdots, N_{\circ}$$

步骤 2 将新的时间序列 u(t)分割成  $N_s$ 个时间 长度为 s 的等距区间。在时间 N 内,时间序列  $u_v(i)$ 的平均值为

$$\bar{u}_v(t) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^{N_s} u_v(i), v = 1, 2, \cdots, N_s$$

步骤 3 计算每个区间 v,时间序列  $u_{x}(i)$  相对 于其平均值  $\overline{u}_v$  累积偏差 X(v,s),

$$X(v,s) = \sum_{i=1}^{s} (u_v(i) - \overline{u}_v), 1 \leq i \leq s_{\circ}$$

把同一个 s 所对应的累积偏差最大值和最小值 的差值称为极差:

$$R(v,s) = \max_{0 \le i \le s} \{X(v,s)\} - \min_{0 \le i \le s} \{X(v,s)\},$$
步骤 4 引入时间序列的标准偏差  $S(v,s),$ 

$$S(v,s) = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{i=1}^{N_s} u_v^2(i)} \, .$$

对极差 R 进行重新标度,得到重标极差 R(v, s)/S(v,s),当s=1时,R=S=0,因而R/S=0无意 义。当s=2时,R/S=2为定值。因此一般要求 $s \ge$ 3。如果时间序列在时间上相关,则样本重标极差 R(v,s)/S(v,s)的平均值与样本长度 s 之间存在标度 关系:

 $\langle R(v,s)/S(v,s)\rangle \propto s^{H},$ 

其中H为Hurst指数:

(I)0<H<0.5,时间序列反持续性,H越接 近0反持续性越强;

(Ⅱ)0.5<*H*<1,持续性,*H* 越接近1持续性 越强;

(Ⅲ)H = 0.5,无持续性。

#### 1.3 去趋势涨落分析(DFA)方法

DFA 算法<sup>[16]</sup>包含以下步骤:

设所考察的时间序列{x(t)}, $t=1,2,\cdots T$ 。

步骤 1 将时间序列 {x(t)} 构造成新的时间 序列:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{t} [x(t) - \langle x \rangle],$$

其中 $\langle x \rangle = T^{-1} \sum_{i=1}^{n} x(t)$ 为样本的平均值。

步骤 2 将获得的时间序列 y(t) 分割成 n 个长 度为1的不重叠的子序列,每个子序列的长度都 为し。

步骤3 在每个子序列内,用函数 ym 对时间序 列 y(t) 做最小二乘法拟合,得到拟合曲线  $\overline{y}_m(t)$ 。

步骤 4 计算每个子序列去趋势相后得到的剩 余序列  $y_l(t) = y(t) - \overline{y}_m(t)$ 。

步骤 5 计算样本在整个时间序列上去趋势涨

落的均方根 
$$F(l) = \sqrt{T^{-1} \sum_{i=1}^{T} y_l^2(t)}$$
。

在坐标上取(lgF(l),lg(l))并作双对 步骤 6 218

数坐标图,再用最小二乘法对(lg F(l), lg(l))对应 的点进行拟合得到直线的斜率(标度指数α的估计 值)。趋势波动的均方根 F(l) 和时间间隔 l 存在幂 律关系:  $F(l) \sim l^{\alpha}$ 。其中,

 $(I)0 < \alpha < 0.5$ 时,  $\{x(t)\}$ 时间序列具有长程 反相关性。

(Ⅱ)  $\alpha = 0.5$  时, {x(t)} 具有标度不变性,意味 着该时间序列为短程相关或者时间序列不相关。

(Ⅲ) 0.5<  $\alpha$  <1 时, {x(t)} 具有长程相关性, $\alpha$ 值越大长程相关性越强。

#### 2 模拟和结果分析

在数值模拟中,每个元胞对应的实际长度为 0.5 m,系统道路的长度为 $L = 30\ 000\ 个元胞,相当于实$ 际长度 15 km, 道路缩减的长度为 L<sub>r</sub> = 10 000 个元 胞,车长d = 15个元胞,对应实际长度为7.5m,最 大速度为 v<sub>max</sub> = 108 km/h = 60 个元胞/s,其中模型 具体参数与文献[15]相同,  $D_0 = 60, k = 2.55, a = 1$ ,  $P_{a1} = 0.2, P_{a2} = 0.052, P_0 = 0.425, p = 0.04, d_{safe} =$  $v_{\text{max}} = 60$ 。每个时步对应的实际时间为1 s,为了消 除暂态的影响数据从  $t_0 = 10^5$  步后开始统计,只对后 面  $T = 10^5$  个时步的结果进行统计。其中  $\sigma$ , $\beta$ , $\gamma$  分别 为开放边界条件下,进车概率 $\sigma$ 和 $\beta$ 以及出车概 率γ。

选取道路缩减的区域从第 x1 = 10 000 个元胞到 第 $x_2 = 20\ 000\$ 个元胞,瓶颈长度 $L_r = 10\ 000\$ 个元胞。 通过设置虚拟探测头在右车道瓶颈口前位于 4.5 km 即第9000个元胞处,测得瓶颈口前测量点的1min 平均流量、速度及密度的时间序列数据。并对密度的 时间序列数据进行时间序列分析。

# 2.1 基于 R/S 的交通流长程相关性分析

首先,利用原始的时间序列 y(t) 识别出同步流 区域,开放边界条件下进出车概率对 Hurst 指数 (H)的影响。然后,运用 R/S 分析方法对探测器测 得的密度时间序列进行分析。调整参数 $\sigma$ 和 $\beta$ ,在  $\sigma = 0.1 和 \beta = 0.34$ ,发现系统进入了同步流相(图 2 和3为包含同步流的系统斑图)。

数据处理完成后,得到< R(v,s)/S(v,s) > $\infty s^{H}$ 的幂律关系(图 4)。

再用最小二乘法对模拟结果进行拟合得到直线 的斜率,即H的估计值。从图4可以看出样本的重 标极差 R/S 的平均值与样本长度 s 存在标度关系  $< R/S > \sim s^H$ 。在 $\sigma = 0.1$ (图 4a),当 $\beta = 0.14$ 交通 流处于自由流时,H = 0.4881;当交通流处于宽运动 阻塞时( $\beta = 0.47$ ), H = 0.4407。而当 $\beta = 0.34$ , Guangxi Sciences, Vol. 23 No. 3, June 2016

β=0.46 交通流处于同步流时, H 分别为 0.8473 和 0.5303。当进车概率 σ = 0.3 时(图 4b)也具有相似的结果:当交通流为同步流时 H 大于 0.5,当交通流为自由流或者宽运动堵塞流时 H 小于 0.5。可以看出进车概率 β 对 H 有很大的影响。



Fig. 2 Cross-correlation between density and flow



图 3 1 分钟平均流量与密度分布

Fig. 3 The 1-min average flow density diagram

从图 5 可以看出,每条曲线的趋势曲线都随着  $\beta$ 增加先增加后衰减。曲线中 H 大于 0.5 的那部分曲 线对应的是同步流;在低密度时,曲线中 H 小于 0.5 时对应的是自由流;在高密度时,曲线中 H 小于 0.5 时对应的是宽运动堵塞,两条曲线得到的结果与前面 识别到的 3 个不同的交通态的进车概率范围一致。 密度的时间序列在自由流和宽运动堵塞时都呈现出 了长程反相关性,而在同步流时时间序列呈现出长程 相关性。两条曲线位置随着进车概率  $\sigma$  的增加向前 移动,也说明进车概率  $\sigma$  对 H 有较大影响。

#### 2.2 基于 DFA 的交通流长程相关性分析

首先研究在周期边界条件下瓶颈长度对标度指数 α 的影响。利用原始的时间序列 y(t) 识别出同步 流区域,通过调整参数道路密度 ρ,且在 ρ 处于0.19~ 广西科学 2016 年 6 月 第 23 卷第 3 期 0.32 时,发现系统进入了同步流相。



图 4 样本重标极差 R/S 的平均值与样本长度 s 的关系 Fig. 4 Log-log plot and fitting lines for the long-range correlation



图 5 Η 与进车概率β的关系

Fig. 5 The Hurst's exponent H against injection  $\beta$  in different injection

图 6 给出当瓶颈长度  $L_r = 10\ 000\$ 个元胞时,不同密度下的流量与密度的交叉关联函数。当密度  $\rho < 0.18\$ 和 $\rho > 0.33\$ 时,交叉关联函数值随着时间 周期性变化但并不趋向于 0。在 0.19 $< \rho < 0.33$ 时,交叉关联函数值随着时间增大趋向于 0,图 7 也 给出密度  $\rho = 0.27$ 时的基本图,可以看出利用交叉 关联函数方法可识别瓶颈口附近出现的同步流。



图 6 交叉关联系数



图 7 1 分钟平均流量与密度分布

 Fig. 7
 The 1-min average flow density diagram

 对数据处理完成后,得到  $F(η) ~ η^{\gamma}$ 的幂律关

 系。从图 8 可以看出,去趋势波动的均方根 F(l)和

 时间增量 l存在幂律关系  $F(l) ~ l^{\alpha}$ 。

  $\rho=0.19$ 和0.32时,系统处于同步流标度指数  $\alpha$ 分别

 为 0.6183和0.5279。当系统处于自由流和宽运动

 堵塞时标度指数  $\alpha$ 均小于 0.5。DFA 分析的结果与

 图 6 中交叉关联函数分析的结果一致,能识别出在道路交通瓶颈附近存在同步流以及同步流状态下的时

 间序列具有较强的长程相关性。由图 9 可知,密度为

 0.18~0.28时,标度指数大于 0.5,而且瓶颈长度越



图 8 去趋势波动的均方根 F(l) 和时间增量 l 的标度关系 Fig. 8 Log-log plot of fitting lines between F(l) and l 长,标度指数就越大于 0.5,表明交通瓶颈附近车辆 密度具有较强的长程相关性。



图 9 不同瓶颈长度下标度指数与道路密度的关系

Fig. 9 The scaling exponent  $\alpha$  in different  $L_r$ 

由图 10 可以看出 NaSch 模型在任何密度下,标 度指数 α 都小于 0.5,即无论是在自由流还是在拥挤 流,时间序列都呈现长程反相关性。而在三相交通流 KKW 模型中,当同步流的道路密度范围内标度指数 α 大于 0.5,时间序列呈现长程相关性。而在自由流 和宽运动堵塞中,标度指数 α 小于 0.5,时间序列呈 现长程反相关。

对比图 10 和图 11 发现,在 NaSch 模型中的 H 都小于 0.5。从而证明 DFA 方法能够较好的识别系 统的长程相关性。



图 10 在 KKW 模型和 NaSch 模型下,标度指数 α 与道路密度的关系

Fig. 10 The profile of the scaling exponent  $\alpha$  obtained by KKW model and NaSch model

图 12a 和图 12b 分别为进车概率 $\sigma = 0.1 \ \pi \sigma =$ 0.3 时,去趋势波动的均方根 F(l) 和时间增量 l 的标 度关系。在 $\sigma = 0.1$ ,而 $\beta = 0.14$  交通流处于自由流 时,标度指数 $\alpha = 0.4577$ ;当交通流处于宽运动阻塞 时( $\beta = 0.47$ ),标度指数 $\alpha = 0.3913$ 。而当 $\beta =$ 0.34, $\beta = 0.46$  交通流处于同步流时,标度指数 $\alpha$ 分 别为 0.8637 和 0.5118。从表 1 也可以看出进车概

Guangxi Sciences, Vol. 23 No. 3, June 2016



图 11 在 NaSch 模型下 H 与道路密度的关系

Fig. 11 The profile of the exponent H obtained by Na-Sch model



图 12 去趋势波动的均方根 *F*(*l*) 和时间增量 *l* 的标度 关系

Fig. 12 Log-log plot of fitting lines between F(l) and l

率 $\beta$ 对标度指数 $\alpha$ 的值有很大的影响。为了更好的 理解进车概率 $\sigma$ 和 $\beta$ 对标度指数 $\alpha$ 的影响,研究不同 进车概率 $\sigma$ 下得到的标度指数 $\alpha$ 和进车概率 $\beta$ 的关系 (图 13)。图 13 中每一条曲线都是随着 $\beta$ 增加先增加 后减小,当 $\sigma$ =0.1, $\beta$ 小于 0.29 时车流处于自由流, 曲线对应的 $\alpha$ 值小于 0.5,说明自由流的密度时间序 列呈现长程反相关性;当 0.29 <  $\beta$  < 0.46 时车流处 于同步流,曲线对应的 $\alpha$ 值大于 0.5,说明同步流的 密度时间序列呈现长程相关性;当 $\beta$ 大于 0.46 时产 广西科学 2016年6月 第23卷第3期 生宽运动堵塞曲线,对应的  $\alpha$  值衰减到小于 0.5,说 明宽运动堵塞的密度时间序列呈现长程反相关性。 比较  $\sigma = 0.1 \ \pi \sigma = 0.3 \$ 时的两条曲线,发现当  $\sigma = 0.3 \$ 时,标度指数  $\alpha$  随着进车概率  $\beta$  的变化与和  $\sigma = 0.1 \$ 时的结果相似,即密度的时间序列在自由流和宽 运动堵塞时都呈现出长程反相关性,而在同步流时时 间序列呈现出长程相关性。与图 12 中  $\sigma = 0.1 \$ 的曲 线比较,可以看出  $\sigma = 0.3 \$ 时,曲线位置随着进车概 率  $\sigma$  的增加向前移动,也说明进车概率  $\sigma$  对标度指数  $\alpha$  有较大影响。

表 1	进车概率	β对 DFA	标度指数	α的影响

σ	β	α
0.1	0.14	0.4577
0.1	0.34	0.8637
0.1	0.46	0.5118
0.1	0.47	0.3913
0.3	0.04	0.4897
0.3	0.13	0.8962
0.3	0.27	0.5042
0.3	0.28	0.4084



图 13 不同的左车道进车概率 σ 下标度指数与右车道进 车概率 β 的关系

Fig. 13 The scaling exponent  $\alpha$  against injection  $\beta$  in different injection  $\sigma$ 

# 3 结论

本研究应用 *R/S* 和 DFA 两种时间序列分析方 法对含有瓶颈的双车道交通流的密度时间序列进行 分析,得出模型在 3 个不同交通态存在的幂率关系, 以及交通瓶颈口附近的密度时间序列的 Hurst 指数 *H* 和标度指数α的值。结果显示,当交通流处于同步 流时,时间序列呈现长程相关性,当交通流处于自由 流或者宽运动堵塞时,时间序列呈现长程反相关。研 究成果与 Wu 等<sup>[6-7]</sup>的结果一致。说明在周期性边界 条件下,瓶颈长度对标度指数有重要影响,瓶颈长度 越长,标度指数越大,即瓶颈越长对瓶颈口附近的车

Table 1 Influence of injection  $\beta$  on DFA scaling exponent  $\alpha$ 

辆相互作用的影响越大,易形成同步流交通。将 Na-Sch 模型与 KKW 模型对比发现,NaSch 模型的 DFA 标度指数均小于 0.5(α < 0.5),表明由 NaSch 模型 得出的车流状态无论是自由流还是拥堵交通都是呈现长程反相关。

# 参考文献:

- [1] CHOWDHURY D, SANTEN L, SCHADSCHNEIDER A, et al. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems[J]. Phys Rep, 2000, 329:199-329.
- [2] HELBING D. Traffic and related self-driven many-particle systems[J]. Rev Mod Phys, 2001, 73(4): 1067-1141.
- [3] KERNER B S, REHBORN H. Experimental features of characteristics of traffic jam[J]. Phys Rev E, 1996, 53: 1297-1330.
- [4] HELBING D. Fundamentals of traffic flow[J]. Phys Rve E,1997,55:3735-3738.
- [5] KERNER B S. Complexity of spatiotemporal traffic phenomena in flow of identical drivers: Explanation based on fundamental hypothesis of three-phase theory [J]. Phys Rev E,2012.85:036110-036128.
- [6] KERNER B S,KLENOV S L, WOLF D E. Cellular automata approach to three-phase traffic theory[J]. J Phys A,2002,35:9971-10013.
- [7] KERNER B S, KLENOV S L. Deterministic microscopic three-phase traffic flow models[J]. J Phys A, 2006, 39: 1775-1809.
- [8] KERNER B S. Complexity of synchronized flow and related problems for basic assumptions of traffic flow theories[J]. Net and Spatial Econ, 2001, 1:35-76.
- [9] NEUBERT L, SANTEN L, SCHADSEHNEIDER A, et

al. Single-vehicle data of highway traffic, a statistical analysis[J]. Phys Rev E,1999,60:6480-6490.

- [10] 贺国光,冯蔚东.基于 R/S 分析研究交通流的长程相关 性[J].系统工程学报,2004,19(2):166-169.
  HE G G,FENG W D. Study on long-term dependence of urban traffic flow based on rescaled range analysis
  [J]. Journal of Systems Engineering,2004,19(2):166-169.
- [11] 贺国光,马寿峰,冯蔚东.对交通流分形问题的初步研究[J].中国公路学报,2002,4:82-85.
  HEGG,MASF,FENGWD.Preliminary study of fractals of traffic flow[J]. China Journal of Highway and Transport,2002,4:82-85.
- [12] WU J J,SUN H J,GAO Z Y. Long-range correlations of density fluctuations in the Kerner-Klenov-Wolf cellular automata three-phase traffic flow model[J]. Phys Rev E,2008,78:036103.
- [13] WU J J,XU S Y,SUN H J. Detrended fluctuation analysis of time series in mixed traffic flow[J], Acta Phys Sin,2011,60:019502.
- [14] RICKERT M, NAGEL K, SCHRECKENBERG M. Two lane traffic simulation using cellular automata[J]. Physica A, 1994, 231:534-550.
- [15] HURST H E. Long-term storage capacity of reservoirs [J]. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1951, 116:770-808.
- [16] PENG C, BULDYREV S, HAVLIN S. Mosaic organization of DNA nucleotides[J]. Phys Rev E, 1994, 49: 1685-1689.

(责任编辑:尹 闯)