

无线电信道分配问题的一个非线性规划模型^{*}

A Nonlinear Programming Model for Solving the Problem of Radio Channel Allocation

何登旭 陈武华 曹敦虔
He Dengxu Chen Wuhua Cao Dunqian

(广西民族学院数学与计算机科学系 南宁 530006)
(Dept. of Mathematics & Computer Science, Guangxi University
for Nationalities, Nanning, 530006)

摘要 对无线电信道分配问题建立了一个非线性规划模型,并给出了相应的算法,成功地求解了该问题。由于模型并不对平面区域的宽度(问题规模)、信道限制条件有特殊的要求,所以具有一定的普遍性,易推广到其它类似的问题。

关键词 信道分配 非线性规划 跨度 限制矩阵 深度优先搜索法

中图分类号 TN911.1; O221.1

A

Abstract A nonlinear programming model for the problem of radio channel allocation is set up, and the corresponding algorithm is described. This model has certain universality as it doesn't need special in both the area of plane domain (scale of problem) and the value of k and restricted conditions. It is easily spread to other similar problems.

Key words channel allocation, nonlinear programming, span, restricted matrix, depth-priority-searching method

1 问题来由

我们寻找无线电信道配置模型,在一个大的平面区域上设置一个传送站的均衡网络,以避免干扰,一个基本的方法是将此区域分成正六边形的格子(蜂窝状,如图1)。传送站安置在每个正六边形的中心点。

容许频率波谱的一个区间作为各传送站的频率。将这一区间规则地分割成一些空间信道,用整数 $1, 2, 3, \dots$ 来表示。每一个传送站将配置一个正整数信道。同一信道可以在许多局部地区使用,前提是相邻的传送站互不干扰。根据某些限制设定的信道需要一定的频率波

2001-11-26 收稿。

^{*} 广西民族学院重点科研项目资助。

谱，我们的目标是极小化频率波谱的这个区间宽度，这可以用跨度来表述这一概念。跨度是在所考虑的区域使用的最大信道在一切满足限制的配置中的最小值，在获得一定跨度的配置中不要求小于跨度的每一信道都被使用。

问题 A 相互靠近的两个传送站不能配给同一信道，请给出跨度及至少一种分配方案。

问题 B 假定相互靠近的传送站的信道至少差一个给定的整数 k ，同时那些隔开一点的保持至少差 1，给出跨度及至少一种分配方案。

问题 C 如果前述图 1 中的格子在各方向延伸到任意远，回答问题 A, B。

问题 D 考虑问题的一般化，比如各种干扰水平，或不规则的传送站布局等其他什么因素在考虑中是重要的。

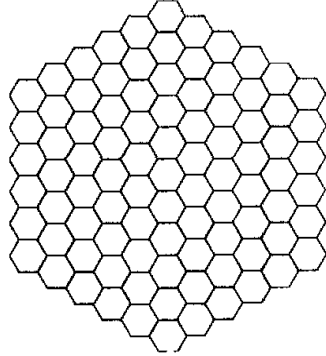


图 1 正六边形格子

2 问题分析

这个问题本质上是一个图论中的涂色问题，但问题 B 又与传统的涂色问题不尽相同，它不仅限制了相邻的传送站的信道，并且还增加了对“隔开一点”的传送站的信道限制，用图论的方法无法彻底解决，所以，必须另觅途径。想到整数规划与图论在一定程度上的本质一致性，我们决定利用整数规划来解决这个问题。

首先考虑最一般的情形，即对任意给定的图及任意给定的限制水平，给出一个模型和求解方法。

然后考虑比较一般的情形，即对给定的两个正整数 k_1, k_2 ，要求相互靠近的传送站的信道至少差 k_1 ，同时那些隔开一点的保持至少差 k_2 。显然，前面的情形包含了后面这种情形。最后是给定的特殊问题。显然，取 $k_1 = 1, k_2 = 0$ ，就可以得到问题 A 的情形，而问题 B 则是当 $k_1 = k, k_2 = 1$ 时的另一种情形。这样，由一般到特殊，就可以解决信道分配问题了。

3 模型假设

- (1) 传送站间的相互关系和信道干扰水平由应用部门提供，本文当做已知条件使用。
- (2) 各信道的干扰水平不受风力、地形等自然条件的影响而改变。
- (3) 所涉及的图都是简单平面连通图。

4 模型建立

定义 在一张含有 n 个顶点的简单平面连通图 $P(E_n, V)$ 中，图中顶点表示传送站，边表示传送站的相邻关系。若限制传送站 i 与传送站 j 的信道号至少相差 l_{ij} ，则 (l_{ij}) 是一个 $n \times n$ 阶方阵，称方阵 (l_{ij}) 为图 P 的限制矩阵，记为 L 。

显然，限制矩阵是一个对称矩阵，它的全部元素非负，且对角线的元素为 0。

我们首先考虑最一般的情形。

情形 1 对任意简单平面连通图 $P(E_n, V)$ 和任意的限制矩阵 (l_{ij}) 。

令 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ， x_i 表示传送 i 站的信道号，由限制条件有

$$|x_i - x_j| \geq l_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n.$$

我们的目标是极小化跨度. 用 W 表示跨度, 则 $W(x_1, x_2, \dots, x_n) = \max \{x_i | i = 1, 2, \dots, n\}$. 这样, 我们就可以建立如下数学模型:

$$\begin{aligned} & \min W(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \text{s. t. } & |x_i - x_j| \geq l_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n, \\ & x_i > 0, \text{取整}, i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

因为 $|x_i - x_j| = |x_j - x_i|$ 且 $|x_i - x_i| = 0$ 所以上述模型可简化为:

$$\begin{aligned} & \min W(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \text{s. t. } & |x_i - x_j| \geq l_{ij}, i = 1, 2, \dots, n; j = i + 1, i + 2, \dots, n \\ & x_i > 0, \text{取整}, i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

后一个模型比前一个的约束条件少了 $\frac{1}{2}n(n+1)$ 个, 这样我们就建立了在最一般情形下的信道分配模型.

在实际运用中, 只要修改限制矩阵 L , 就能够解决各类不同的问题. 实际上, 问题 A, B, D 也仅仅是限制水平的不同而已, 所以我们的模型是通用的.

5 模型求解

这是一个非线性整数规划问题, 如果试图将其化为线性规划模型求解, 将得到 $C_{x_n}^{\frac{1}{2}n(n-1)}$ 个模型. 只要 n 稍大, 其繁杂程度不言而喻, 所以这条路行不通. 在实际运用中, n 总是个有限数. 这样, 当限制 $x_i \leq N$ (N 是某个有限整数) 时, 就可以对 x_1, x_2, \dots, x_n 的所有可能组合进行穷举, 检验其是否是可行解 (即是否满足约束条件). 如果 N 从 1 开始以步长 1 增大, 那么第 1 次得到的可行解将是最优解, 此时的跨度就等于 N .

但是穷举总是无法让人满意, 它只能是理论上的, 而实际上不可行. 所以必须对穷举法进行改进, 以便让我们的计算机能够实现.

我们的优化途径有:

(1) 如果检验了 x_1, x_2, \dots, x_i 是不可行解, 那么前 i 个取这些值的所有解都是不可行解. 所以我们首先检验 x_1, x_2 , 直到找到一组当前可行解时才加入 x_3 , 并且让 x_3 从 1 开始增大, 检验 x_1, x_2, x_3 , 直到找到一组当前可行解时加入 x_4, \dots , 如此不断继续下去, 一直进行到 x_1, x_2, \dots, x_n . 如果某个 x_i 增大到给定的上界 n 后仍无可行解, 则回溯至 x_{i-1} .

(2) 在对 x_i 进行可行性检验时, 由于前 $i-1$ 个已经是可行的, 所以只需检验 x_i 分别与 x_1, x_2, \dots, x_{i-1} 是否满足约束条件即可. 并且只需检验与 x_i 之间的限制条件非零的传送站. 基于这样的优化思想, 得到的深度优先搜索法 DPS 算法用 C 语言表述如下.

```

/*****
深度优先搜索法函数, 这是算法的核心部分
入口参数: 1. 二维数组 a [ ] [ ] 表示限制矩阵
          2. n 是传送站个数
返回值: 无
*****/
void DPS (int a [ ] [ ], int n)

```


$$l_{ij} = \begin{cases} k_1, & \text{若传送站 } i \text{ 与传送站 } j \text{ 相邻;} \\ k_2, & \text{若传送站 } i \text{ 与传送站 } j \text{ 隔开一点;} \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

对于图 1, 我们设定传送站的编号顺序如图 2 所示.

则相应的限制矩阵 (l_{ij}) 由下式给出

$$l_{ij} = \begin{cases} k_1, & 0 < d_{ij} < 2s; \\ k_2, & 2s < d_{ij} < 4s; \\ 0, & d_{ij} = 0 \text{ 或 } d_{ij} > 4s, \end{cases}$$

其中 d_{ij} 是第 i 个传送站与第 j 个传送站之间的笛卡尔距离. 得到限制矩阵后, 就可以调用 DPS 算法程序, 求出跨度及最优解了.

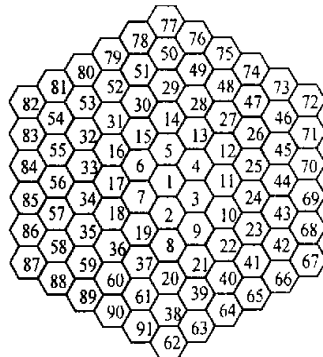


图 2 编号顺序

5.1 求解问题 A

令 $k_1 = 1, k_2 = 0$, 则情形 2 就是问题 A 的情形, 我们的程序计算结果如下.

表 1 问题 A 结果

k_1	k_2	跨度	一组最优解 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$
1	0	3	(1, 2, 3, 2, 3, 2, 3, 3, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 1, 3, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 2, 2, 3, 1, 2, 3, 2, 1, 3, 2, 3, 1, 2, 3, 2, 1, 3, 2, 3, 1, 2, 3, 2, 1, 3, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 3, 2, 1)

5.2 求解问题 B

若令 $k_1 = k, k_2 = 1$, 则情形 2 就是问题 B 的情形, 我们的程序计算结果如下.

表 2 问题 B 结果

k_1	k_2	跨度	一组最优解 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$
2	1	9	(2, 8, 4, 7, 5, 9, 6, 5, 1, 6, 9, 3, 1, 8, 3, 7, 4, 1, 3, 2, 7, 3, 8, 2, 5, 8, 6, 4, 2, 6, 1, 5, 2, 8, 5, 7, 9, 8, 4, 9, 5, 1, 4, 7, 1, 4, 2, 9, 7, 5, 9, 4, 8, 3, 9, 6, 3, 9, 2, 4, 6, 5, 1, 6, 2, 7, 3, 6, 9, 3, 6, 9, 7, 5, 1, 3, 8, 1, 7, 2, 6, 1, 7, 4, 1, 7, 4, 6, 8, 1, 3)
3	1	12	(1, 5, 8, 4, 9, 6, 10, 9, 12, 3, 11, 7, 12, 5, 2, 11, 3, 7, 2, 1, 4, 7, 10, 6, 2, 10, 3, 8, 1, 10, 7, 4, 8, 12, 4, 11, 6, 5, 8, 11, 2, 5, 1, 9, 5, 1, 6, 11, 4, 9, 6, 3, 12, 9, 1, 5, 9, 1, 8, 3, 10, 9, 12, 3, 6, 9, 12, 8, 4, 12, 8, 4, 9, 2, 7, 12, 5, 2, 11, 8, 5, 2, 6, 10, 2, 6, 10, 5, 12, 7, 2)
4	1	15	(1, 6, 10, 5, 11, 7, 12, 11, 15, 2, 14, 9, 15, 6, 2, 13, 3, 8, 2, 1, 5, 9, 13, 7, 1, 13, 2, 10, 1, 12, 8, 1, 9, 14, 4, 13, 7, 6, 10, 14, 1, 8, 3, 15, 8, 3, 7, 14, 5, 11, 7, 3, 14, 7, 15, 2, 10, 15, 9, 3, 12, 11, 15, 2, 6, 12, 2, 14, 9, 2, 14, 9, 15, 1, 9, 15, 6, 2, 13, 9, 2, 12, 3, 11, 6, 1, 7, 2, 14, 8, 2)
5	1	17	(1, 15, 9, 16, 10, 17, 8, 10, 3, 17, 2, 8, 3, 15, 2, 9, 3, 16, 2, 1, 16, 8, 1, 10, 15, 1, 17, 9, 1, 8, 16, 4, 15, 10, 1, 9, 17, 15, 9, 2, 15, 9, 16, 3, 9, 16, 10, 2, 16, 10, 17, 3, 10, 17, 7, 2, 17, 8, 15, 3, 8, 10, 3, 17, 10, 3, 14, 2, 8, 14, 2, 8, 3, 15, 8, 3, 15, 2, 9, 15, 2, 8, 1, 14, 9, 3, 13, 2, 10, 16, 2)

5.3 其它情形

对于其它的限制条件, 我们的算法也是有效的, 并且我们已经计算出了所有满足 $1 < k_1 < 6, 1 < k_2 < k_1$ 的结果, 但限于篇幅, 在这里就不再一一给出.

虽然可以计算的并不只是这些, 因为我们认为具体计算结果不是最重要的, 模型和算法才是我们去努力追求的方向, 而计算结果只不过是为了检验算法的正确性和可行性. 在这里需要说明的是, 程序永远无法对任意大的 n 值 (问题规模) 都能够求解, 但实际上如果图是图 1 形状, 限制条件如情形 2, 而 k_1, k_2 已经给定, 那么当传送站的个数大于某个数后跨度就不再增加. 意思是说, 当 n 很大时它的跨度与 n 比较小时的跨度一样. 所以, 求大平面区域的跨度可通过求较小平面区域的跨度而得到, 而分配方案则可由小平面区域的分配方案向外扩展求出. 经观察, 取 n 等于 61 大概就可以了. 这样问题 C 就可以解决了.

对于问题 D, 我们的模型在理论上已经给出了完美的解答. 只要应用部门提出一种传送站结构和相应的限制水平, 就可以套用我们的模型进行求解. 不同之处仅仅是限制矩阵不同而已.

6 模型评价

模型的最大成功之处是解决了最一般情形下的信道分配问题, 对特殊的问题只须修改限制矩阵即可, 这是一般图方法无法涉及的. 另外, 为了求解模型, 我们给出了具体算法, 并且可以在计算机上实现, 这有利于自动化系统的生成.

参考文献

- 1 摩特, 爱尔玛拉巴. 运筹学手册. 上海: 上海科学技术出版社, 1982.
- 2 戴一奇等. 图论与代数结构. 北京: 清华大学出版社, 1995.
- 3 楼世博, 金晓龙, 李鸿祥. 图论及其应用. 北京: 人民邮电出版社, 1982. 7.
- 4 谭浩强等. C 语言程序设计教程. 北京: 高等教育出版社, 1998.

(责任编辑: 黎贞崇)

广西山口红树林保护区列入国际湿地名录

今年 2 月 2 日是第 6 个“世界湿地日”, 世界自然基金会 (WWF) 在中国举行“献给地球的礼物”庆祝大会, 宣布山口红树林生态自然保护区等 14 块湿地被列入国际重要湿地名录. 至此, 我国的国际重要湿地数量增加到 21 块, 总面积增加到 303 万公顷. 我国现有湿地型保护区 310 处, 湿地总面积约 6600 万公顷, 占世界湿地总面积的 10%, 居亚洲第 1 位, 世界第 5 位.

红树林是生长在热带和亚热带周期性遭受海水浸淹的海岸潮间带的乔木和灌木, 是世界上珍稀濒危的植物. 红树林与珊瑚礁、上升流、海滨沼泽湿地并称为世界四大最富生产力的海洋生态系统. 湿地是地球上重要的生命支持系统之一, 也是陆地上的天然蓄水库. 在抵御洪水、减缓径流、蓄洪抗旱、降解污染、调节气候等方面有着其他生态系统不可替代的作用.

山口保护区海岸线总长 50 km², 总面积 8000 hm². 区内红树林发育良好, 结构独特, 连片较大, 保存较完整. 进入 20 世纪 90 年代, 红树林开始受到人们的关注. 山口红树林 1993 年加入中国人与生物圈 (MAB), 1994 年成为中国重要保护湿地, 1997 年 5 月与美国佛罗里达州鲁克立湾国家河口研究保护区建立姐妹保护关系, 2000 年 1 月加入联合国教科文组织世界生物圈.

(本刊编辑部)