

切比晓夫函数在海平面资料 处理中的应用

广西计算中心 符华儿 罗海鹏 吴地兴

广西地震局 钟新基

提 要

用切比晓夫函数对海平面验潮资料进行处理,只要适当选择运算次数就能对各个验潮站的观测资料进行很好的拟合及滤波。海平面变化对于反映地壳升降有重要意义。因此海平面资料可做为预报地震的一个途径。

我们将各种因素所引起的海平面变化作为一个噪音总和看待,利用切比晓夫函数的特性,在CBM4000系列微型计算机上,用BASIC语言分别对广东省湛江市东南面的硇洲、广西南部的北海、涠洲、白龙、石头埠等五个验潮站的多年海平面观测资料进行拟合及滤波,绘制了它们的海平面观测曲线、海平面的切比晓夫函数的几种次数的拟合曲线、滤波曲线、残差曲线,并计算了拟合度及中误差,供广西地震局分析、探索地震前后海平面的异常变化用。

一、利用切比晓夫近似函数的分析方法

处理离散的许多观测数据时,用一次正交多项式逼近那些数据,利用那些近似函数再产生近似函数是容易的。因此,如预先求得这样的一次近似函数,并用少数系数产生函数来代替大量数据,此后种种分析做起来就方便了。这里,采用了作为正交多项式收敛最快的切比晓夫多项式。 n 次切比晓夫多项式定义为

$$T_n(x) = \cos(n \cos^{-1} x)$$

这个多项式的正交关系为:

$$\sum_{k=0}^{N-1} T_m(X_k) T_n(X_k) = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \frac{N}{2} & m = n \neq 0 \\ N & m = n = 0 \end{cases}$$

式中 $m, n < N$; N : 海平面高度(我们取月均值)的测量数据个数。

$$X_k = \cos[\pi(2k+1)/2N] \quad (X_k: \text{横座标的值})$$

据切比晓夫多项式定义的性质, X_k 在 $[-1, 1]$ 之间。函数 y 的 n 次切比晓夫多项式的近似式为

$$y = A_0 T_0(x) + A_1 T_1(x) + \dots + A_n T_n(x)$$

使用上式的正交关系求得系数 A_i ，以使误差的平方和为最小：

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y(x_k)$$

$$A_i = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y(x_k) \cdot \cos \frac{i\pi(2k+1)}{2N} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

这里， $y(x_k)$ 是横坐标 x_k 所对应的纵坐标的值，即海平面的测量值。

二、用切比晓夫近似函数拟合

我们用涠洲站62年-80年(19年)、北海站67-80年(14年)、涠洲站65-80年(16年)、白龙站68-80年(13年)及石头埠站68-80年(13年)观测资料的月均值分别进行切比晓夫函数的77次、57次、65次及53次拟合运算，在计算中采用拟合度 D 标志逼近效果的好坏，以中

误差 M 标志逼近精度的高低，其中拟合度 $D = \frac{\sqrt{\sum_{i=0}^N L_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=0}^N y_i^2}}$ ，中误差 $M = \pm \sqrt{V^2}$ ；

$V = y_i - L_i$ ，式中 y_i 、 L_i 表示观测值与拟合值。所绘制的各种曲线在此略，所得的 D 、 M 值见表1。从 D 、 M 的值可见用切比晓夫函数拟合观测资料时可拟合得很好。

表1

站名	切比晓夫函数次数	D	M
涠洲	77次	0.99963	± 0.04702
北海	57次	0.99992	± 0.02474
涠洲	65次	0.99991	± 0.02125
白龙	53次	0.99998	± 0.02313
石头埠	53次	0.99998	± 0.02136

三、切比晓夫滤波器的选择

利用切比晓夫近似函数的性质：不管用 N 个系数去逼近，还是用比 N 少的 n 个系数去逼近， n 个系数的值都完全相同。这就可在计算中变换次数，结合考虑波长(周期)组织成各种滤波器，进而对海平面资料作各种周期分析。

根据切比晓夫函数的定义， $T_0(x)$ 是常数项， $T_1(x)$ 是直线， $T_2(x)$ 是二次曲线， $T_3(x)$ 是三次曲线…。因为它们区间是 $[-1, 1]$ ，故可认为在此区间内近似地 $T_2(x)$ 具有半波长， $T_3(x)$ 具有1波长， $T_4(x)$ 具有1.5波长…。因此，切比晓夫多项式的次数 n 与波长数 K

有这样的关系：

$$K = \frac{n-1}{2} \quad (n=1,2,\dots)$$

我们选择绘制了不同周期的几种次数的滤波曲线（具体曲线在此略）：

硃洲站：77次滤波曲线（滤去6个月周期）

20次滤波曲线（滤去2年周期）

5次滤波曲线（滤去9.9年周期）

北海站：57次滤波曲线（滤去6个月周期）

15次滤波曲线（滤去2年周期）

5次滤波曲线（滤去7年周期）

涠洲站：65次滤波曲线（滤去6个月周期）

17次滤波曲线（滤去2年周期）

5次滤波曲线（滤去8年周期）

白龙站：53次滤波曲线（滤去6个月周期）

14次滤波曲线（滤去2年周期）

5次滤波曲线（滤去6.5年周期）

所得的各次切比晓夫滤波曲线可用于分析地震前后海平面异常变化的趋势。

本工作曾得到广东省地震局鄢晓的热情帮助，特表示衷心感谢。

参 考 书

广东省地震局鄢晓翻译，“秋田地壳变动观测站的地壳变动观测（3）”（日本“测地学会志”24卷，1978第3号）