两对孪生素数的和
The Sum of Two Prime Twins

尤之述
You Zhishu
（长沙交通学院 长沙 410076）
(Changsha Jiaotong Institute, Changsha, 410076)

罗海鹏 黎贞崇
Luo Haipeng Li Zhencong
（广西科学院 南宁 530031）
(Guangxi Academy of Sciences, Nanning, 530031)

唐贵松
Tang Guisong
（广西计算中心 南宁 530022）
(Guangxi Computer Centre, Nanning, 530022)

黎钜锋
Li Jufeng
（梧州高中 梧州 543002）
(Wuzhou High School Wuzhou, 543002)

摘要 用计算机算出：$N \leqslant 280$ 时，$N^2 \times 36$ 可表示为两对孪生素数之和；$N \leqslant 80100$ 且 $n \neq 62$ 时，$N \times 36$ 也可这样表示；并进一步研究了 $N \times M$ 的情况。

关键词 孪生素数和 计算方法 计算机

Abstract The sum of two prime twins could be used to express $N^2 \times 36$ when $N \leqslant 280$, and to express $N \times 36$ when $N \leqslant 80100$ and $N \neq 62$. The above results were obtained with a computer. The case for $N \times M$ was discussed further.

Key words sum of prime twins, computing method, computer
中图法分类号 O156.1

文献［1］中第 167 个问题是：证明或否定，任何自然数平方的 36 倍等于两对孪生素数的和。简单的情形如下：

$1^2 \times 36 = (5+7) + (11+13)$

$2^2 \times 36 = (29+31) + (41+43)$

$3^2 \times 36 = (11+13) + (149+151)$

这个问题的普遍情况目前尚未解决。

文献［1］的作者进一步猜测：任何自然数的 36 倍等于两对孪生素数的和。简单

1997-02-04 收稿。

的情形如下：

$2\times36=(5+7)+(29+31)$

$3\times36=(11+13)+(41+43)$

$5\times36=(17+19)+(71+73)$

由于计算量太大，下面我们用计算机来研究上面的两个问题。

1 算法

变量意义：

N：自然数，S：$N^2\times36$，$P1,P2,P3,P4$：两对孪生素数，T：临时工作单元。

算法：

1.1 $N=0$

1.2 $N=N+1,S=N\times N\times36,P1=1$；

1.3 $P1=P1+2$；

1.4 如果 $P1>=S/4$，输出：$N\times N\times36$ 不能表示为两对孪生素数之和，结束，否则转 1.8；

1.5 如果 $P1$ 不是素数，则转 1.3，否则，$P2=P1+2$，转 1.8；

1.6 如果 $P2$ 不是素数，则转 1.3，否则 $T=S-(P1+P2)$，$P3=T/2-1$，$P4=P3+2$，转 1.8；

1.7 如果 $P3$ 或 $P4$ 不是素数，则转 1.3，否则，输出：$N\times N\times36=(P1+P2)+(P3+P4)$，转 1.2；

1.8 判断是否素数的子程序。

经在计算机上运算，得到如下结果。

2 $N^2\times36$ 的情形

2.1 当 $N\leqslant280$ 时，$N^2\times36$ 均能表示为两对孪生素数的和。

2.2 当 $N>1$ 时，这样的等式都不只存在一个。例如：

$10^2\times36=(11+13)+(1787+1789)=(101+103)+(1697+1699)=(179+181)+(1619+1621)=(191+193)+(1607+1609)=(311+313)+(1487+1489)=(347+349)+(1451+1453)=(569+571)+(1229+1231)$

2.3 随着 N 的增加，等式个数也有增加的趋势。例如：

$77^2\times36=(59+61)+(106661+106663)=(101+103)+(106619+106621)=(179+181)+(106541+106543)=\cdots=(53171+53173)+(53549+53551)$（共 86 个等式）

把算法稍微改写一下，还可以得到如下的结果。

2.4 $N^3\times36$、$N^4\times36$、$N^5\times36$ 等也都未找到不能表示为两对孪生素数之和的例子。几个比较难找的例子如下：

$8^2\times36=(617+619)+(8597+8599)$

$7^4\times36=(807+811)+(42407+42409)$

$6^5\times36=(599+601)+(139367+139369)$

3　$N\times 36$ 的情形

3.1　当 $N=62$ 时，$N\times 36$ 不能表示为两对孪生素数之和。即文献[1]第 167 题的第 2 个猜测是不正确的。

3.2　当 $N\leqslant 80100$ 且 $N\neq 62$ 时，$N\times 36$ 均可表示为两对孪生素数之和。

实际上，研究清楚了 1，2，3，…的情况，1，4，9，…的情况也就包括在内了。

4　$N\times M$ 的情形

4.1　$N\times 18$。当 N 是奇数时，均不能表示为两对孪生素数之和；当 N 是偶数时，均可以表示为两对孪生素数之和。

4.2　$N\times 72$。当 $N=31$ 时，不能表示为两对孪生素数之和；否则，均能表示为两对孪生素数之和。这和 3.2 是同一个问题。

4.3　$N\times 12$。当 $N=1,12$ 时，不能表示为两对孪生素数之和；其余均能表示为两对孪生素数之和。

4.4　$N\times 24$。当 $N=8,43,93$ 时，不能表示为两对孪生素数之和；其余均能表示为两对孪生素数之和。

4.5　$N\times 48$。当 $N=4$ 时，不能表示为两对孪生素数之和，其余均能表示为两对孪生素数之和。

4.6　$N\times 60$。当 N 为任何正整数时，均能表示为两对孪生素数之和。

4.7　$N\times M$。当 $M=4,8,16,20,28,32,40,44,52,56,68$ 时，如果 N 是 3 的倍数，则能表示为两对孪生素数之和；如果 N 不是 3 的倍数，则不能表示为两对孪生素数之和。

4.8　$N\times 64$。当 N 是 3 的倍数但不等于 3 时，均能表示为两对孪生素数之和；否则不能表示。

4.9　$N\times M$。当 $M=6,18,42,54,66$ 时，如果 N 为偶数，则能表示为两对孪生素数之和；如果 N 为奇数时，则不能表示。

4.10　$N\times M$。当 $M=10,14,22,26,34,38,46,58,62,70$ 时，如果 N 为 6 的倍数，则能表示为两对孪生素数之和；如果 N 不是 6 的倍数，则不能表示。

参考文献

1　杨　之．初等数学研究的问题与课题．长沙：湖南教育出版社，1993．5