第 11 卷第 2 期　　广 西 科 学 院 学 报　　Vol. 11, No. 2
1995 年 6 月　　Journal of the Guangxi Academy of Sciences　　Jun., 1995

③
7-9

欧 拉 猜 想
Eulerianconjecture

O156

罗海鹏　　黎贞崇　　　　唐贵松
Luo Haipeng　Li Zhenchong　　　　Tang Guisong

（广西科学院　南宁　530003）
(Guangxi Academy of Sciences, Nanning, 530003)

（广西计算中心　南宁　530022）
(Computing center of Guangxi, Nanning, 530022)

A

摘要　任何可以用 $8n+3$ 表示的正整数是一个奇数的平方与一个素数的两倍之和，这个被欧拉提出的猜想至今没有得到证明。本文用 Pascal 语言编写程序，在计算机上验证这个猜想。

关键词　欧拉猜想　Pascal 程序设计　　Pascal 语言

Abstract　Any positive integer that can be expressed with $8n+3$ is the sum of the square of an odd number and the double of a prime. Up to now, the conjecture raised by Euler hasn't be proved. This paper gave a checking to the conjecture with Pascal Program on computer.

Key words　Eulerianconjecture, Pascal program design

欧拉猜想：任何可以用 $8n+3$ 表示的正整数是一个奇数的平方与一个素数的两倍之和。

我们从最简单的情形考查起：

$8\times0+3=3=1\times1+2\times1$（把 1 看作素数）

$8\times1+3=11=1\times1+2\times5$

$8\times2+3=19=3\times3+2\times5$

⋮

这些等式不断地罗列下去并不太困难，至今也没有找到一个反例。但要从数学上严格地证明这个规律总是对的，那是非常困难的。当年欧拉没能证明它，现在专家们认为要想证明这个猜想，其难度也许会比欧拉时代更大。

即使是一个数一个数地验证，如果靠手工来算，当 n 比较大时，计算量也是很大的，且很繁琐。我们用 Pascal 语言编写了如下的程序，它算出了 $n=0, 1\cdots, 23$ 时，$8n+3$ 表示为一个奇数的平方与一个素数的两倍之和的情形。当我们要算出更大的 n 的情形时，仅在程序中

1995-03-20 收稿。

改变循环控制变量的值就可以了。

程序清单：

```
program eulerianconjecture (input, output);
var
  n, d, m, b1, b2, q, t, k, u: integer;
begin
  for n: =0 to 23 do
    begin
      d: =n*8+3;
      m: =-1
      b1: =0;
      while b1=0 do
        begin
          m: =m+2;
          b2: =0
          q: = (d-m*m) div 2;
          t: =trunc (sqrt (q));
          k: =1;
          u: =0;
          repeat
            k: =k+2;
            u: =q div k;
            if q=u*k then b2=1
          until ( (k>=t) or (b2=1));
          while b2=0 do
            begin
              writeln (d, '=', m, '*', m, '+2*', q);
              b1: =1
              b2: =1
            end
        end
    end
end
```

运行结果：

```
3=1*1+2*1
11=1*1+2*5
19=3*3+2*5
27=1*1+2*13
35=1*1+2*17
```

43=3 * 3+2 * 17
51=5 * 5+2 * 13
59=1 * 1+2 * 29
67=3 * 3+2 * 29
75=1 * 1+2 * 37
83=1 * 1+2 * 41
91=3 * 3+2 * 41
99=5 * 5+2 * 37
107=1 * 1+2 * 53
115=3 * 3+2 * 53
123=1 * 1+2 * 61
131=3 * 3+2 * 61
139=9 * 9+2 * 29
147=1 * 1+2 * 73
155=3 * 3+2 * 73
163=9 * 9+2 * 41
171=5 * 5+2 * 73
179=1 * 1+2 * 89
187=3 * 3+2 * 89

符合条件的等式不一定是唯一的。例如 n=7 时，有：

8×7+3=59=1×1+2×29=5×5+2×17=7×7+2×5

上面的程序只是找出平方数最小的那一个。

这个题目在 1994 年广西青少年信息学（计算机）竞赛中使用，得到有关方面的好评。

参考文献

G·波利亚. 数学与猜想. 科学出版社，1994，3.