

22-25

用平面波法分析矩形波导场模式理论 An Analysis of Electromagnetic Field Mode in Rectangular Wave Guide with Plane Electromagnetic Wave-method

章玉荣
Qin Yurong

TN814

(广西大学计算机与信息工程学院 南宁 530004)
(College of Comp. & Info. Eng., Guangxi Univ., Nanning, 530004)

摘要 用平面波法分析了矩形波导场模式理论及其传输特性,有物理图像清晰、各参量物理意义明确等优点,分析结果同分离变量法一致。

关键词 平面波法 矩形波导 电磁场模式 传输特性

中图分类号 O 441.4

波导

Abstract This paper managed to solve the problems electromagnetic field mode in rectangular wave guide and its transmitting characteristic with plane electromagnetic wave-method. The patterns of physics are clear, physics significance of all parameters have defined and the result was similar to means of separation of variables.

Key words plane electromagnetic wave-method, rectangular wave guide, electromagnetic field mode, transmitting characteristic

矩形波导是微波技术中最常用的传输线之一,有关文献^[1~4]多是用分离变量法求解场的波动方程来讨论场的模式及其传输特性的。其中一些参量如 k_x, k_y 等作为分离常数而纯数学引入的,其物理意义不明确。本文从以一定角度入射到波导中的平面波在波导壁产生全反射的观点出发,根据入射波与各反射波叠加构成合成场的原理,讨论了波导中场的多模理论及其场的纵向传输特性。

1 波导场模式

图 1 为一无介质损耗的矩形波导,不失一般性,设一均匀平面波以波矢量 k 沿一定角度入射到波导的左侧壁($x = a$ 面),令入射线和 x, y, z 轴正向夹角均小于 $\pi/2$ 。由于波导壁可看为理

想导体,入射波将依次在 $x = a, y = b, x = 0$ 及 $y = 0$ 面上产生全反射而完成一个反射循环. 如此重复循环,使电磁波沿 z 轴正向传播. 在直角坐标系下,波矢量 k , 可分解为:

$$k_i = a_x k_x + a_y k_y + a_z k_z = k_{xy} + a_z k_z = k_{yz} + a_x k_x, \quad (1)$$

式中, $k_{xy} = a_x k_x + a_y k_y, k_{yz} = a_y k_y + a_z k_z$.

设波导中各平面波和 z 轴正向夹角分别为 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$. 若第一个入射波入射角度为 $\theta_x = \alpha, \theta_y = \beta, \theta_z = \gamma$, 则各反射波角度见图 2、图 3 所示.

$$x = a \text{ 面: } \theta_x = \pi - \alpha, \theta_y = \beta, \theta_z = \gamma; \quad (2)$$

$$y = b \text{ 面: } \theta_x = \alpha, \theta_y = \pi - \beta, \theta_z = \gamma; \quad (3)$$

$$x = 0 \text{ 面: } \theta_x = \alpha, \theta_y = \pi - \beta, \theta_z = \gamma. \quad (4)$$

对 TE 波 ($E_z = 0$), 令入射平面波纵向磁场复振幅为

$$H_{z0} = Ae^{-jk_x x}, \quad (5)$$

式中 $r = a_x x + a_y y - a_z z$ 为位置矢量, 而且有

$$k_i = a_x k_x + a_y k_y + a_z k_z, \quad (6)$$

令 $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$, 则 $k_x = k \cos \alpha, k_y = k \cos \beta, k_z = k \cos \gamma$, 分别表示沿 x, y, z 方向的传播波数,

则(5)式为: $H_z = Ae^{-jk_x x} e^{-jk_y y} e^{-jk_z z}$.

$x = a$ 面反射波磁场振幅为 $H_{z1} = Ae^{-jk_x r}$, 由(2)式有

$$k_{x1} = a_x (-k_x) + a_y k_y + a_z k_z, \text{ 故 } H_{z1} = Ae^{jk_x x} e^{-jk_y y} e^{-jk_z z},$$

同理得, $y = b$ 面: $H_{z2} = Ae^{jk_x x} e^{jk_y y} e^{-jk_z z}$; $x = 0$ 面: $H_{z3} = Ae^{-jk_x x} e^{jk_y y} e^{-jk_z z}$.

$$\text{波导中合成磁场为 } H_z = H_z + H_{z1} - H_{z2} + H_{z3} = H_0 \cos k_x x \cos k_y y e^{-jk_z z}, \quad (7)$$

式中 H_0 由激励定.

由(7)式看出,场在 x, y 方向形成驻波,在 z 方向形成

行波. 据波动理论,为在 $x(y)$ 形成稳定的驻波,入射波与反射波应相互干涉,条件是 $k_x(k_y)$ 在 $x(y)$ 方向传播往返 1 周的相差改变量应为 2π 的整数倍,即 $2k_x a = 2m\pi, k_x = m\pi/a$ 或 $2k_y b = 2n\pi, k_y = n\pi/b$ ($m, n = 0, 1, 2, 3, \dots$).

上式中, m, n 分别表示波导横截面长、短边上半波变化个数, m, n 不同,场结构相异,用 TE_{mn} 表示不同的场结构. 若 m, n 均为 0, 则 $k_x = 0, k_y = 0$, 由(6)式可知 $k_i = a_z k_z$, 说明平面波将不在任何波导壁上产生反射且一直以 TEM 模的形式沿 z 轴传播. 所以, TE_{mn} 的最低次模为 TE_{10} 模 ($a > b$). 若 $m = 0, n \neq 0$, 平面波仅在上、下两块金属板间垂直地来回反射, 此为 TE_{m0} 模; 若 $m \neq 0, n = 0$, 则平面波在左右两壁间平行地来回反射, 此对应 TE_{m0} 模.

同理,对 TM 模 ($H_z = 0$), 令入射平面波纵向电场振幅为

$$E_z = Be^{-jk_x x} e^{-jk_y y} e^{-jk_z z}$$

则波导中合成电场为,

$$\begin{aligned} E_z &= Be^{-jk_x x} e^{-jk_y y} e^{-jk_z z} - Be^{jk_x x} e^{-jk_y y} e^{-jk_z z} + Be^{jk_x x} e^{jk_y y} e^{-jk_z z} - Be^{-jk_x x} e^{jk_y y} e^{-jk_z z} \\ &= E_0 \sin k_x x \sin k_y y e^{-jk_z z}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 E_0 由激励定.

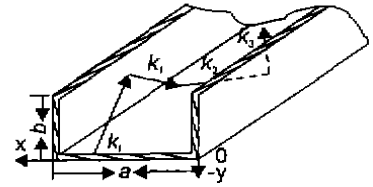


图 1 平面波在矩形波导中反射

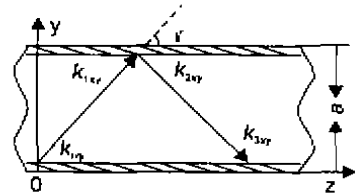


图 2 矩形波导中 xy 面平面波反射情况

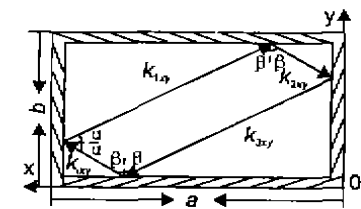


图 3 矩形波导中 xy 面平面波反射情况

同样, x, y 方向形成稳定驻波的干涉条件是:

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, k_y = \frac{n\pi}{b}, \text{其中 } m, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (9)$$

m, n 物理意义如前, 用 TM_{mn} 代表不同的场结构, 但 m, n 不能同时为零, 否则由(8)、(9)两式得 $E_z = 0$, 说明波导中若有场则必是 TEM 场, 因此, TM_{mn} 的最低次模为 TM_{11} 模.

归纳起来, 对于 TE_{mn} 和 TM_{mn} 模, 均有 $k_x = \frac{m\pi}{a} = k \cos\alpha, k_y = \frac{n\pi}{b} = k \cos\beta$, 说明一均匀平面波入射到同一矩形波导中, 不同的人射角将引起波导中传播不同的场模式.

2 各模式场的传输特性

因为 $k_z = k \cos\theta_z$, 故当 $\theta_z \neq \frac{\pi}{2}, k_z \neq 0$, 说明波导中有沿 z 轴传播的波, 由(1)式得

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \text{即 } k_z = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (10)$$

k_z 表示沿 z 方向单位长度相位的变化量.

图1中, 平面波完成一个反射循环意味着波沿 z 方向相位改变了 2π , 即有: $k_z \lambda_z = 2\pi$

由(10)式得波导波长 $\lambda_z = \frac{\lambda}{\lambda_1}$, 且 $\lambda_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]}{2\pi}\right)^2}$, 波导相速 $v_p = \frac{\lambda_z}{T} = \lambda_z f = \frac{v}{\lambda_1}$, 这两式中, $\lambda = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\mu\epsilon}}, v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ 分别为平面波在自由空间的波长及相速.

波导群速 $v_g = \frac{d\omega}{dk_z} = v\lambda_1, v_g$ 表示电磁能量沿 z 轴传播的速度, 为使 v_g 为实数, 应取:

$$\lambda_1 \geq 0, \text{即 } \lambda \leq \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}, \quad (11)$$

当 $\lambda = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}$, 即 $k = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$ 时, 由(10)式得 $k_z = k \cos\theta_z = 0$, 故 $\theta_z =$

$\frac{\pi}{2}$, 说明平面入射波、反射波均在 xoy 面上, 形成横向谐振, 此时沿 z 向无行波及能量传播, 波导处于截止状态, 故称

$$\lambda = \lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \text{ 为截止波长, } k = k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \text{ 为截止波数.}$$

上式里, λ_c 的物理意义为使波导中产生横向谐振而纵向无行波传播的入射平面波的工作波长. 同一波导中, 不同的模式对应不同的截止波长. 由(11)式可看出, 各模式的场能在波导中传播的条件为 $\lambda < \lambda_c$. (12)

综上所述, 平面波入射到矩形波导中, 只要 $\theta_z \neq 0$, 波导中将有 TE_{mn} 和 TM_{mn} 模式的波传播, 至于存在何种模式, 这取决于入射角 θ_x 及 θ_y , 具体可通过(12)式判断.

3 结束语

以上用平面波法讨论了矩形波导中场模式理论及其传输特性, 分析结果与用分离变量法所得的完全一致, 说明该方法切实可行, 其特点是物理图像清晰, 各参量物理意义明确.

参考文献

- 1 谢处方, 饶克瑾. 电磁场与电磁波. 北京: 高等教育出版社, 1987. 299~322.
- 2 盛振华. 电磁场微波技术与天线. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1995. 88~89.
- 3 林志媛, 杨铨让, 沙玉钧. 电磁场工程基础. 北京: 高等教育出版社, 1983. 257~27.
- 4 黄志洵, 王晓金. 微波传输理论与实用技术. 北京: 科学出版社, 1996. 134~142.

(责任编辑: 黎贞崇)

π 型多功能烧结砖工艺技术探讨

π 型多功能通气隔热砖是一种新型节能墙体材料, 针对两种不同材料的特点进行了试制和测试, 使粘土烧结 π 型多功能砖形成生产能力, 满足实验太阳房工程的需要。

π 型砖的研制试验及性能测试

根据胶凝材料的不同, 免烧砖大致分为石灰凝结型、水泥胶结型和水泥—石灰混合胶结型三种类型, 其中水泥胶结型免烧砖是以水泥为基本复合材料, 有易成型、易保养等特点, 但不符合环保的要求。因此, 本实验采用传统的粘土制砖方法和工艺, 以粘土烧结砖作为试验研制的重点。

根据 π 型砖的设计要求, 该砖的空心率可达到56%, 要求壁薄, 表面平整, 装饰性强, 可用于非承重结构清水墙。根据这样的原则, 试验选择了不同地点的泥样作了试制, 结果表明: 选择细颗粒多的肥粘土, 由于其塑性指数大, 较好地满足了试制要求。其次根据工艺需求, 泥样中需掺一定量的内燃煤, 要求粉碎细化, 粒径不超过3mm, 内掺量不超过5%。

根据 π 型砖具有的特点, 本实验在成型机械方面采用传统的非真空高压螺杆挤出成型制砖设备。试制过程中, 要求泥料加水熟化24h以上, 同粉碎细化的内燃煤搅拌均匀, 用对碾设备粉碎其中颗粒较大的砂石, 经多次搅拌, 调整混料的含水量, 通过螺杆挤出成型。

干坯在轮窑内按照一定的垛窑方式, 与普通粘土砖在同一条件下烧成。由于 π 型砖干坯的特殊性, 垛窑时应充分考虑到其壁薄, 承重易断裂, 在高温烧成易坍塌的特点, 要求垛窑高度不超过8层, 均在普通粘土砖的上层垛窑。从装窑到取出成品约需5d。在具体烧制过程中, 慢慢控制温升, 先小火, 最后加大火控制窑温在950℃左右。

参照GB1501-93《烧结普通砖》国家标准, 对 π 型砖的强度、抗风化性能、泛霜试验、石灰爆裂等项目进行了测试, 均能符合标准。

影响砖坯质量的主要因素

(1) 粘土的颗粒组成和可塑性对制品的成型、干燥有较大的影响。本砖坯选用粒径为0.005mm~0.05mm, 塑性系数在7以上的肥粘土, 选择的内燃煤粉碎到3mm以下; (2) 成型压力应控制在7.5MPa/mm²左右。加压时间短, 坯体致密度均匀性难以保证, 影响烧成品的质量, 加压时间过长, 则影响生产效率; (3) 烧成温度越高砖坯质量越佳; 升温速度快、烧成时间短, 坯体易产生黑心、强度低、制品性能较差; 烧成温度升温慢速及延长烧成时间, 砖坯的颜色均匀、强度合适, 则烧出的砖表面装饰强。

经过对 π 型砖的研制、测试和试用, 结果表明: 试制的 π 型砖满足了太阳房工程的要求。

(广西科学院应用物理研究所 胡东南 郭兵 杜晖)