

基于扰动的自适应粒子群优化算法*

An Adaptive Particle Swarm Optimization Algorithm based on Disturbances

张雁茹,赵志刚,李永恒

ZHANG Yanru,ZHAO Zhigang,LI Yongheng

(广西大学计算机与电子信息学院,广西南宁 530004)

(School of Computer, Electronics and Information in Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

摘要:【目的】针对标准粒子群优化算法在应用中暴露出的缺点,如在迭代后期收敛速度慢、搜索精度不高、容易陷入局部最优等,提出一种基于扰动的自适应粒子群优化算法。【方法】该算法将扰动因子加入速度更新公式中,使种群搜索范围扩大;采用自适应的惯性权重,以起到平衡全局和局部寻优能力的作用;对最优粒子进行自适应的柯西变异,拓展最优粒子的搜索空间,降低粒子陷入局部最优的可能性;最后对算法进行仿真实验。【结果】新算法能够增强全局搜索能力,有效避免局部最优,具有更快的收敛速度。【结论】新算法克服了标准粒子群优化算法的缺点,为进一步研究粒子群优化算法的改进和应用提供科学依据。

关键词:粒子群优化算法 极值扰动 惯性权重 柯西变异

中图分类号:TP301.6 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-9164(2017)03-0258-05

Abstract:【Objective】Aiming at the shortcomings of the standard particle swarm algorithm in application, such as slow convergence speed, low precision and easy to fall into local optimum at the end of iteration, an adaptive particle swarm optimization algorithm based on disturbances is proposed. 【Methods】The main improvement strategies were as follows: 1) The disturbance factor was added to the velocity updating formula, so that the population search range was expanded; 2) The adaptive inertia weight was exponentially decreased in order to balance the global and local optimization; 3) An adaptive Cauchy mutation on the best particle was added to expand the search space and reduce the possibility of local optimum. 【Results】Through the experimental simulation and comparison, the proposed algorithm could enhance global search capability, and had a higher optimization performance, so the convergence precision and convergence speed of the PSO were improved obviously. 【Conclusion】The proposed algorithm could overcome the shortcomings of the standard particle swarm algorithm and provided a scientific basis for further research on the improvement and application of particle swarm algorithm.

Key words: particle swarm optimization, disturbance factors, inertia weight, Cauchy mutation

收稿日期:2017-03-28

修回日期:2017-05-20

作者简介:张雁茹(1990-),女,硕士研究生,主要从事人工智能技术与应用研究,E-mail:1317932664@qq.com。

*广西自然科学基金项目(2015GXNSFAA139296)资助。

0 引言

【研究意义】粒子群优化算法 PSO (Particle Swarm Optimization, 简称 PSO)最早是由 Kennedy 和 Eberhart^[1]于 1995 年提出的一种启发式全局优化技术。在粒子群优化算法中,每个优化问题的解都被

$$\omega = \omega_{\max} - (\omega_{\max} - \omega_{\min}) * t / T_{\max} \quad (4)$$

其中 ω_{\max} 、 ω_{\min} 分别是最大和最小惯性权重, t 、 T_{\max} 分别为粒子当前迭代次数和最大迭代次数。

2 粒子群优化算法的改进

在 PSO 中, 粒子随个体极值 $pbest$ 和全局极值 $gbest$ 在解空间中移动, 如果粒子的个体极值 $pbest$ 一直处于优势, 算法就容易陷入局部最优; 当粒子陷入局部极值时, 算法就会过早收敛, 这样会使粒子停滞在局部区域, 出现“早熟”现象, 只能求得局部最优解。为使粒子避免“早熟”现象, 本研究从以下 3 个方面对标准粒子群优化算法进行改进。

2.1 极值扰动的引入

粒子种群都有趋同性, 即当基本粒子群优化算法处于进化停滞时, 粒子速度 v_i 难以及时更新, 粒子会出现“聚集”现象, 这时粒子只能在一个较小的范围内搜索, 容易使算法陷入局部最优。想求得问题的全局最优解, 必须克服粒子群优化算法易陷入局部最优的缺陷, 其中, 扩大搜索范围是有效的措施之一。因此, 本研究在速度更新公式中引入扰动因子 r_3 和 r_4 , 对个体极值 $pbest$ 和全局极值 $gbest$ 进行随机调整, 从而扩大粒子的搜索范围, 帮助粒子跳出局部最优。受胡旺等^[5]研究的启发, 本研究将速度更新公式更改如下:

$$v_i(t+1) = \omega(t)v_i(t) + c_1r_1\left(\frac{r_3}{2}pbest_i(t) - x_i(t)\right) + c_2r_2\left(\frac{r_4}{2}gbest(t) - x_i(t)\right), \quad (5)$$

其中 r_3 和 r_4 是 $[0, 1]$ 间均匀分布的随机数, 个体极值 $pbest$ 和全局极值 $gbest$ 会在 r_3 、 r_4 的扰动下随机调整, 使粒子在更大的空间范围内进行搜索, 这样粒子找到最优解的概率就会增大, 从而有可能跳出局部最优解。

2.2 自适应惯性权重

在粒子群优化算法中, 惯性权重 ω 是一个很重要的可调整参数, 设置合理的惯性权重值, 可以平衡 PSO 算法的全局与局部寻优能力。较大的 ω 会使算法的全局寻优能力提高, 而较小的 ω 会使算法的局部寻优能力增强。对于 ω 来说, 线性递减的惯性权重只对某些问题有效, 当待解决问题很复杂时, 该法会使得 PSO 算法容易在进化末期陷入局部最优, 无法找到要求的最优解。根据刘伟等^[6]的报道, 本研究提出以下惯性权重改进公式:

$$\omega = \omega_{\min} + \exp(-50 * t / T_{\max})^2 * (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \quad (6)$$

看做是搜索空间中没有体积和质量的微粒, 并延伸到 N 维空间中去, 其中每个粒子的位置和飞行速度都表示为 N 维空间中的一个矢量。与其它优化算法相比, PSO 对优化目标函数的模型没有特殊要求、可调整的参数少、算法收敛速度快, 并且具有随机性和扩充性, 自提出以来就受到许多学者的关注, 并已成功应用到许多领域中, 如多目标优化^[2]、模糊系统控制^[3]和神经网络训练^[4]等。【前人研究进展】为提高粒子群优化算法的性能, 很多学者对 PSO 算法进行不同方面的改进。如胡旺等^[5]通过增加极值扰动因子来帮助粒子有效摆脱局部极值点; 刘伟等^[6]提出一个惯性权重函数, 使算法的全局搜索能力与局部搜索能力得到良好平衡, 加快收敛速度; Wang 等^[7]通过在最佳粒子处进行柯西变异, 以引导其它粒子向更好位置靠拢。【本研究切入点】将扰动因子加入速度更新公式中, 采用自适应的惯性权重, 并对优粒子进行自适应的柯西变异, 以克服标准粒子群优化算法在迭代后期收敛速度慢、搜索精度不高、容易陷入局部最优等的缺点。【拟解决的关键问题】与其它粒子群改进方法相比较, 得出每种改进方法的优缺点, 为进一步研究粒子群优化算法的改进和应用提供科学依据。

1 标准粒子群优化算法(PSO)

在粒子群优化算法中, 每个粒子都有一个速度 v_i , 其可以决定粒子的飞行轨迹, 粒子位置的优劣用一个适应度函数来确定。其中, 粒子的飞行轨迹是根据其学习自身经验 $pbest$ 和群体中的最好经验 $gbest$ 来确定的。自身经验 $pbest$ 是指, 粒子知道本身当前位置和目前为止它发现的最好位置 $pbest$; 群体中的最好经验 $gbest$ 是指, 群体中目前为止发现的最好位置 $gbest$ 。

Kennedy 和 Eberhart^[1]最早提出的 PSO 算法的速度与位置更新公式如下:

$$v_i(t+1) = v_i(t) + c_1r_1(pbest_i(t) - x_i(t)) + c_2r_2(gbest(t) - x_i(t)), \quad (1)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1), \quad (2)$$

其中: t 为当前迭代次数, c_1 和 c_2 为学习因子, r_1 、 r_2 是分布在 $[0, 1]$ 内的随机数, $pbest$ 为个体极值, $gbest$ 为全局极值。

为提高 PSO 算法的收敛性能, 考虑到对不同的问题, 局部和全局的优能力权衡不一样, Shi 和 Eberhart^[8]在 1998 年引入惯性权重 ω , 将其添加到基本粒子群算法的速度更新公式中, 即

$$v_i(t+1) = \omega(t)v_i(t) + c_1r_1(pbest_i(t) - x_i(t)) + c_2r_2(gbest(t) - x_i(t)), \quad (3)$$

由上述公式可知,此惯性权重函数为一个非线性的、呈指数形式递减的函数,它会使 ω 在迭代初期能长时间保持一个较大的值,从而增加迭代初期的全局搜索时间和全局搜索强度;而在迭代后期能长时间保持一个较小的值,从而增加迭代后期的局部搜索时间和局部搜索强度,加快收敛速度。

2.3 自适应柯西变异

PSO 算法在收敛之前,最优解 g_{best} 的选取会在之前的几个候选粒子之间振荡。因此,对最优粒子 g_{best} 进行变异操作,可以扩展粒子的搜索空间,帮助粒子突破障碍逃离局部最优。在 Wang 等^[7]研究的基础上,本研究提出一种自适应的柯西变异策略,即对每次迭代中的 g_{best} 进行变异操作,避免粒子过早收敛。

柯西分布是一个连续型的分布函数,它的数学期望(即期望和方差)均不存在。标准柯西分布函数如下:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(x). \quad (7)$$

在本研究提出的自适应柯西变异策略中,首先分别计算 N 个个体的 p_{best} 在各维上的平均值 $avg_p_{best}(i)$:

$$avg_p_{best}(i) = \left(\sum_{j=1}^N p_{best}[j][i] \right) / N, \quad (8)$$

式(8)中, $i=1,2,\dots,D$, $p_{best}[j][i]$ 是第 j 个粒子在第 i 维上的位置。应用下式(9)计算 $avg_p_{best}(i)$ 到 g_{best} 上每一维的距离, r_i 越小,群体间越相似,将获得距原 g_{best} 位越远的变异位。

$$r(i) = g_{best}(i) - avg_p_{best}(i). \quad (9)$$

将 $r(i)$ 代入到式(10)中:

$$xm(i) = \exp(-\rho \cdot t / T_{max}) \cdot (1 - r(i) / r_{max}), \quad (10)$$

式(10)中, ρ 是常数,本研究中取 $\rho=20$; r_{max} 是各维间最大距离。将式(10)代入到式(7)中。

自适应柯西变异操作如式(11)所示:

$$g_{best}'(i) = g_{best}(i) + z(i) \cdot F(xm), \quad (11)$$

$$z(i) = \left(\sum_{j=1}^N v[j][i] \right) / N, \quad (12)$$

$z(i)$ 是各维变异权重平均值, $v[j][i]$ 为第 j 个粒子在第 i 维上的速度分量。

2.4 基于扰动的自适应粒子群优化算法

综合 2.1~2.3,本研究提出一种基于扰动的自适应粒子群优化算法(Adaptive PSO based on disturbances),简称 ADPSO,该算法的步骤如下。

步骤 1:随机初始化粒子的位置 x_i 与速度 v_i ;

步骤 2:设置第 i 个粒子的当前位置为 p_{best} ,最优粒子的位置为 g_{best} ;

步骤 3:粒子状态调整,按公式(2)、(5)、(6)对粒子的速度和位置进行更新;

步骤 4:根据适应度函数 $f(x)$ 计算粒子 i 的适应度 $f(x_i)$;

步骤 5:比较 $f(x_i)$ 与 $f(p_{best})$,若 $f(x_i)$ 优于 $f(p_{best})$,就将该粒子的 p_{best} 更新为 x_i ;

步骤 6:比较 $f(x_i)$ 与 $f(g_{best})$,若 $f(x_i)$ 优于 $f(g_{best})$,就将 g_{best} 更新为 x_i ;

步骤 7:对当前获得的 g_{best} 用自适应柯西变异策略即式(11)进行变异操作;

步骤 8:判断算法是否达到最大迭代次数,若是,转步骤 9,否则转步骤 3;

步骤 9:输出 g_{best} 和相应的目标函数值 $f(g_{best})$,算法结束。

3 仿真实验

将本研究提出的基于扰动的自适应粒子群优化算法(ADPSO)与以下 3 个算法相比较:①标准粒子群优化算法(SPSO),②自适应变异的粒子群算法(AMP-PSO)^[9],③带收缩与发散操作的自适应粒子群优化算法(seAPSO)^[10]。分别用 5 个基准测试函数 f_1 : Sphere、 f_2 : Rosenbrock、 f_3 : Ackley、 f_4 : Griewank、 f_5 : Rastrigin(理论最小值均为 0)来进行优化性能测试。

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2,$$

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^{D-1} [(1 - x_i)^2 + 100(x_{i+1} - x_i^2)^2],$$

$$f_3(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos 2\pi x_i\right) + 20 + e,$$

$$f_4(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \left(\cos \frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1,$$

$$f_5(x) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10].$$

对本实验中的参数进行如下设置:粒子群的种群规模 $N=40$,粒子维数 $D=30$,最大迭代次数 $T_{max}=500$, $c_1=c_2=1.4962$, $\omega_{max}=0.95$, $\omega_{min}=0.4$, AMP-PSO 和 seAPSO 算法的参数按原文献的设置。针对每个函数运行 20 次求平均值,分别将 SPSO、AMP-PSO、seAPSO、ADPSO 记为 A1、A2、A3、A4,仿真结果与统计数据见表 1,每个函数的适应度进化曲线如

图 1~5 所示。

表 1 测试结果

Table 1 Experimental results

函数 Function	算法 Algorithm	最优值 Best	最差值 Worst	平均值 Mean
f_1	A1	2.8164E-03	9.9954E-03	8.8691E-03
	A2	4.6057E-03	9.3584E-03	7.8775E-03
	A3	2.7644E-04	9.9793E-03	6.1676E-03
	A4	2.1676E-04	2.0493E-03	8.5909E-04
f_2	A1	1.6746E+01	4.0004E+06	2.0122E+05
	A2	8.9660E+00	5.8817E+03	5.4441E+02
	A3	1.6029E+01	1.0144E+03	1.2396E+02
	A4	2.8774E+01	2.8980E+01	2.8893E+01
f_3	A1	1.9999E+01	2.0864E+01	2.0188E+01
	A2	1.9999E+01	2.0072E+01	2.0002E+01
	A3	1.9999E+01	2.0531E+01	2.0025E+01
	A4	6.9855E-03	2.8615E-02	9.5667E-03
f_4	A1	7.3468E-03	2.9512E-02	1.3285E-02
	A2	4.0467E-03	5.6481E-02	2.0550E-02
	A3	1.9815E-03	9.5675E-02	4.1028E-02
	A4	3.1189E-03	1.3611E-02	7.5963E-03
f_5	A1	5.4727E+01	2.5966E+02	1.2322E+02
	A2	5.1737E+01	1.9293E+02	1.1649E+02
	A3	1.0349E+02	3.0747E+02	1.8891E+02
	A4	2.3840E-03	5.2420E-01	3.3574E-02

函数 f_1 主要用于算法寻优精度的测试,是一个非线性的对称单峰函数,ADPSO 算法相比于其它 3 个算法具有更快的收敛速度,优化性能更好(图 1)。函数 f_2 是一个很难极小化的典型病态二次函数,ADPSO 相对其它算法收敛速度更快,获得的平均最优解也更好(图 2)。函数 f_3 、 f_4 、 f_5 均是具有大量局部极小值的多峰函数,普通算法很容易陷入局部最优从而停止进化,无法取得最优解或近似最优解。从图 3 可以看出,SPSO、AMPSO 和 seAPSO 算法都陷入局部最优,而 ADPSO 算法由于在迭代初期就突破障碍逃离局部最优点,在进化末期才能取得近似全局最优解。如图 4 所示,AMPSO 算法和 ADPSO 算法都能够最后收敛于接近理论最优解的全局最优解,具有良好的收敛效果,但 ADPSO 算法具有更快的收敛速

广西科学 2017 年 6 月 第 24 卷第 3 期

度。从图 5 可以发现,只有 ADPSO 算法在进化前期突破了障碍,并且算法的收敛速度和收敛精度都比其它 3 个算法要好很多。

通过以上分析可知,本研究提出的 ADPSO 算法较其它 3 种算法具有更高的收敛精度和收敛速度,是一种更加有效和快速的粒子群优化算法。

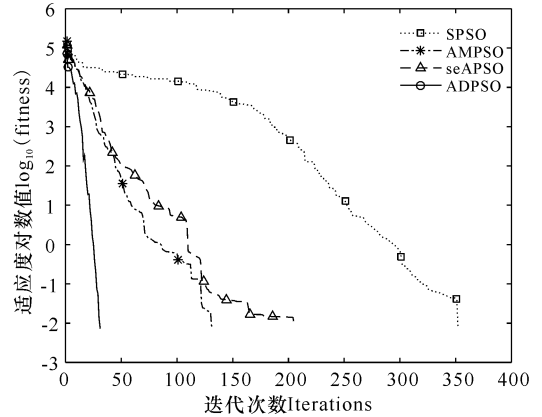


图 1 函数 Sphere(f_1) 寻优进化曲线
Fig. 1 Optimization curve for Sphere (f_1)

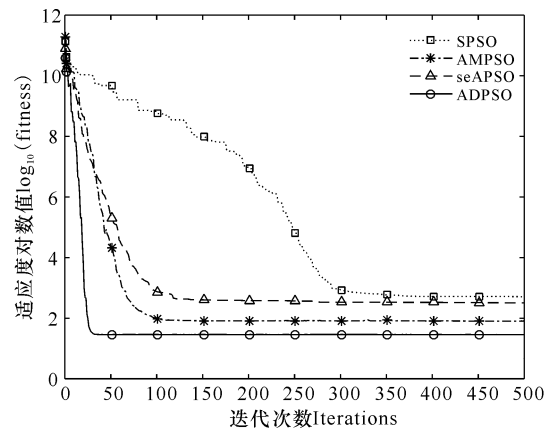


图 2 函数 Rosenbrock(f_2) 寻优进化曲线
Fig. 2 Optimization curve for Rosenbrock (f_2)

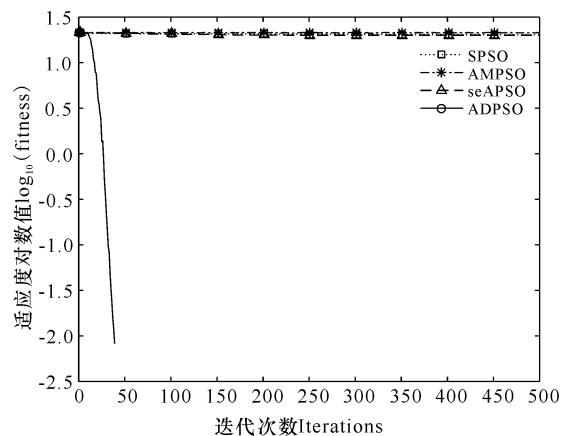


图 3 函数 Ackley(f_3) 寻优进化曲线
Fig. 3 Optimization curve for Ackley (f_3)

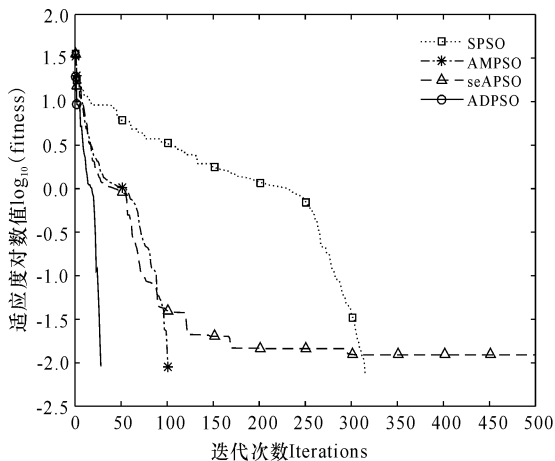


图4 函数 Griewank (f_4) 寻优进化曲线

Fig. 4 Optimization curve for Griewank (f_4)

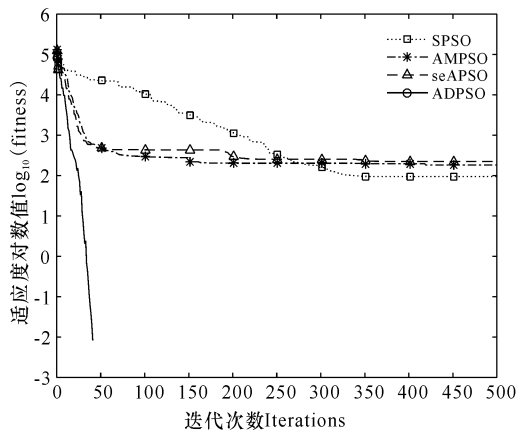


图5 函数 Rastrigin (f_5) 寻优进化曲线

Fig. 5 Optimization curve for Rastrigin (f_5)

4 结论

本研究在标准 PSO 算法的基础上进行改进,提出基于扰动的自适应粒子群优化算法(ADPSO)。该算法在速度更新公式中增加扰动因子,采用自适应的惯性权重,并对最优粒子进行自适应的柯西变异。通过实验仿真与对比分析,提出的新算法增强了全局搜索能力,具有更高的优化性能,使粒子群的收敛精度和速度得到明显提高。

参考文献:

[1] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]//IEEE International Conference on Neural Networks, Perth; IEEE, 1995; 1942-1948.

[2] 徐鹤鸣. 多目标粒子群优化算法的研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2013.

XU H M. Research on multiobjective particle swarm op-

timization algorithms[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2013.

[3] 孟庆宽, 仇瑞承, 张漫, 等. 基于改进粒子群优化模糊控制的农业车辆导航系统[J]. 农业机械学报, 2015, 46(3): 29-36, 58.

MENG Q K, QIU R C, ZHANG M, et al. Navigation system of agricultural vehicle based on fuzzy logic controller with improved particle swarm optimization algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(3): 29-36, 58.

[4] 高海兵, 高亮, 周驰, 等. 基于粒子群优化的神经网络训练算法研究[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1572-1574.

GAO H B, GAO L, ZHOU C, et al. Particle swarm optimization based algorithm for neural network learning[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(9): 1572-1574.

[5] 胡旺, 李志蜀. 一种更简化而高效的粒子群优化算法[J]. 软件学报, 2007, 18(4): 861-868.

HU W, LI Z S. A simpler and more effective particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Software, 2007, 18(4): 861-868.

[6] 刘伟, 周育人. 一种改进惯性权重的 PSO 算法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(7): 46-48, 55.

LIU W, ZHOU Y R. Modified inertia weight particle swarm optimizer[J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(7): 46-48, 55.

[7] WANG H, LI C H, LIU Y, et al. A hybrid particle swarm algorithm with Cauchy mutation[C]//IEEE Swarm Intelligence Symposium. Honolulu: IEEE, 2007: 356-360.

[8] SHI Y, EBERHART C. A modified particle swarm optimizer[C]//IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Anchorage, Alaska: IEEE, 1998.

[9] 吕振肃, 侯志荣. 自适应变异的粒子群优化算法[J]. 电子学报, 2004, 32(3): 416-420.

LV Z S, HOU Z R. Particle swarm optimization with adaptive mutation[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(3): 416-420.

[10] 赵志刚, 尹兆远, 林玉娇. 带收缩与发散操作的自适应粒子群优化算法[J]. 计算机科学, 2015, 42(S1): 48-51.

ZHAO Z G, YIN Z Y, LIN Y J. Adaptive particle swarm optimization algorithm with shrink and expansion operation[J]. Computer Science, 2015, 42(S1): 48-51.

(责任编辑:米慧芝)