

大规模多目标进化优化算法研究进展^{*}

谢承旺^{**}, 龙广林, 程文旗, 郭 华

(南宁师范大学计算机与信息工程学院, 广西南宁 530000)

摘要: 现实中存在许多大规模多目标优化问题(Large-scale Multi-objective Optimization Problem, LSMOP), 它们对传统的多目标进化算法(Multi-objective Evolutionary Algorithm, MOEA)提出了挑战, 有关 LSMOP 的研究已成为多目标优化领域的研究热点之一。本文系统分析了近年来提出的各种大规模多目标进化优化算法(Large-scale Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm, LSMOEA), 根据这些算法的主要思想和技术特点将它们粗略地分成 4 种类型, 即基于协同进化(Cooperative Coevolution, CC)、基于决策变量分析、基于问题重构以及其他方法, 并对今后 LSMOP 的研究方向提出建议, 以期将 LSMOP 的研究引向深入。

关键词: 大规模多目标优化 进化算法 协同进化 决策变量分析 变量分组

中图分类号: TP181 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2020)06-0600-09

DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.20210119.002

0 引言

现实中存在大量需要同时优化多个目标的问题, 它们通常被称为多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problem, MOP)。MOP 中各目标之间通常是相互冲突的, 因此 MOP 一般不存在能同时优化多个目标的唯一最优解, 而往往是一组折中的解, 即 Pareto 解集^[1]。因为 MOP 模型的复杂性使得经典的数学解析方法无法有效地求解, 所以研究者尝试采用一些元启发方法求解 MOP。进化算法(Evolutionary Algorithm, EA)是一类基于群体搜索的随机优化方法, EA 运行一次可以获得一组解, 而且对待

解问题的数学性质不做严格假设, 因而被广泛地应用于求解各种类型的 MOP, 并因此产生了许多经典的多目标进化算法(Multi-objective Evolutionary Algorithm, MOEA)。

近年来随着社会经济的高速发展, 一些更为复杂的 MOP 不断涌现, 这些 MOP 通常从两个方面进行扩展: 一方面, MOP 的目标数目越来越大, 这使得 MOP 扩展成高维多目标优化问题(Many-objective Optimization Problem, MaOP, 一般指目标数目大于等于 4); 另一方面, MOP 的决策变量数目越来越多, 这使得 MOP 扩展成大规模多目标优化问题(Large-scale Multi-objective Optimization Problem,

^{*} 国家自然科学基金项目(61763010), 广西创新驱动重大专项(AA18118047)和广西研究生教育创新计划项目(YCSW2019182, YCSW2020194)资助。

【作者简介】

谢承旺(1974—), 男, 教授, 主要从事智能计算与多目标优化等研究, E-mail: chengwangxie@163.com。

【**通信作者】

【引用本文】

谢承旺, 龙广林, 程文旗, 等. 大规模多目标进化优化算法研究进展[J]. 广西科学, 2020, 27(6): 600-608.

XIE C W, LONG G L, CHENG W Q, et al. Research Progress on Large-scale Multi-objective Evolutionary Optimization Algorithm [J]. Guangxi Sciences, 2020, 27(6): 600-608.

LSMOP,一般指决策变数的数目超过100)。需要指出的是,国内外学者对高维多目标进化算法(Many-objective Evolutionary Algorithm, MaOEA)及其研究综述已不少见^[2],但对于大规模多目标进化优化算法(Large-scale Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm, LSMOEA)的研究较少,特别是关于LSMOEA研究综述的论文更是少见,这种状况显然不利于研究者对LSMOP开展深入研究。基于此,本文系统整理了已有关于LSMOP的文献,对求解LSMOP的多种方法进行分门别类,概括各类方法的主要思想和技术特点,指出当前研究LSMOP存在的不足,并对今后LSMOP的研究方向给出建议。

1 大规模多目标优化问题相关概念

不失一般性,以最小化问题为例,一个具有 n 个决策变量和 m 个目标的MOP可形式化定义如下:

$$\begin{cases} \min & F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)) \\ \text{s. t.} & g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, q \\ & h_j(x) = 0, j = 1, 2, \dots, p \end{cases}, \quad (1)$$

其中, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ 是 n 维的决策向量, $x_i \in [x_{i,\min}, x_{i,\max}]$, $i \in (1, 2, \dots, n)$, 而 $x_{i,\min}$ 和 $x_{i,\max}$ 分别为决策变量 x_i 的下界和上界。对于LSMOP而言,决策向量的维度 n 通常大于100。 $F(x)$ 包含 m 个相互冲突的目标,且 $F(x) = (y_1, y_2, \dots, y_m) \in \Lambda \subseteq \mathbb{R}^m$ 。 $g_i(x)$ 是MOP的第 i 个不等式约束, q 为不等式约束的数目。 $h_j(x)$ 是MOP的第 j 个等式约束, p 为等式约束的数目。

以下在式(1)的基础上给出与LSMOP密切相关的若干定义:

定义1(Pareto支配) 假设 x 和 y 是MOP的可行解,称 x Pareto支配 y (记作 $x < y$),当且仅当 $\forall i \in [1:m]: f_i(x) \leq f_i(y) \wedge \exists j \in [1:m]: f_j(x) < f_j(y)$ 成立。

定义2(Pareto最优解) 对于决策空间 Ω 中的任一点 x^* ,若在 Ω 中不存在 Pareto支配 x^* 的解向量,则称 x^* 为 Pareto最优解,即 $\neg \exists x \in \Omega: x < x^*$ 。

定义3(Pareto最优解集) 决策空间 Ω 中所有 Pareto最优解构成的集合称为 Pareto最优解集(PS),即 $PS = \{x^* \in \Omega | \neg \exists x \in \Omega: x < x^*\}$ 。

定义4(Pareto前沿) Pareto最优解集PS对应的目标向量的集合称为 Pareto前沿(PF),即 $PF =$

$\{F(x^*) | x^* \in PS\}$ 。

定义5(可分离函数^[3]) 如果 $f(x)$ 被称为可分离函数,当且仅当 x 中每一个决策变量 $x_i(i=1, \dots, n)$ 均可独立优化,即

$$\arg \min_{(x_1, \dots, x_n)} f(x_1, x_2, \dots, x_n) = [\arg \min_{x_1} f(x_1, \dots, x_1, \dots, x_n), \dots, \arg \min_{x_i} f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n), \dots, \arg \min_{x_n} f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)], \quad (2)$$

否则, $f(x)$ 被称为不可分离函数。

定义6(变量依赖^[4]) 设决策变量 x_i 和 x_j 是相互依赖的变量,则存在决策向量 x, a_1, a_2, b_1 和 b_2 满足:

$$\begin{aligned} f(x) |_{x_i=a_2, x_j=b_1} &< f(x) |_{x_i=a_1, x_j=b_1} \wedge \\ f(x) |_{x_i=a_2, x_j=b_2} &> f(x) |_{x_i=a_1, x_j=b_2}, \end{aligned} \quad (3)$$

这里 $f(x) |_{x_i=a_2, x_j=b_1} \triangleq f(x_1, \dots, x_{i-1}, a_2, \dots, x_{j-1}, b_1, \dots, x_n)$ 。

2 大规模多目标进化优化算法分类

现实中存在大量的LSMOP,例如投资组合优化问题^[5]、车辆路径问题^[6]、资源分配问题^[7]等,这些应用问题通常具有大量的决策变量,而且决策变量之间尚存在依赖性,这些特征对MOEA的解题能力提出了巨大的挑战,而有关LSMOP的研究也已成为当前多目标优化领域研究的热点之一。

迄今为止,研究者根据LSMOP的特征,基于不同的视角和背景提出了若干解决LSMOP的LSMOEA。以下根据LSMOEA的主要思想和技术特点将它们粗略地分成4种类型:1)基于协同进化(Cooperative Coevolution, CC)的方法;2)基于决策变量分析的方法;3)基于问题重构的方法;4)其他方法。

2.1 基于协同进化的LSMOEA

自然界中,协同进化是指不同的物种在进化过程中相互作用、互相适应、共同进化的过程。Potter等^[8]首先提出将进化算法与CC相结合的方法,该方法采用固定的分组策略将决策变量分为较小的子种群,然后利用进化算法实施优化。在LSMOP中,由于决策变量的数目众多,如何对决策变量进行适当分组,将每个组视为一个独立的种群参与协同进化过程,是这类算法的核心思想。

不难发现,关于决策变量的分组方法是该类算法的重要技术特点。目前经典的变量分组策略主要有如下4种类型:

1) 随机分组(Random Grouping)^[9]: 将 n 个决策变量随机分配到 S 个规模相等的组中。

2) 线性分组(Linear Grouping)^[10]: 将 n 个决策变量按自然顺序分成 S 个规模相同的组, 即第一组为 $\{x_1, x_2, \dots, x_{n/S}\}$, 第二组为 $\{x_{n/S+1}, \dots, x_{2n/S}\}$, 以此类推。

3) 有序分组(Ordered Grouping)^[11]: 对于一个选定的解, 将决策变量按绝对值升序排序, 将绝对值最小的 n/S 个决策变量分成一组, 以此类推。

4) 差分分组(Differential Grouping)^[12]: 在执行分组时先检测决策变量之间的相互作用, 将具有相互作用的决策变量分到同一组。

其中, 前 3 种分组机制未使用任何关于目标函数的信息, 而差分分组则包含一个基于问题分析的机制。

Antonio 等^[13]于 2013 年提出一种基于协同进化策略的大规模多目标优化进化算法 CCGDE3, 该算法采用随机分组策略, 将决策变量随机地划分成多个子种群, 利用快速非支配排序方法获得每个子种群的最优非支配解, 由此获得最终解集。CCGDE3 将协同进化方法和广义差分进化相结合, 有效地解决了具有 200—500 个决策变量的 LSMOP。但需指出的是, 由于决策变量之间并非都是相互独立的关系, CCGDE3 的分组策略没有对决策变量进行分析, 利用该算法解决一些具有复杂关系变量的 LSMOP 时, 可能无法获得较好的性能。

2016 年, Antonio 等^[14]提出一种新颖的基于分解的方法解决 LSMOP 的算法, 即 MOEA/D², 该算法在 CCGDE3 的基础上利用随机分组和协同进化方法改善 MOEA/D 在求解 LSMOP 时的性能。MOEA/D² 对 LSMOP 的目标空间和决策空间进行分解, 实验结果表明, 该算法在求解决策变量数目在 200—1 200 的 DTLZ 测试问题上具有较好的性能, 其效果优于 MOEA/D 和 GDE3。但是这种方法需要进一步考虑如何以较低的计算开销获得一组均匀分布的权重向量, 以及发展更高效的决策空间分解技术。

Li 等^[15]利用一种快速识别变量相互依赖关系的方法对决策变量进行分组, 提出一种新的基于协同进化的大规模多目标进化优化方法 CCLSM, 用以解决 LSMOP。CCLSM 中快速识别相互依赖关系的方法首先识别可分离变量和不可分离变量, 其次识别不可分离变量之间的相互依赖信息。CCLSM 将协同进

化机制和变量分组方法相结合, 并且使用交互的分组策略。必须指出, 尽管很多算法都利用了协同进化机制和分组策略来解决 LSMOP, 但一些高效的变量分组策略和协同进化机制等亟待发展。

2019 年, Basu 等^[16]针对 LSMOP 中决策变量之间具有可分离和不可分离的特点, 提出 MOEA/D (s&ns), 该算法将协同进化方法和 MOEA/D-DE 相结合, 利用协同进化方法将决策变量划分成较小规模的子种群, 然后利用 MOEA/D-DE 对各子种群进行优化。

上述 LSMOEA 的共同特点是利用协同进化的机制, 而它们采用的变量分组策略则不尽相同。值得一提的是, CCLSM 中利用大规模单目标优化中的快速依赖识别方法, 显著增强了算法的性能。

2.2 基于决策变量分析的 LSMOEA

为应对决策空间维度不断增大带来的“维数灾难”问题, 研究者通过对决策变量进行分析, 挖掘决策变量与优化问题之间的相关性, 即通常意义上的收敛性相关、多样性相关和收敛性-多样性相关, 然后选择合适的策略对决策变量进行优化。

Ma 等^[17]在 2016 年提出一种基于决策变量分析的大规模多目标进化优化算法 MOEA/DVA, 该算法进一步研究决策变量的关系以及决策变量对目标函数的影响。在 MOEA/DVA 中, 对决策变量的分析包括控制变量分析和变量关联性分析。在控制变量分析中, 算法将决策变量划分为位置变量、距离变量和混合变量(即与收敛性和多样性均相关的变量); 变量关联性分析则每次通过分析随机的两个决策变量之间的相关性, 从而进行分组。MOEA/DVA 根据决策变量的相关性, 以及它们对优化问题的收敛性和多样性方面的影响对决策变量进行分组, 使得该算法在解决某些 LSMOP 上具有较好的性能。但不可忽视的是, MOEA/DVA 需要进行大量的适应度评价, 增加了计算开销, 而且该算法在混合变量较多的 LSMOP 上性能较差, 因此如何更好地处理混合变量, 以及更有效地分配计算资源是这种算法尚待解决的问题。

Song 等^[18]发展了一种随机的动态分组策略(Random-based Dynamic Grouping, RDG), 他们将 RDG 与 MOEA/D 框架相结合, 提出新算法 MOEA/D-RDG。该算法在求解具有 800—1 000 个决策变量的 UF 和 WFG 系列测试问题上表现出较好的性能。RDG 方法的主要特点有 3 个: 1) 将变量依赖作为局

部信息,而非全局信息;2)动态地确定每个分组的变量,而且分组的大小也是根据分解池动态确定;3)利用 C-metric 计算相对性能改善,并设置一个性能改进表记录各分组大小引起的性能变化。相比于 MOEA/DVA, MOEA/D-RDG 采用 RDG 方法处理 LSMOP,而且分组不需要额外的函数评估,所以可以将更多的计算资源用于种群的进化优化,改进算法的性能。值得注意的是,采用动态分组策略是未来设计 LSMOEA 值得参考的思路。

Zhang 等^[19]在 2016 年提出一种大规模高维多目标进化优化算法 LMEA,该算法与 MOEA/DVA 的思想有类似之处,即二者都根据决策变量的控制属性将它们分成收敛性相关变量和多样性相关变量,而且都需要大量的函数评估。不同的是,LMEA 利用基于角度的聚类分析方法对决策变量的属性进行分析,并且分别用收敛性优化策略和多样性优化策略对两类变量进行优化。虽然 LMEA 较之 MOEA/DVA 在决策变量分析上的计算代价有所降低,但它所需的计算资源仍随决策变量数目的增多而急剧增加,而且对决策变量分类以及变量之间的交互分析亦成为影响该算法时间复杂性的重要因素。

Cao 等^[20]在 2020 年提出一种基于图的多目标带偏移的差分分组方法,即 mogDG-shift,该方法通过分析决策变量的属性并检测决策变量之间的相互作用,从而根据变量的属性和相互作用对决策变量进行分组。与 MOEA/DVA 的 DVA 方法相比,mogDG-shift 对决策变量分析和分组的方法更为优越,它的分组精度要远优于 DVA。未来 mogDG-shift 可结合协同进化框架进一步提高算法的优化性能。

2018 年,Chen 等^[21]在协方差矩阵自适应进化策略 CMA-ES 的基础上,提出一种可扩展小种群的协方差矩阵自适应进化策略求解 LSMOP 的新算法,即 S^3 -CMA-ES。与 MOEA/DVA 类似, S^3 -CMA-ES 将决策变量分为收敛性相关变量和多样性相关变量,并基于变量的相互作用,进一步将收敛性相关变量分成多个子组。 S^3 -CMA-ES 中每个子种群只收敛到一个解,多个子种群同时进化才收敛到一组近似 Pareto 最优解。与 MOEA/DVA 和 LMEA 类似, S^3 -CMA-ES 也依赖于决策变量分析,从而使得计算开销急剧增加。

在云计算启发下,Cao 等^[22]于 2017 年提出一种基于消息传递接口(Message Passing Interface, MPI)的分布式并行协同进化的多目标优化算法

DPCCMOEA,该算法利用改进的变量分析方法将决策变量分成若干组,每组由一个子种群进行优化,然后再将每个子种群进一步分成若干组。DPCCMOEA 在 MPI 机制的基础上,构造了两层 MPI 并行结构,相比于 CCGDE3 和 MOEA/DVA, DPCCMOEA 减少了时间消耗并获得较优的解题效果。受 DPCCMOEA 的启发,未来可利用分布式方法解决 LSMOP,以减少计算开销。

2018 年,Chen 等^[23]提出一种并行进化算法(Parallel Evolutionary Algorithm, PEA)用于求解 LSMOP。PEA 设计了一个并行框架,较好地消除进化过程中各个子进程之间的依赖关系,增强算法的并行性。PEA 分离收敛性和多样性,其中当多样性保持固定时,每个子种群仅优化收敛性相关变量,从而达到在不通信情况下实现收敛。基于并行进化算法的框架,如何利用“云”的思想自适应地分配计算资源将是一个颇具吸引力的研究课题。

2.3 基于问题重构的 LSMOEA

除上述利用协同进化方法和决策变量分析方法处理 LSMOP 外,近来利用问题重构(Problem Transformation, PT)的方法处理 LSMOP 成为新的研究热点。

Zille 等^[24]在 2017 年提出一种加权优化框架(Weighted Optimization Framework, WOF),通过变量分组和加权实施对原始优化问题的转化(问题重构)。其核心思想在于利用分组策略将变量分成若干组,每一组变量关联一个权重,即同组内的决策变量具有相同的权重,从而把对大规模决策变量的优化转换为对较低维度权重向量的优化,实现对搜索空间的降维。基于 WOF 的问题重构虽然有效降低了决策空间的维度,但其在考虑权重变量相关性方面存在不足,而且在重构策略上比较依赖分组技术。在利用重构方法处理 LSMOP 中,发展更有效的决策变量分组方法和问题转换策略需要进一步研究。

由于随机嵌入(Random Embedding, RE)技术^[25,26]在大规模单目标优化问题中的有效性,Qian 等^[27]提出一种基于随机嵌入的大规模多目标进化优化算法 ReMO,该算法对那些只有少数决策变量对目标函数有贡献的问题(即低有效维度问题)较为有效,它可以将任意无梯度的多目标优化算法进行扩展,用于求解具有低有效维度的大规模非凸多目标优化问题。值得注意的是,ReMO 在保持 Pareto 前沿、降低时间复杂性和旋转扰动不变性(即旋转扰动的鲁

棒性)等方面具有良好的性质。因为 ReMO 无需对决策变量进行分析,大幅减少了函数评估的时间开销,所以该算法成为一种颇具前景的 LSMOEA。但需要指出的是,ReMO 仅在 ZDT 测试问题上进行实验,尚需在更多、更困难的 LSMOP 上检验该算法的性能。

受 WOF 中转换策略的启发,He 等^[28]在 2019 年提出一种利用问题重构加速大规模多目标优化的框架 LSMOF,其主要思想是利用问题重构直接跟踪 Pareto 最优解。LSMOF 利用权重向量降低原始问题决策空间的维度,采用指标函数对目标空间进行缩减。具体地,LSMOF 首先将候选参考解与一组决策向量相关联,实现对决策空间的重构,从而确定 Pareto 最优解集的位置;其次,LSMOF 将 LSMOP 转化成低维单目标优化问题,并且利用基于性能指标的适应度赋值策略对单目标优化问题进行优化。对比一些代表性 LSMOEA,如 MOEA/DVA 和 WOF,LSMOF 收敛速度更快,消耗计算资源更少。需要指出的是,将 LSMOF 与云计算相结合以提高算法的效率亦是一个值得关注的问题。

2.4 其他方法

受 SMS-EMOA^[29]的启发,Hong 等^[30]在 2018 年提出一种基于双重局部搜索(Dual Local Search)的多目标进化算法 DLS-MOEA。该算法利用局部搜索增加种群多样性,利用指标方法增强算法的收敛性,该算法在决策变量数目高达 8 192 个的 WFG 测试问题上取得显著较优的性能。一方面,DLS-MOEA 并未使用变量分组机制,减少了用于获取变量交互信息的计算开销;另一方面,DLS-MOEA 比较依赖性能评估指标的选择。但 DLS-MOEA 并没有在较多的 LSMOP 上进行实验,其求解更复杂 LSMOP 的能力尚待进一步验证。

2016 年,Zille 等^[31]研究变异算子在分组变量中的作用及其对大规模多目标优化的影响,他们在多项式变异的基础上引入 3 种新的变异方法,即联结多项式变异(Linked Polynomial Mutation)、分组多项式变异(Grouped Polynomial Mutation)、分组和联结多

项式变异(Grouped and Linked Polynomial Mutation),实验结果表明,新的变异算子在大规模 WFG 测试问题上表现出较好的性能。

Tian 等^[32]在 2019 年提出一种用于求解大规模稀疏多目标优化问题的进化算法 SparseEA,该算法考虑了 LSMOP 的 Pareto 最优解的稀疏性(即最优解的大部分决策变量为 0),设计了一种新的种群初始化方法和新的进化算子,用于保证生成解的稀疏性。需要指出的是,该文献中精心设计了一组测试问题集 SMOP1-8,用于评估算法的性能,实验表明 SparseEA 在求解大规模稀疏多目标优化问题时较之其他的算法具有显著的性能优势。

鉴于 LSMOEA 在求解大规模稀疏多目标优化问题时尚有较大的改进空间,Tian 等^[33]在 2020 年提出一种通过学习 Pareto 最优子空间来求解大规模稀疏多目标优化问题的算法,即 MOEA/PSL。该算法通过使用受限玻尔兹曼机(Restricted Boltzmann Machine,RBM)和去噪自动编码器(Denoising Autoencoder,DEA)对 Pareto 子空间进行学习,其原理在于通过表示 RBM 和 DEA 的隐藏层减少决策变量的数目;MOEA/PSL 还采用一种参数自适应策略确定在 Pareto 最佳子空间中生成子代个体的比例和隐藏层的大小。实验结果表明,在求解大规模稀疏多目标优化问题时学习 Pareto 最优子空间非常重要^[33]。

Liang 等^[34]在 2020 年提出一种基于 RVEA 框架的算法,即 MOEA-CSOD,该算法将 RVEA 与分布式对抗网络(Distribution Adversarial Networks,DAN)相结合,利用 RVEA 中的参考向量引导种群进化,利用 DAN 的分布式神经网络对抗性训练框架快速生成收敛性较好的解个体。实验表明 MOEA-CSOD 在 LSMOP 测试上具有较好的性能^[34],但该算法在部分测试问题上表现出个体较少以及 DAN 过拟合的问题,因此 MOEA-CSOD 尚需进一步完善。

表 1 列出了近年来具有代表性的 LSMOEA 类型、提出年份、LSMOP 决策变量的数目、LSMOP 目标数目以及算法所使用的测试函数等信息。

表 1 代表性大规模多目标进化算法

Table 1 Some representative Large-scale Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm (LSMOEA)

类型 Types	发表年份 Year of publication	LSMOEA	决策变量数 Number of decision variables	目标数目 Number of objectives	使用的测试函数 Test function used
基于协同进化 Based on cooperative co-evolution	2013	CCGDE3	200—5 000	2	ZDT1-3, 6
	2016	MOEA/D ²	200—1 200	3	DTLZ1-7
	2019	MOEA/D(s&.ns)	200—300	2—3	ZDT1-3, LSMOP1, 5, 9
	2018	CCLSM	100—300	2—10	WFG2-3, UF5, LSMOP1, 5, 9
基于决策变量分析 Based on decision variable analysis	2016	MOEA/DVA	24—1 000	2—3	UF1-10, WFG1-9, DTLZ1, 3
	2016	MOEA/D-RDG	800—1 000	2—3	UF1-10, WFG1-9
	2016	LMEA	100—5 000	3—10	DTLZ1-7, WFG3, UF9, 10, LSMOP1-9
	2020	CCNSGA-II-DE CCMOEA/D-DE	200—300	2—3	DTLZ1-7, WFG1-9, LSMOP1-9
	2018	S ³ -CMA-ES	500—1 500	5—15	LSMOP1-9
	2017	DPCCMOEA	1 000	3	DTLZ1-7, WFG1-9
	2018	PEA	307—1 039	3—10	LSMOP1-3, MaF1-7
	2017	WOF	200—5 000	2—3	ZDT1-6, DTLZ1-7, WFG1-9, UF1-10
基于问题重构 Based on problem reconstruction	2017	ReMO	10 000	2	Modified ZDT1-3
	2019	LSMOF	200—5 000	2—3	DTLZ1-7, LSMOP1-9, WFG1-9
	2018	DLS-MOEA	1 024—8 192	2	ZDT4, DTLZ1, 3, 6
其他方法 Other methods	2016	v-NSGA-II, v-SMPSO	1 000	2	WFG1-9
	2019	SparseEA	100—1 000	2	SMOP1-8
	2020	MOEA/PSL	1 000—10 000	2	SMOP1-8, FS3, IS3, NN3, CD3, CN3, SR3, PM3, PO3
	2020	MOEA-CSOD	300—1 000	3—10	LSMOP1-9

3 展望

LSMOP 在现实中广泛存在, 例如电力系统设计问题^[35]、投资组合优化问题^[5]、车辆路径问题^[6]、资源分配问题^[7]、距离最小化问题^[36]和软件项目调度问题^[37]等, 这些实际应用问题的决策变量数目一般较多, 有的甚至高达 1 000 维以上; 另外, 决策变量之间通常还存在复杂的依赖关系。由此可见, 设计能有效求解 LSMOP 的算法在理论和应用上具有重要

意义。

迄今为止, 虽然研究者基于不同的视角提出了多种 LSMOEA, 且在一些 LSMOP 测试上进行实验并取得较好的结果, 但有关 LSMOEA 的研究仍处于起步阶段, 未来可以从以下 6 个方面进一步开展深入的研究:

1) 设计更加有效的决策变量分组机制。变量分组是 LSMOEA 中重要的部件, 已有决策变量分组的方法有的是从大规模单目标优化中沿用过来, 有的是

新发展的变量分组方法,但这些分组方法大多需要大量的函数评估用于发现决策变量之间的依赖信息,增加了算法的时间开销。未来需要进一步发展更加高效的分组策略以提升 LSMOEA 的性能。

2) LSMOP 同时具有高维决策空间和高维目标空间,探索两个高维空间之间的关联性以及问题依赖性可能是设计新的 LSMOEA 的着力点之一。

3) 目前用于测试和验证 LSMOEA 性能的主要有 ZDT^[38]、DTLZ^[39]、WFG^[40]、UF^[41] 和 LSMOP^[42] 等系列的测试函数,这些测试函数原来大多数是用于测试多目标/高维多目标优化算法的性能,鉴于 LSMOP 复杂的决策空间,需要精心设计出一系列具有各种类型并且贴合实际应用问题特征的 LSMOP 基准测试集,以更好地验证 LSMOEA 的性能。另外,可以建立 LSMOP 的实际应用案例库,用现实问题检验 LSMOEA 的效率与效果。

4) 目前研究较多的是静态 LSMOP,而现实中一些复杂的 LSMOP 搜索空间可能是动态变化的。对于动态 LSMOP 的研究将是一个有意义且颇具挑战性的课题。

5) 设计出适于评价 LSMOEA 性能的指标亦是未来需要进一步研究的工作。

6) 新的计算模型和学习范式不断涌现,如云计算和深度学习等,如何在 LSMOEA 中结合这些新型的计算范式亦是未来值得研究的课题。

参考文献

- [1] 公茂果,焦李成,杨咚咚,等. 进化多目标优化算法研究[J]. 软件学报,2009,20(2):271-289.
- [2] LI B D, LI J L, TANG K, et al. Many-objective evolutionary algorithms: A survey [J]. ACM Computing Surveys, 2015, 48 (1): 13. DOI: <http://dx.doi.org/10.1145/2792984>.
- [3] WEISE T, CHIONG R, TANG K. Evolutionary optimization: Pitfalls and booby traps [J]. Journal of Computer Science and Technology, 2012, 27(5): 907-936.
- [4] CHEN W X, WEISE T, YANG Z Y, et al. Large-scale global optimization using cooperative coevolution with variable interaction learning [C]. International Conference on Parallel Problem Solving from Nature (PPSN 2010). Krakov, Poland, 2010: 300-309.
- [5] QU B Y, ZHOU Q, XIAO J M, et al. Large-scale portfolio optimization using multi-objective evolutionary algorithms and preselection methods [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2017, 2017: 14. DOI: 10.1155/2017/4197914.
- [6] COOPER I M, JOHN M P, LEWIS R, et al. Optimizing large scale public transport network design problems using mixed-mode parallel multi-objective evolutionary algorithms [C]. 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Beijing, China, 2014: 2841-2848. DOI: 10.1109/CEC.2014.6900362.
- [7] DEB K, MYBURGH C. A population-based fast algorithm for a billion-dimensional resource allocation problem with integer variables [J]. European Journal of Operational Research, 2017, 261(2): 460-474.
- [8] POTTER M A, DE JONG K A. A Cooperative Coevolutionary Approach to Function Optimization [C]. Parallel Problem Solving from Nature - PPSN III, 1994: 249-257.
- [9] OMIDVAR M N, LI X D, YANG Z Y, et al. Cooperative co-evolution for large scale optimization through more frequent random grouping [C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation, Barcelona, Spain: IEEE, 2010. DOI: 10.1109/CEC.2010.5586127.
- [10] VAN AELST S, WANG X G, ZAMAR R H, et al. Linear grouping using orthogonal regression [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2006, 50 (5): 1287-1312.
- [11] CHEN W X, WEISE T, YANG Z Y, et al. Large-scale global optimization using cooperative coevolution with variable interaction learning [C]. PPSN10: Proceedings of the 11th International Conference on Parallel Problem Solving from Nature; Part II, 2010: 300-309. DOI: 10.1007/978-3-642-15871-1_31.
- [12] OMIDVAR M N, LI X D, MEI Y, et al. Cooperative coevolution with differential grouping for large scale optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 18(3): 378-393.
- [13] ANTONIO L M, COELLO C A C. Use of cooperative coevolution for solving large scale multiobjective optimization problems [C]. 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Cancun, Mexico: IEEE, 2013: 2758-2765. DOI: 10.1109/CEC.2013.6557903.
- [14] ANTONIO L M, COELLO C A C. Decomposition-based approach for solving large scale multi-objective problems [C]. International Conference on Parallel Problem Solving from Nature. Springer International Publishing, 2016: 525-534.
- [15] LI M H, WEI J X. A cooperative co-evolutionary algorithm for large-scale multi-objective optimization problems [C]. GECCO18: Proceedings of the Genetic and

- Evolutionary Computation Conference Companion, 2018:1716-1721. DOI:10.1145/3205651.3208250.
- [16] BASU S, MONDAL A, BASU A. A Cooperative Co-evolutionary Approach for Multi-objective Optimization [M]// BHATTACHARYYA S, MUKHERJEE A, BHAUMIK H, et al. Recent Trends in Signal and Image Processing. [S. l.]; Springer AISC series, 2019:57-65.
- [17] MA X L, LIU F, QI Y T, et al. A multiobjective evolutionary algorithm based on decision variable analyses for multiobjective optimization problems with large-scale variables [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(2):275-298.
- [18] SONG A, YANG Q, CHEN W N, et al. A random-based dynamic grouping strategy for large scale multi-objective optimization [C]. 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), 2016:468-475.
- [19] ZHANG X Y, TIAN Y, CHENG R, et al. A decision variable clustering-based evolutionary algorithm for large-scale many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(1):97-112. DOI:10.1109/TEVC.2016.2600642.
- [20] CAO B, ZHAO J W, GU Y, et al. Applying graph-based differential grouping for multiobjective large-scale optimization [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2020, 53:100626. DOI:10.1016/j.swevo.2019.100626.
- [21] CHEN H K, CHENG R, WEN J M, et al. Solving large-scale many-objective optimization problems by covariance matrix adaptation evolution strategy with scalable small subpopulations [J]. Information Sciences, 2020, 509:457-469.
- [22] CAO B, ZHAO J W, LV Z H, et al. A distributed parallel cooperative coevolutionary multi-objective evolutionary algorithm for large-scale optimization [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2017, 13(4):2030-2038.
- [23] CHEN H K, ZHU X M, PEDRYCZ W, et al. PEA: Parallel evolutionary algorithm by separating convergence and diversity for large-scale multi-objective optimization [C]. 2018 IEEE 38th International Conference on Distributed Computing Systems (ICDCS), 2018:223-232. DOI:10.1109/ICDCS.2018.00031.
- [24] ZILLE H, ISHIBUCHI H, MOSTAGHIM S, et al. A framework for large-scale multi-objective optimization based on problem transformation [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2017, 22(2):260-275. DOI:10.1109/TEVC.2017.2704782.
- [25] WANG Z Y, HUTTER F, ZOGHI M, et al. Bayesian optimization in a billion dimensions via random embeddings [J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 2016, 55:361-387.
- [26] QIAN H, YU Y. Scaling simultaneous optimistic optimization for high-dimensional non-convex functions with low effective dimensions [C]. Thirtieth AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI16), Phoenix, AZ, 2016.
- [27] QIAN H, YU Y. Solving high-dimensional multi-objective optimization problems with low effective dimensions [C]. Thirty-first AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI17), San Francisco, CA, 2017:875-881.
- [28] HE C, LI L H, TIAN Y, et al. Accelerating large-scale multiobjective optimization via problem reformulation [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(6):949-961.
- [29] BEUME N, NAUJOKS B, EMMERICH M. SMSEM-OA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 181(3):1653-1669.
- [30] HONG W J, TANG K, ZHOU A M, et al. A scalable indicator-based evolutionary algorithm for large-scale multi-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 23(3):525-537.
- [31] ZILLE H, ISHIBUCHI H, MOSTAGHIM S, et al. Mutation operators based on variable grouping for multi-objective large-scale optimization [C]. 2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI), 2016:1-8. DOI:10.1109/SSCI.2016.7850214.
- [32] TIAN Y, ZHANG X Y, WANG C, et al. An evolutionary algorithm for large-scale sparse multi-objective optimization problems [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2020, 24(2):380-393. DOI:10.1109/TEVC.2019.2918140.
- [33] TIAN Y, LU C, ZHANG X Y, et al. Solving large-scale multi-objective optimization problems with sparse optimal solutions via unsupervised neural networks [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020:1-14. DOI:10.1109/TCYB.2020.2979930.
- [34] LIANG Z Y, LI Y F, WAN Z W. Large scale many-objective optimization driven by distributional adversarial networks [EB/OL]. (2020-03-16)[2020-06-20]. <https://arxiv.org/abs/2003.07013>.
- [35] HE C, CHENG R, ZHANG C J, et al. Evolutionary lar-

- ge-scale multiobjective optimization for ratio error estimation of voltage transformers [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, 24 (5): 868-881. DOI:10.1109/TEVC.2020.2967501.
- [36] ISHIBUCHI H, YAMANE M, AKEDO N, et al. Many-objective and many-variable test problems for visual examination of multi-objective search [C]. *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2013: 1491-1498. DOI:10.1109/CEC.2013.6557739.
- [37] 郭一楠, 季俊华, 吉建娇, 等. 考虑学习/遗忘特性的软件项目调度多目标优化方法[J]. *控制与决策*, 2018, 33(2):203-210.
- [38] ZITZLER E, DEB K, THIELE L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results [J]. *Evolutionary Computation*, 2000, 8(2):173-195.
- [39] DEB K, THIELE L, LAUMANN M, et al. Scalable test problems for evolutionary multi-objective optimization [M]// ABRAHAM A, JAIN L C, GOLDBERG R. *Evolutionary multiobjective optimization*. [S. l.]: Springer, 2005:105-145.
- [40] HUBAND S, BARONE L, WHILE L, et al. A scalable multi-objective test problem toolkit [C]. *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO 2005)*, Berlin, Heidelberg, Springer, 2005: 280-295.
- [41] ZHANG Q F, ZHOU A M, ZHAO S Z, et al. Multi-objective optimization test instances for the CEC 2009 special session and competition [EB/OL]. [2020-06-20]. https://www.researchgate.net/publication/265432807_Multiobjective_optimization_Test_Instances_for_the_CEC_2009_Special_Session_and_Competition.
- [42] CHENG R, JIN Y C, OLFHOFFER M, et al. Test Problems for large-scale multiobjective and many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(12):4108-4121.

Research Progress on Large-scale Multi-objective Evolutionary Optimization Algorithm

XIE Chengwang, LONG Guanglin, CHENG Wenqi, GUO Hua

(School of Computer and Information Engineering, Nanning Normal University, Nanning, Guangxi, 530000, China)

Abstract: There are many Large-scale Multi-objective Optimization Problem (LSMOP) in reality, which pose great challenge to traditional Multi-objective Evolutionary Algorithm (MOEA). The research on LSMOP has become one of the research hotspots in the field of multi-objective optimization. This article systematically analyzes various Large-scale Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm (LSMOEA) proposed in the past few years. According to the main ideas and technical features of these algorithms, they are roughly divided into 4 types, namely based on Cooperative Coevolution (CC), based on decision variable analysis, based on problem reconstruction and other methods. Furthermore, some future research directions and suggestions are proposed to guide the study on LSMOP deeply in this article.

Key words: large-scale multi-objective optimization, evolutionary algorithm, cooperative coevolution, decision variable analysis, variable grouping

责任编辑: 陆雁
