

# 具有两类时延的离散时间多智能体系统一致性跟踪\* Discrete-time Consensus Tracking of Multi-Agent Systems With Two Classes Time Delays

黄凌云<sup>1,2</sup>, 洪卫星<sup>3</sup>, 谢可心<sup>3</sup>, 杨春曦<sup>3\*\*</sup>

HUANG Lingyun<sup>1,2</sup>, HONG Weixing<sup>3</sup>, XIE Kexin<sup>3</sup>, YANG Chunxi<sup>3</sup>

(1. 昆明理工大学国土资源学院, 云南昆明 650093; 2. 昆明理工大学, 复杂有色金属资源清洁利用国家重点实验室, 云南昆明 650093; 3. 昆明理工大学化学工程学院, 云南昆明 650500)

(1. Faculty of Land and Resource Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan, 650093, China; 2. State Key Laboratory of Complex Nonferrous Metal Resources Clean Utilization, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan, 650093, China; 3. Faculty of Chemical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan, 650500, China)

**摘要:** 研究具有输入时延和通信时延的离散时间多智能体系统的一致性跟踪问题。利用频域分析方法和矩阵理论, 给出拓扑为有向图的情况下系统具有较少保守性的一致性跟踪充分条件, 并用仿真试验验证了该结果的有效性。与具有输入和通信时延的一致性问题不同的是, 相同情况下的一致性跟踪问题不仅与输入时延有关, 而且与通信时延有关。

**关键词:** 多智能体系统 一致性 通信时延 输入时延

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2017)06-0573-05

**Abstract:** This paper studied a consensus tracking problem for the discrete-time multi-agent systems with input and communication delays. Based on the frequency-domain analysis and matrix theory, a sufficient consensus tracking condition with less conservativeness was obtained under a topological directed graph. The simulation results were presented to show the effectiveness of the proposed method. Unlike consensus problems with input and communication delays, the same-matter consensus tracking problem was not only dependent on input delays but also dependent on communication delays.

**Key words:** multi-agent systems, consensus, communication delays, input delays

## 0 引言

**【研究意义】**在鸟群的列队飞行、鱼群的聚集游动、昆虫和微生物的集体觅食等自然现象中, 生物常常会表现出每个个体不具备的宏观、有序的群体智能行为。受此启发, 科学家把具有一定自主能力的实体定义为智能体, 而智能体之间通过信息传递进行交互作用, 实现单个智能体所不能完成的各种艰巨、复杂、精度要求高的任务。但是, 由于通信网络的不确定, 使得在信息交换中出现了大量的信息延迟和丢失现象, 导致多智能体系统协同问题变得复杂, 因此有必

收稿日期: 2017-09-11

修回日期: 2017-11-02

作者简介: 黄凌云(1978—), 女, 助理研究员, 主要从事多智能体一致性和分布式滤波研究。

\* 国家自然科学基金项目(61364002)和云南省教育厅科学研究基金项目(2016YJS020)资助。

\*\* 通信作者: 杨春曦(1976—), 男, 教授, 主要从事多智能体一致性、分布式滤波与融合研究, E-mail: yex2003@163.com。

要开展相关的研究。**【前人研究进展】**多智能体系统的一致性跟踪主要是通过智能体与其邻居或领航者之间进行信息交换,并按照设计的分布式一致性跟踪算法进行数据处理,使得所有智能体的状态能够跟踪领航者的实时动态<sup>[1-7]</sup>。Ren 等<sup>[8]</sup>通过把参考输入信号看成虚拟的领航者,并基于参考输入分别为定常信号和时变信号,给出能够使多智能体系统达到跟踪目标的连续跟踪算法。Xie 等<sup>[9]</sup>研究具有虚拟领航者和通信时延的二阶多智能体一致性跟踪问题。考虑在离散时间多智能体系统中,智能体之间存在通信带宽、能量约束和不可靠通信信道等问题的影响,因此 Ren 等<sup>[10-11]</sup>还研究了一阶多智能体系统的采样信号协调跟踪问题,并提出一种类似比例-微分(PI-like)的跟踪算法,用于跟踪具有时变时延的参考输入信号。实际上,多智能体系统中存在两类时延:智能体之间信息传输存在的随机时延称为通信时延;智能体本身存在的多个局部信息采集与计算导致的随机时延统称为输入时延。这两类时延的存在,导致很多不充分考虑时延的研究成果<sup>[12-15]</sup>保守性较大。Cui 等<sup>[16]</sup>,Ni 等<sup>[17]</sup>和 Xiao 等<sup>[18]</sup>进而研究了具有通信时变时延的离散时间多智能体系统的一致性跟踪问题。Tian 等<sup>[19]</sup>利用频域分析方法研究了同时具有通信时变时延和输入时延的离散时间多智能体系统的一致性跟踪问题,并得出系统一致性条件仅与输入时延有关,而与通信时延无关的结论。**【本研究切入点】**针对同时存在通信时变时延和输入时变时延的一阶离散时间多智能体系统,设计具有较小保守性的一致性跟踪协议,得到了该多智能体系统满足渐近一致性跟踪的充分条件。**【拟解决的关键问题】**证明具有两类时变时延的多智能体系统建模和渐近一致性跟踪充分条件,进而得到保守性更小的一致性跟踪条件。

## 1 多智能体系统建模

采用图论知识来简洁描述智能体之间信息交换的过程。令  $G = \{V, E, A\}$  表示一个加权有向图,其中  $V = \{v_1, \dots, v_N\}$  表示图  $G$  是由  $N$  个节点组成的集合,  $E \subseteq V \times V$  表示图  $G$  的边集合,所有节点的下标集合可以表示为  $I = \{1, 2, \dots, N\}$ ,图  $G$  的邻接矩阵为  $A = \{a_{ij}\} \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ ,其中矩阵元素  $a_{ij}$  为节点  $v_i$  与节点  $v_j$  之间的连接权重,当  $v_i$  可以获得  $v_j$  的信息时,取  $a_{ij} > 0$ ,否则  $a_{ij} = 0$ ,若节点  $v_i$  自身有反馈跟踪控制律时,则取  $a_{ii} > 0$ ,否则  $a_{ii} = 0$ 。定义节点  $v_i$  的邻居集合为  $N_i = \{v_j \in V: (v_i, v_j) \in E\}$ 。

考虑一阶离散时间多智能体系统模型:

$$x_i(k+1) = x_i(k) + u_i(k), \quad i \in I. \quad (1)$$

这里  $x_i \in \mathfrak{R}$  和  $u_i \in \mathfrak{R}$  分别为多智能体  $i$  的状态和输入控制信号。在研究中采用的离散跟踪控制律为

$$u_i(k) = -a_{ii}(x_i(k) - \alpha(k)) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}(x_j(k) - x_i(k)). \quad (2)$$

这里,  $N_i$  表示智能体  $i$  的邻居节点集合,  $a_{ij} > 0$  是有向图  $G = \{V, E, A\}$  的邻接矩阵  $A$  的矩阵元素,  $a_{ii} > 0$  为控制增益,  $\alpha(k)$  表示时变跟踪信号,当  $\alpha(k) = \alpha$  时,则为定常跟踪信号。

假定智能体  $i$  存在输入时延  $T_{ii}$ ,则系统(1)可改写为

$$x_i(k+1) = x_i(k) + u_i(k - T_{ii}), \quad i \in I. \quad (3)$$

令智能体本身的输入时延与智能体之间的通信时延之和为  $T_{ij}$ ,则具有时延的一致性跟踪算法为

$$u_i(k - T_{ii}) = -a_{ii}(x_i(k - T_{ii}) - \alpha(k)) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}(x_j(k - T_{ij}) - x_i(k - T_{ii})).$$

因为  $T_{ii} \leq T_{ij}$ ,为便于处理,在跟踪算法的一致性项中用  $x_i(k - T_{ij})$  替换  $x_i(k - T_{ii})$ ,则上式可改写为

$$u_i(k) = -a_{ii}(x_i(k - T_{ii}) - \alpha(k)) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}(x_j(k - T_{ij}) - x_i(k - T_{ij})). \quad (4)$$

令两类时变时延分别表示为  $T_{ii} = (m-1)T + \epsilon_1$ ,  $T_{ij} = (n-1)T + \epsilon_2$ ,式中  $T$  为采样周期,  $T_{ii} > 0$ ,  $T_{ij} > 0$ 。变量  $m$  和  $n$  均为非负整数,  $\epsilon_1, \epsilon_2 \in (0, T)$ 。则  $T_{ii}, T_{ij}$  可以近似转化为采样周期的整数倍,即  $T_{ii} = mT, T_{ij} = nT$ 。这里,  $m \leq n$ 。因此,(4)式的闭环系统可以写为

$$x_i(k+1) = x_i(k) - a_{ii}[x_i(k-m) - \alpha(k)] + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}[x_j(k-n) - x_i(k-n)], \quad i \in I. \quad (5)$$

为方便设计分布式一致性跟踪算法,介绍如下引理。

**引理 1(圆盘定理)**<sup>[20]</sup> 设  $A = (a_{ij})$  为任一  $N$  阶复数矩阵,则  $A$  的特征值都在复数平面上的  $N$  个圆盘

$$|z - a_{ii}| \leq R_i, \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

的并集内。这里的  $R_i = |a_{i1}| + |a_{i2}| + \dots + |a_{i,i-1}| + |a_{i,i+1}| + \dots + |a_{iN}|$ 。

**引理 2**<sup>[19]</sup> 以下不等式:

$$\frac{\sin\left(\frac{2D+1}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)} \leq 2D+1,$$

在  $D$  为非负整数和  $\omega \in [-\pi, \pi]$  时成立。

## 2 具有通信和输入时延的一致性跟踪算法

利用频域分析方法和矩阵理论,得到具有两类时

延的多智能体系统(5)渐近一致的充分条件。

**定理 1** 假设由  $N$  个智能体组成的多智能体系统(5),系统通信拓扑  $G = \{V, E, A\}$  为有向连通图,如果满足充分条件:

$$K_{ii}(2m+1) + K_{ij}(2n+1) < 2,$$

其中,  $K_{ii} = a_{ii}$  为智能体  $i$  的反馈增益,  $K_{ij} = \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}$  为智能体  $i$  的邻接加权和,则该多智能体系统能够实现渐近一致性跟踪。

**证明** 对(5)式进行  $z$  变换,可以得到:

$$zX_i(z) = X_i(z) - a_{ii}[z^{-m}X_i(z) - \alpha(z)] + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}[z^{-n}X_j(z) - z^{-n}X_i(z)], \quad (6)$$

其中,  $X_i(z)$  和  $\alpha(z)$  分别是  $x_i(k)$  和  $\alpha(k)$  的  $z$  变换形式。定义一个  $N$  维的正定矩阵  $\tilde{L}(z) = \{\tilde{l}_{ij}(z)\}$  如下:

$$\tilde{l}_{ij}(z) = \begin{cases} -a_{ij}z^{-n}, v_j \in N_i; \\ a_{ii}z^{-m} + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}z^{-n}, i=j; \\ 0, \text{others.} \end{cases}$$

令  $X(z) = [X_1(z), \dots, X_N(z)]^T, Q = \text{diag}(a_{11}, \dots, a_{NN})$ 。那么(6)式可以写成增广矩阵的形式:

$$zX(z) = X(z) + Q\alpha(z) - \tilde{L}(z)X(z),$$

以  $\alpha(z)$  为输入,  $X(z)$  为输出,则系统(6)的闭环特征方程为  $p(z) = \det [I + (1/(z-1))\tilde{L}(z)]$ 。根据稳定性定理,若能证明  $p(z)=0$  的所有特征根的模均小于 1,则该系统能够达到渐近一致。

由广义奈奎斯特稳定判据知,对于  $\omega \in [-\pi, \pi]$ , 当  $(1/(e^{j\omega}-1))\tilde{L}(e^{j\omega})$  的所有极点  $\lambda((1/(e^{j\omega}-1))\tilde{L}(e^{j\omega}))$  不包含点  $(-1, j0)$  时,  $p(z)=0$  所有根的模均小于 1。而根据引理 1,  $\lambda((1/(e^{j\omega}-1))\tilde{L}(e^{j\omega}))$  在以下  $N$  个圆盘的并集内:

$$D_i = \left\{ \xi - \frac{a_{ii}e^{-j\omega m} + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}e^{-j\omega n}}{e^{j\omega} - 1} \right\} \leq \sum_{v_j \in N_i} \left| \frac{a_{ij}e^{-j\omega n}}{e^{j\omega} - 1} \right|.$$

令  $K_{ii} = a_{ii}, K_{ij} = \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}$ 。定义

$$G_i(\omega) = \frac{K_{ii}e^{-j\omega m} + K_{ij}e^{-j\omega n}}{e^{j\omega} - 1}.$$

容易看出,  $G_i(\omega)$  是圆盘  $D_i$  的中心。那么对于  $\omega \in [-\pi, \pi]$ , 当  $a \geq 1$  时,点  $(-a, j0)$  不在圆盘  $D_i$  内。因此,当  $\omega \in [-\pi, \pi], a \geq 1$  时,以下不等式成立:

$$\left| -a + j0 - \frac{K_{ii}e^{-j\omega m} + K_{ij}e^{-j\omega n}}{e^{j\omega} - 1} \right| > \left| \frac{K_{ij}e^{-j\omega n}}{e^{j\omega} - 1} \right|.$$

根据以上不等式可以得到:

$$f(a) = \left| -a + j0 - \frac{K_{ii}e^{-j\omega m} + K_{ij}e^{-j\omega n}}{e^{j\omega} - 1} \right|^2 - \left| \frac{K_{ij}e^{-j\omega n}}{e^{j\omega} - 1} \right|^2 = \{4 \sin^2(\frac{\omega}{2})a^2 - 4[K_{ii} \sin(\frac{\omega}{2}) \sin(\frac{2m+1}{2}\omega) + K_{ij} \sin(\frac{\omega}{2}) \sin(\frac{2n+1}{2}\omega)]a + K_{ii}^2 + 2K_{ii}K_{ij} \cos[(n-m)\omega]\}/4\sin^2(\frac{\omega}{2}) > 0.$$

容易看出,  $f(a)$  是一个一元二次函数,其开口朝上。

为了说明  $f(a)$  和  $\omega \in [-\pi, \pi]$  之间的对应关系,令  $m=1, n=4, K_{ii}=0.1, K_{ij}=0.15$ ,且  $\omega$  的步长为 0.2 时,则两者的函数关系如图 1 所示。

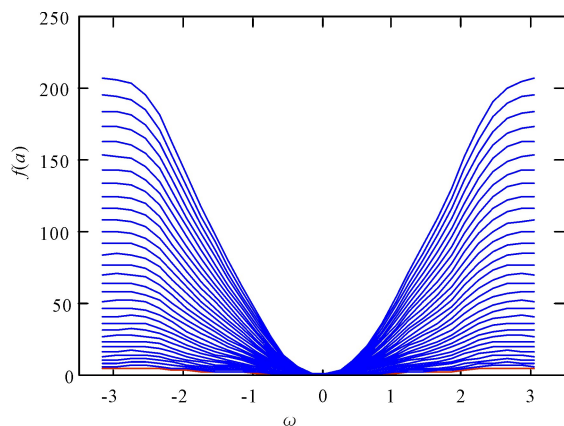


图 1  $f(a)$  与  $\omega$  的对应关系

Fig. 1 Relation curve between  $f(a)$  and  $\omega$

当  $|\omega|$  较小时,  $f(a)$  的值较小,反之则相应值较大;同时  $f(1)$  为该曲线族底部,即当  $a \geq 1$  时,  $f(a) > 0$ ,则  $f(1) > 0$ 。选择  $f'(1) > 0$ ,则有如下条件:

$$f'(1) = \frac{8 \sin^2(\frac{\omega}{2}) - 4 [K_{ii} \sin(\frac{\omega}{2}) \sin(\frac{2m+1}{2}\omega) + K_{ij} \sin(\frac{\omega}{2}) \sin(\frac{2n+1}{2}\omega)]}{4 \sin^2(\frac{\omega}{2})} = 2 - K_{ii} \frac{\sin(\frac{2m+1}{2}\omega)}{\sin(\frac{\omega}{2})} - K_{ij} \frac{\sin(\frac{2n+1}{2}\omega)}{\sin(\frac{\omega}{2})}$$

根据引理 2,可以得到  $\sin(\frac{2m+1}{2}\omega)/\sin(\frac{\omega}{2}) \leq 2m+1, \sin(\frac{2n+1}{2}\omega)/\sin(\frac{\omega}{2}) \leq 2n+1$ 。当  $\omega \in [-\pi, \pi]$  时成立,那么有

$$\frac{K_{ii} \sin(\frac{2m+1}{2}\omega) + K_{ij} \sin(\frac{2n+1}{2}\omega)}{\sin(\frac{\omega}{2})} \leq K_{ii}(2m+1) + K_{ij}(2n+1) < 2.$$

即如果满足此条件约束,多智能体系统(5)能够实现渐近一致跟踪。

**注意 1** 定理 1 同样适用于仅具有单时变时延的情况,令  $m=0$ ,则仅考虑通信时延,令  $m=n$ ,则仅考虑输入时延,令  $n=m=0$ ,则不考虑时延。

考虑到定理 1 是在假设  $f(1) > 0, f'(1) > 0$  同时成立的条件下,仅根据  $f'(1) > 0$  得到的不等式条件。实际上,由于  $\omega \in [-\pi, \pi]$  的影响,特别是在输入时延和通信时延  $m, n$  较大的时候,会出现在  $f'(1) > 0$  的情况下,  $\omega \in (0, 1)$  中的少部分值使得  $f(1) < 0$ ,具体情况如图 2 所示。这里  $m=1-n=6$  表示输入时延为  $m=1$ ,输入与网络通信综合时延为  $n=6$ 。

由图 2 知,在满足定理 1 条件的前提下,部分满足  $f(1) < 0$  条件的多智能体仍然能够达到渐近一致跟踪,如第 5、第 7 条函数曲线。只有当  $f(1)$  的最小值小于一定的界限,多智能体系统跟踪曲线才会发散。

所以针对定理 1,有如下推论。

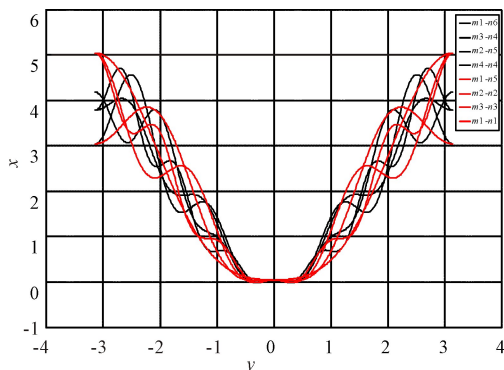


图 2  $\omega = -\pi : 0.2 : \pi$  时  $f(1)$  的函数曲线

Fig. 2 Function curve of  $f(1)$  with  $\omega = -\pi : 0.2 : \pi$

**推论 1** 假设由  $N$  个智能体组成的体系系统(5),通信拓扑  $G = \{V, E, A\}$  为有向连通图,如果满足充分条件:

$$\begin{cases} 4\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right) - 4\left[K_{ii}\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)\sin\left(\frac{2m+1}{2}\omega\right) + K_{ij}\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)\sin\left(\frac{2n+1}{2}\omega\right)\right] + K_{ii}^2 + 2K_{ii}K_{ij}\cos[(n-m)\omega] > -\zeta, \\ K_{ii}(2m+1) + K_{ij}(2n+1) < 2. \end{cases}$$

其中,  $\zeta \in \mathbb{R}^+, \omega \in [-\pi, \pi], m \leq n$ 。其他符号与定理 1 相同,则系统(5)的能够实现渐近一致跟踪。

### 3 仿真实例

**例** 考虑由 6 个智能体组成的多智能体系统,其信息交换拓扑如图 3 所示。各权值系数分别为  $a_{11} =$

$a_{22} = \dots = a_{66} = 0.1, a_{12} = 0.1, a_{16} = 0.05, a_{23} = 0.15, a_{36} = 0.1, a_{43} = 0.05, a_{45} = 0.1, a_{56} = 0.15, a_{62} = 0.15$ 。节点 0 为跟踪信号,对应的虚线连接表示与其连接的智能体能够收到跟踪信号。各智能体的初始状态设为  $x(0) = (8, 6, 5, 3, 0, -2)^T$ 。

当定常参考信号  $\alpha(k) = 2$  和时变参考信号  $\alpha(k) = \sin(k) + 2$  时,首先考虑所有智能体均能收到跟踪信号,其仿真结果如图 4~6 所示。仿真表明,在满足定理 1 的条件下,系统的一致性跟踪问题能得到很好的解决;同时根据推论 1,得到在这种情形下的最小界限值为  $\zeta = 0.0056$ 。图 5 显示,在不满足定理 1 的条件下,系统是发散的,不能做到渐近一致跟踪。

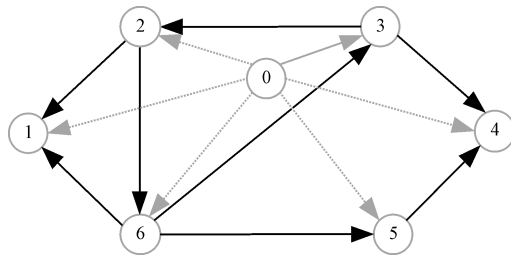


图 3 多智能体系统通信拓扑

Fig. 3 Communication Topologies among MASs

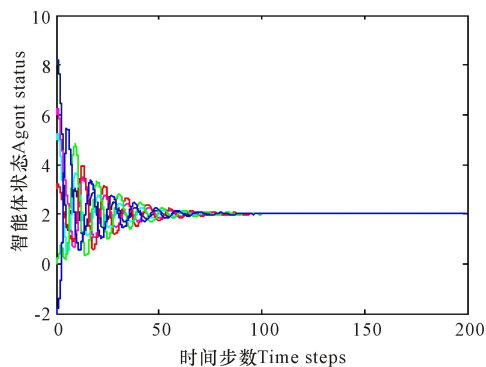


图 4  $m=1, n=4, \alpha(k)=2$  时仿真跟踪效果

Fig. 4 Tracking effect with  $m=1, n=4, \alpha(k)=2$

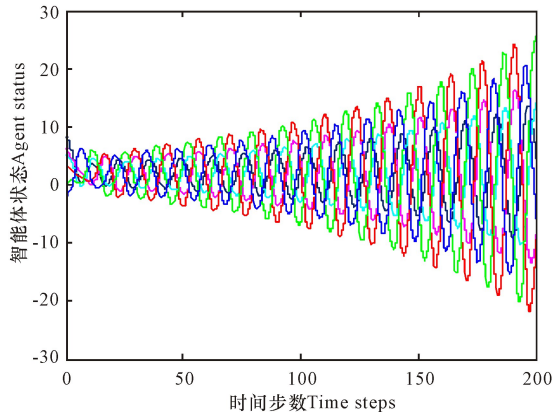


图 5  $m=1, n=6, \alpha(k)=2$  时仿真跟踪效果

Fig. 5 Simulation tracking effect with  $m=1, n=6, \alpha(k)=2$

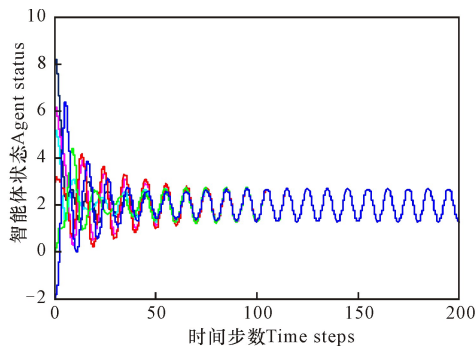


图6  $m = 1, n = 4, \alpha(k) = \sin(k) + 2$  时仿真跟踪效果

Fig. 6 Simulation tracking effect with  $m = 1, n = 4,$

$\alpha(k) = \sin(k) + 2$

## 4 结论

在多智能体系统同时存在时变通信时延与输入时延的情况下,推导出使得该系统达到渐近一致性跟踪的充分条件,为有效解决一阶离散多智能体系统的定常跟踪和时变跟踪问题提供一种可行性方法。与常规的一致性跟踪协议相比,本研究提出的协议中没有将输入时延做简化处理,从而减少了系统的保守性。同时也得出了多智能体一致性跟踪问题不仅与通信时延有关,也与输入时延有关的结论。仿真结果表明,只要选择合适的参数,多智能体系统便可以很好地实现对定常或时变参考信号的一致性跟踪。

### 参考文献:

[1] 杨亚桥,吴晓锋,林茜.多智能体离散时间一致性跟踪研究[J].华中科技大学学报:自然科学版,2011,39(10):69-72.  
YANG Y Q, WU X F, LIN X. Discrete-time consensus tracking in multi-agent systems[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science, 2011, 39(10): 69-72.

[2] SHEN Q K, JIANG B, SHI P, et al. Cooperative adaptive fuzzy tracking control for networked unknown nonlinear multiagent systems with time-varying actuator faults[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2014, 22(3): 494-504.

[3] REN H W, DENG F Q, PENG Y J, et al. Exponential consensus of non-linear stochastic multi-agent systems with ROUs and RONs via impulsive pinning control[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(2): 225-236.

[4] WANG X S, YU M, LIU S. Event-triggered tracking control for second-order multi-agent systems with fixed and switching topologies[C]. International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. IEEE, 2016: 1-6.

[5] LI L, FANG H J. Bounded consensus tracking for second-order multi-agent systems with communication delay and sampled information[C]. Proceedings of International Conference on Modelling, Identification & Con-

trol. IEEE, 2012: 584-589.

[6] XU X R, HONG Y G. Leader-following consensus of multi-agent systems over finite fields[C]. Decision and Control. IEEE, 2014: 2999-3004.

[7] WANG H, YU W W, WEN G H, et al. Fixed-time consensus tracking of multi-agent systems under a directed communication topology[C]. IEEE International Conference on Control and Automation. IEEE, 2016: 186-191.

[8] REN W, BEARD R W. Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control-theory and application[M]. Springer Publishing Company, 2008.

[9] XIE D M, CHENG Y L. Consensus tracking control of multi-agent systems with an active virtual leader: Time delay case[J]. IET Control Theory & Applications, 2014, 8(17): 1815-1823.

[10] REN W, CAO Y. Distributed coordination of multi-agent Networks: Emergent problems, models, and issues [M]. Logan Utah: Springer Publishing Company, 2011.

[11] REN W. Multi-vehicle consensus with a time-varying reference state[J]. Systems & Control Letters, 2007, 56(7): 474-483.

[12] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.

[13] NI W, CHENG D S. Leader-following consensus of multi-agent systems under fixed and switching topologies[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(3): 209-217.

[14] HU J P, YUAN H W. Collective coordination of multi-agent systems guided by multiple leaders[J]. Chinese Physics B, 2009, 18(9): 3777-3782.

[15] HONG Y G, HU J P, GAO L X. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology [J]. Automatica, 2006, 42(7): 1177-1182.

[16] CUI B, MA T D, LEWIS F L, et al. Distributed adaptive consensus control of heterogeneous multi-agent chaotic systems with unknown time delays [J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(16): 2414-2422.

[17] NI J K, LIU L, LIU C X, et al. Fixed-time leader-following consensus for second-order multi-agent systems with input delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(11): 8635-8646.

[18] XIAO F, WANG L. Consensus protocols for discrete-time multi-agent systems with time-varying delays[J]. Automatica, 2008, 44(10): 2577-2582.

[19] TIAN Y P, LIU C L. Consensus of multi-agent systems with diverse input and communication delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(9): 2122-2128.

[20] 罗家洪,方卫东.矩阵分析引论[M].广州:华南理工大学出版社,2006.  
LUO J H, FANG W D. Introduction to matrix analysis [M]. Guangzhou: South China University of Technology Press, 2006.

(责任编辑:米慧芝)