广西科学院学报 2006,22(1):18～20,24
Journal of Guangxi Academy of Sciences Vol. 22,No. 1 February 2006

高阶延伸集和高阶延伸极限集的连通性

The Connected Property of Higher Prolongations and Higher Prolongational Limit Set

罗 娟,罗志敏
LUO Juan,LUO Zhi-min

(广西师范大学数学与计算机科学学院,广西桂林 541004)
(College of Mathematics and Computer Sciences,Guangxi Normal University,Guilin,Guangxi,541004,China)

摘要:讨论动力系统中的高阶延伸集和高阶延伸极限集,给出集合的高阶延伸集和高阶延伸极限集的连通性的条件:设 X 是局部紧的度量空间,当 M 是连通的,$D_\alpha^+(M)$ 是紧的则它是连通的;当 M 是紧的和连通的,且 $J_\alpha^+(M)$ 是紧的则它是连通的.
关键词:c-c 映射 高阶延伸集 高阶延伸极限集
中图法分类号:O175 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-7378(2006)01-0018-03
Abstract: higher prolongations and higher prolongational limit set in dynamical system are discussed,and the condition that the higher prolongations and higher prolongational limit set of a set are connected are given: let X be a locally compact metric space,suppose M is connected,then $D_\alpha^+(M)$ is connected when it is compact; suppose M is compact and connected,then $J_\alpha^+(M)$ is connected when it is compact.
Key words:c-c map,higher prolongations,higher prolongational limit set

本文令 X 表示局部紧的度量空间,R 表示实数集合. 假设 X 上有一个动力系统(X,π),即有一个连续映射使得 $\pi:X\times R\to X$ 使得:

(1) 对每一个 $x\in X,\pi(x,0)=x$,

(2)$\pi(\pi(x,s),t)=\pi(x,s+t)$,对于 $x\in X,s,t\in R$,

简记$\pi(x,t)$为 xt,其中 $x\in X,t\in R$. 记 $MT=\{xt:x\in M,t\in T\}$,其中 $M\subset X,T\subset R$. 若 $M=\{x\},T=\{t\}$,简记$\{x\}T$ 为 xT,$M\{t\}$ 为 Mt. $\overline{M}$ 表示 M 的闭包. $S[M,\varepsilon]$表示$\{x\in X:\rho(x,M)\leqslant\varepsilon\}(\varepsilon>0)$.

1 点的高阶延伸集和高阶延伸极限集

定义 1.1 设 $\Gamma(x):X\to 2^x$(2^x 是 X 的所有子集的集合),先定义 2 个算子:

(1)$D\Gamma(x)=\bigcap\{\overline{\Gamma(U)}:U\in\mu(x)\}$,其中 $\mu(x)$ 表示 x 的所有邻域.

(2)$\delta\Gamma(x)=\bigcup\{\Gamma^n(x):n=1,2,\cdots\}$, 其中 $\Gamma^1(x)=\Gamma(x),\Gamma^n(x)=\Gamma(\Gamma^{n-1}(x)),n=2,3,\cdots$

引理 1.1 (1)$D\Gamma(x)=\{y\in X$:存在 X 中的序列$\{x_n\}$和$\{y_n\}$,使得 $y_n\in\Gamma(x_n),x_n\to x,y_n\to y\}$.

(2)$\delta\Gamma(x)=\{y\in X$:存在 $x_1,x_2,\cdots,x_k$,使得 $x_{i+1}\in\Gamma(x_i),x_1=x,x_k=y,i=1,2,\cdots,k-1\}$.

引理 1.2[1] (1)D 和 δ 是幂等算子,即 $D^2=D,\delta^2=\delta$.

(2) 若 $M\subset X$ 是紧的,则 $D\Gamma(M)=\bigcup\{D\Gamma(x):x\in M\}$是闭的.

证明 只证 $\delta^2=\delta$,其它证明参看文献[1]. 若 $y\in\delta\Gamma(x)$,则由 δ 定义知 $y\in\delta\delta\Gamma(x)$,故 $\delta\Gamma(x)\subset\delta\delta\Gamma(x)$. 若 $y\in\delta\delta\Gamma(x)$,则存在 $y_1,y_2,\cdots,y_k$ 使得 $y_{i+1}\in\delta\Gamma(y_i),y_1=x,y_k=y,i=1,2,\cdots,k-1$. 对于每个 $y_{i+1}\in\delta\Gamma(y_i)$,又存在 $x_1^{i+1},x_2^{i+1},\cdots,x_k^{i+1}$,使得 $x_{i+1}^{i+1}\in\Gamma(x_i^{i+1},i=1,2,\cdots,k-1,x_1^{i+1}=y_i,x_k^{i+1}=y_{i+1}$. 于是存在 $y_1,x_1^2,\cdots,x_k^2,x_1^3,\cdots,x_k^3,\cdots,x_1^k,\cdots,x_k^k$,使得 $x_{i+1}^{i+1}\in\Gamma(x_i^{i+1}),y_1=x,x_k^k=y_k=y$. 于是 $y\in$

收稿日期:2005-05-19
修回日期:2005-09-19
作者简介:罗 娟(1980-),女,湖北十堰人,硕士研究生,主要从事动力系统研究。

$\delta\Gamma(x)$,所以 $\delta^2=\delta$.

定义 1.2　如果映射 $\Gamma:X\to 2^x$ 满足 $\delta\Gamma=\Gamma$ 则称为转移映射.

性质 1.1　若 $\Gamma^2=\Gamma$,则 Γ 是转移映射.

证明　若 $\Gamma^2(x)=\Gamma(x)$,则 $\Gamma^3(x)=\Gamma(\Gamma^2(x))=\Gamma(\Gamma(x))=\Gamma^2(x)=\Gamma(x)$. 由归纳法知对任意的 n, $\Gamma^n(x)=\Gamma(x)$,于是 $\delta\Gamma(x)=\bigcup\{\Gamma^n(x):n=1,2,\cdots\}=\Gamma(x)$.

注 1.1　上述结论的反面不一定成立. 令 $X=N$(N 为自然数集),$\Gamma(n)=(i:i>n\}$,则 $\delta\Gamma(n)=\bigcup\{\Gamma^n(n):n=1,2,\cdots\}=\{i:i>n\}\bigcup\{i:i>n+1\}\cdots=\{i:i>n\}=\Gamma(n)$,故为 $\Gamma(n)$ 转移映射,但是 $\Gamma^2(n)=\{i:i>n+1\}\neq\Gamma(n)$.

性质 1.2　若 $\Gamma:X\to 2^x$,则 $\delta\Gamma(x)$ 是转移映射. 这由引理 1.2 可以直接得到.

定义 1.3　如果映射 $\Gamma:X\to 2^x$ 满足 $D\Gamma=\Gamma$ 则称为丛映射.

定义 1.4　映射 $\Gamma:X\to 2^x$ 称为 c-c 映射,如果满足:对于任何的紧集 $K\subset X$ 和 $x\in K$,或者 $\Gamma(x)\subset K$,或者 $\Gamma(x)\cap\partial K\neq\phi$.

易见如果 $\Gamma(x)$ 是连通的,则 $\Gamma(x)$ 是 c-c 映射.

定理 1.1[1]　设 X 是局部紧的空间,$\Gamma(x)$ 是 c-c 映射,如果 $\Gamma(x)$ 是紧的则它是连通的.

引理 1.3[1]　(1) 设 $\{\Gamma_\alpha\}$,$\alpha\in A$,是一族 c-c 映射,则 $\Gamma=\bigcup\Gamma_\alpha$ 是 c-c 映射;

(2) 如果 Γ_1,Γ_2 是 c-c 映射,则它们的复合映射 $\Gamma=\Gamma_1\mathrm{o}\Gamma_2$ 也是 c-c 映射;

(3) 如果 $\Gamma(x)$ 是 c-c 映射,则 $\delta\Gamma$ 和 $D\Gamma$ 也是 c-c 映射.

定义 1.5[1]　设映射 $\gamma^+:X\to 2^x$ 为经过点 $x\in X$ 的正半轨道,即 $\gamma^+(x)=xR^+$. 因为 $\gamma^+(x)$ 是连通的所以是 c-c 映射,并且由于 $\gamma^+(\gamma^+(x))=\gamma^+(x)$,所以 $\gamma^+(x)$ 是转移映射,即 $\delta\gamma^+=\gamma^+$. 我们设 $D\delta\gamma^+\equiv D\gamma^+=D_1^+$,称 $D_1^+(x)=\bigcap\{\overline{U[0,+\infty)}:U\in\mu(x)\}$ 是 x 的一阶正向延伸集,其中 $\mu(x)$ 表示 x 的所有邻域,$U[0,+\infty)=\{xt:x\in U,t\in[0,+\infty)\}$. 由于 D 是幂等映射故 $D_1^+(x)$ 是丛映射,但 $D_1^+(x)$ 不是转移映射,因此可以定义 $D_2^+=D\delta D_1^+$ 为 x 的二阶正向延伸集. 假设已经定义好了 x 的 n 阶正向延伸集 $D_n^+(x)$,则可以定义 $D_{n+1}^+=D\delta D_n^+$. 这样对于任意正整数 n 可以定义 x 的 n 阶正向延伸集 $D_n^+(x)$. 由转移映射,对于任意序数 α,可以如下定义 x 的 α 正向延伸集 D_α^+:如果 α 是一个后继序数,并且已经定义了 $D_{\alpha-1}^+$,则定义 $D_\alpha^+=D\delta D_{\alpha-1}^+$;如果 α 不是一个后继序数,并且对于任意 $\beta<\alpha$ 已经定义了 D_β^+,则 $D_\alpha^+=D\bigcup\{\delta D_\beta^+:\beta<\alpha\}$.

注 1.2[2]　由 δ 的定义知,若 $\alpha_1<\alpha_2$,则 $D_{\alpha_1}^+\subset D_{\alpha_2}^+$.

性质 1.3[1]　(1) 用超限归纳法易证对于任意序数 α,D_α^+ 是 c-c 映射.

(2) 由于 D 是闭算子,则对于任意序数 α,D_α^+ 是闭的.

定义 1.6　先定义 $x\in X$ 的一阶正向延伸极限集 $J_1^+(x)=\bigcap\{\overline{U[t,+\infty)}:U\in\mu(x),t\geqslant 0\}$. 由前面定义的算子 D 和 δ,可以定义 $J_2^+(x)=D\delta J_1^+(x)$. 如果对于所有 $\beta<\alpha$ 已经定义了 J_β^+,则可以定义 $x\in X$ 的 α 阶正向延伸极限集 $J_\alpha^+=D(\bigcup\{\delta J_\beta^+:\beta<\alpha\})$.

注 1.3　由 δ 的定义知,若 $\alpha_1<\alpha_2$,则 $J_{\alpha_1}^+(x)\subset J_{\alpha_2}^+(x)$.

引理 1.4[1]　对于任意 $x\in X$ 和任意序数 α,

(1) $J_\alpha^+(x)$ 是闭的和不变的;

(2) 对于所有的 $t\in R$,$J_\alpha^+(xt)=J_\alpha^+(x)t=J_\alpha^+(x)$;

(3) $D_\alpha^+(x)=\gamma^+(x)\bigcup J_\alpha^+(x)$;

(4) $D_\alpha^+(x)$ 是闭的和正向不变的;

(5) 设 X 是局部紧的度量空间,当且仅当 $D_\alpha^+(x)$ 是紧的时,$J_\alpha^+(x)$ 是非空和紧的;如果 $D_\alpha^+(x)(J_\alpha^+(x))$ 是紧的,则 $D_\alpha^+(x)(J_\alpha^+(x))$ 是连通的;并且如果 $D_\alpha^+(x)(J_\alpha^+(x))$ 不是紧的,则它没有紧的分支.

注 1.4　存在闭的 c-c 映射 $\Gamma(x)$,虽然不紧但有紧的分支.

2　集合的高阶延伸和高阶延伸极限集

定义 2.1　集合 M 的高阶延伸集 $D_\alpha^+(M)=\bigcup\{D_\alpha^+(x):x\in M\}$,集合 M 的高阶延伸极限集 $J_\alpha^+(M)=\bigcup\{J_\alpha^+(x):x\in M\}$.

另外对于集合 M 定义 $\Lambda^+(M)=\bigcup\{\Lambda^+(x):x\in M\}$ 和 $\omega(M)=\bigcap\{\overline{M[t,\infty)}:t\geqslant 0\}$,其中 $\Lambda(x)=\bigcap\{\overline{x[t,+\infty)}:t\geqslant 0\}$.

性质 2.1　(1) 当 M 是紧的,则 $D_\alpha^+(M)$ 和 $J_\alpha^+(M)$ 都是闭的和正向不变的.

(2) 若 $\alpha_1<\alpha_2$,则 $D_{\alpha_1}^+(M)\subset D_{\alpha_2}^+(M)$,$J_{\alpha_1}^+(M)\subset J_{\alpha_2}^+(M)$.

(3) $\Lambda^+(M)\subset\omega(M)$,$\omega(M)\subset J_1^+(M)\subset J_\alpha^+(M)(\alpha>1)$.

(4)$D_{\alpha}^{+}(M)=M[0,+\infty)\cup J_{\alpha}^{+}(M)$.

这些性质的证明可以直接从定义得到.

定理 2.1 设 X 是局部紧的度量空间,$\Gamma(M)=\cup\{\Gamma(x):x\in M\}$ 是 c-c 映射,则当 M 是连通和 $\Gamma(M)$ 是紧的时,$\Gamma(M)$ 是连通的.

证明 假设 $\Gamma(M)$ 是紧的时但不是连通的,则存在不相交的非空紧集 M_1 和 M_2,使得 $\Gamma(M)=M_1\cup M_2$. 因为 X 是局部紧的度量空间,所以分别存在 M_1 和 M_2 的紧邻域 U_1 和 U_2,使得 $M_1\subset U_1$,$M_2\subset U_2$,且 $U_1\cap U_2=\phi$. 因为 $M\subset\Gamma(M)$ 和 M 是连通的,所以或者 $M\subset M_1$,或者 $M\subset M_2$. 不妨设 $M\subset M_1$,则存在 $x\in M\subset M_1$,使得 $\Gamma(x)\cap U_2\neq\phi$,所以 $\Gamma(x)\cap\partial U_1=\phi$,这与 $\Gamma(x)$ 是 c-c 映射矛盾.

推论 2.1 设 X 是局部紧的度量空间,则当 M 是连通和 $D_{\alpha}^{+}(M)$ 是紧的时,$D_{\alpha}^{+}(M)$ 是连通的. 这是因为 $D_{\alpha}^{+}(M)$ 是 c-c 映射. 特别对于 $D_{1}^{+}(M)$ 结论成立.

引理 2.1 (1) 设 X 是局部紧的空间,M 是连通的,则 $\overline{M[0,+\infty)}$ 是紧的当且仅当 $\omega(M)$ 是非空和紧的时它是连通的.

证明 若 $\omega(M)=\phi$ 时无须证明. 下面设 $\omega(M)\neq\phi$,假设 $\omega(M)$ 是紧的但不是连通的,则存在不相交的非空闭集 P 和 Q,使得 $\omega(M)=P\cup Q$. 因为 X 是局部紧的和 $\omega(M)$ 是紧的,则存在 $\varepsilon>0$,使得 $S[\omega(M),\varepsilon]$ 是紧的. 因为 M 是连通的,所以当 $t\geqslant0$ 时 $M[t,+\infty)$ 也是连通的. 因为 $S[\omega(M),\varepsilon]$ 是 $\omega(M)$ 的一个邻域,所以存在 $T>0$ 使得 $M[T,+\infty)\subset S[\omega(M),\varepsilon]$. 设 $N=S[\omega(M),\varepsilon]\backslash(P\cup Q)$,当 $t\geqslant T$ 时设 $N_t=\overline{M[t,+\infty)}\cap N$. 如果存在 $T_1>T$ 使得 $N_{T_1}=\phi$,则 $\overline{M[T_1,+\infty)}=P\cup Q$,这与 $\overline{M[T_1,+\infty)}$ 是连通的矛盾. 所以对于任意的 $t\geqslant TN_{T_1}\neq\phi$. 因为集合 $\{N_t:t\geqslant T\}$ 具有有限交性质,所以 $\cap\{N_t:t\geqslant T\}\neq\phi$(参看文献[3]). 于是 $\cap\{\overline{M[t,+\infty)}\cap N:t\geqslant0\}=\omega(M)\cap N\neq\phi$,但是 $\omega(M)\cap N=\phi$,所以假设不成立. 即证明当 $\omega(M)$ 是紧的时它是连通的.

(2) 设 M 是紧的,则 $\overline{M[0,+\infty)}=M[0,+\infty)\cup\omega(M)$.

证明 只需证明 $\overline{M[0,+\infty)}\subset M[0,+\infty)\cup\omega(M)$. 设 $y\in\overline{M[0,+\infty)}$,于是存在 M 中的点列 $\{x_n\}$ 和 $[0,+\infty)$ 中的点列 t_n 使得 $x_nt_n\to y$,其中或有 $t_n\to t_0\in[0,+\infty)$ 或有 $t_n\to+\infty$. 当 $t_n\to t_0\in[0,+\infty)$ 时,因为 M 是紧的,可以设 $x_n\to x_0\in M$,于是有 $x_nt_n\to x_0t_0$ 和 $x_0t_0=y\in M[0,+\infty)$. 当 $t_n\to+\infty$ 时,由定义知 $y\in\omega(M)$. 所以 $y\in M[0,+\infty)\cup\omega(M)$.

(3) 设 X 是局部紧的空间,$M\subset X$ 是非空和紧的,则当且仅当 $\omega(M)$ 是非空和紧的,$\overline{M[0,+\infty)}$ 是紧的.

证明 由性质(2)只需证明充分性. 因为 X 是局部紧的空间和 $\omega(M)$ 是非空和紧的,所以存在 $\varepsilon>0$,使得 $S[\omega(M),\varepsilon]$ 是 $\omega(M)$ 的一个紧邻域,于是存在 $T>0$ 使得 $\overline{M[T,+\infty)}\subset S[\omega(M),\varepsilon]$ 是紧的,因此 $\overline{M[0,+\infty)}=\overline{M[0,T]}\cup\overline{M[T,+\infty)}$ 是紧的.

引理 2.2 设 X 是局部紧的空间,当 $J_{\alpha}^{+}(M)$ 是非空和紧的,则 $\omega(M)$ 是非空和紧的.

证明 当 $\alpha=1$ 时,因为 $J_{1}^{+}(M)=\cup\{J_{1}^{+}(x):x\in M\}\neq\phi$ 是紧的和 $J_{1}^{+}(x)$ 是闭的,所以存在 $x\in M$ 使得 $J_{1}^{+}(x)\neq\phi$ 是紧的,由文献[1]知 $\Lambda^{+}(x)\neq\phi$. 而 $\Lambda^{+}(x)\subset\Lambda^{+}(M)\subset\omega(M)$,所以 $\omega(M)\neq\phi$. 又因为 $\omega(M)\subset J_{1}^{+}(M)$ 和 $\omega(M)$ 是闭的,所以 $\omega(M)$ 是紧的. 当 $\alpha>1$ 时,因为 $J_{\alpha}^{+}(M)=\cup\{J_{\alpha}^{+}(x):x\in M\}$ 是非空紧的和 $J_{\alpha}^{+}(x)$ 是闭的,所以存在 $x\in M$ 使得 $J_{\alpha}^{+}(x)$ 是非空的和紧的,所以也存在 $x\in M$ 使得 $J_{1}^{+}(x)\subset J_{\alpha}^{+}(x)$,又 $J_{1}^{+}(x)$ 是闭的,所以 $J_{1}^{+}(x)$ 是紧的,由前面的证明知 $\omega(M)$ 也是非空和紧的.

引理 2.3 设 X 是局部紧的空间,M 是非空和紧的,则 $D_{\alpha}^{+}(M)$ 是紧的,当且仅当 $J_{\alpha}^{+}(M)$ 是非空和紧的,$D_{\alpha}^{+}(M)$ 是紧的.

证明 设 $J_{\alpha}^{+}(M)$ 是非空和紧的,则由引理 2.2 知 $\omega(M)$ 是非空和紧的,再由引理 2.1(3) 知 $\overline{M[0,+\infty)}$ 是紧的. 于是 $D_{\alpha}^{+}(M)=M[0,+\infty)\cup J_{\alpha}^{+}(M)=\overline{M[0,+\infty)}\cup J_{\alpha}^{+}(M)$ 是紧的. 反之显然成立.

定理 2.2 设 X 是局部紧的度量空间,M 是紧的和连通的,则当 $J_{\alpha}^{+}(M)$ 是紧的它是连通的.

证明 当 $M=\phi$ 或 $J_{\alpha}^{+}(M)=\phi$ 时无需证明. 设 $M\neq\phi$ 和 $J_{\alpha}^{+}(M)\neq\phi$,$J_{\alpha}^{+}(M)$ 是紧的,假设 $J_{\alpha}^{+}(M)$ 不是连通的,则存在不相交的非空紧集 P 和 Q,使得 $J_{\alpha}^{+}(M)=P\cup Q$. 由引理 2.2 知 $\omega(M)$ 是非空和紧的,再由引理 2.1(1) 知 $\omega(M)$ 是连通的,于是存在或者 $\omega(M)\subset P$ 或者 $\omega(M)\subset Q$. 不妨设 $\omega(M)\subset P$,因为 $\omega(M)\subset P$ 是紧的和 $\overline{M[0,+\infty)}$

(下转第24页)

含水量为 $0.56\times10^{-2}\sim2.22\times10^{-2}$mol/L，α-蒎烯的含水量小于 2.78×10^{-2}mol/L 时，α-蒎烯树脂软化点和得率最高。

在反应温度 -15℃，$AlCl_3$ 2%（基于 α-蒎烯），$AlCl_3/SbCl_3$ 质量比为 2，单体浓度 50%，催化剂以分次方式加入，单体滴加速度为 120 滴/为，反应时间 4h 的工艺条件下，制得软化点为 138.0℃，得率大于 80.0%，色级为 3（铁钴色）的浅色高软化点 α-蒎烯树脂。

参考文献：

[1] 罗志刚，余林梁，周强，等. 从松节油中高效分离 α-蒎烯[J]. 广东化工，2003(4)：61-63.

[2] GOZENBACH C T. α-pinene copolymers for use as rubber tackifiers[J]. Encycl Polym Sci Tech，1970，21：515.

[3] GOZENBACH C T，JORDAN M A，YUNIC R P. Terpene Resin[J]. Encycl Polym Sci Tech，1970，13：575-596.

[4] WILLIAM J ROBERTS，AUAN R DAY. A Study of Polymerization of α- and β-pinene with Friedel-Crafts Type Catalysts[J]. J Am Chem Soc，1950，72：1226-1230.

[5] 邓云祥，林华玉. 新引发剂体系 $AlCl_3$/活化剂/电子给予体对 α-蒎烯聚合作用的研究[Ⅱ]——聚合产物及聚合机理的研究[J]. 高等学校化学学报，1991，12(11)：1558-1561.

[6] 周正斌，程芝. α-蒎烯聚合机理的研究[J]. 林产化学工业，1992，12(3)：189-195.

[7] 周正斌，程芝. α-蒎烯聚合反应动力学的研究[J]. 林产化学工业，1993，13(1)：33-39.

[8] 邓云祥，丁少雄. 复合发剂体系 $SbCl_3/AlCl_3$/D 的 α-蒎烯聚合动力学研究[J]. 功能高分子学报，1999，12(3)：263-268.

[9] 张维邦，卢江，邓云祥. 芳烃络合物引发 α-蒎烯正离子聚合研究[J]. 中山大学学报(自然科学版)，1989，28(3)：82-86.

[10] 邓云祥，林华玉. 新引发剂体系 $AlCl_3$/活化剂/电子给予体对 α-蒎烯聚合作用的研究[Ⅰ]——$SbCl_3/AlCl_3$/酯体系[J]. 高等学校化学学报，1991，12(10)：1414-1417.

[11] 卢江，梁晖，廖荣孜，等. PS-$SbCl_3/AlCl_3$ 引发 α-蒎烯阳离子聚合反应[J]. 高分子材料科学与工程，1997，13(5)：21-25.

[12] 李蒙俊. α-蒎烯的聚合反应与萜烯树脂的制备[J]. 林产化工通讯，1993(4)：2-5.

[13] 王文龙，王延. 高得率浅色萜烯树脂生产工艺及设备的研究[J]. 林产化学与工业，1994，14(2)：17-23.

[14] 王颖，莫美忠. 松节油制备高软化点萜烯树脂[J]. 广西化工，1996，25(1)：18-20.

[15] 熊小青，陈丽涛. 萜烯树脂的研制及性能测定[J]. 华东地质学院学报，1997，20(2)：16-19.

[16] 王青泉，何庄国. 浅色、高软化点萜烯树脂新工艺试车报告[J]. 四川林业科技，1991，12(2)：37-42.

[17] 应圣康，郭少华. 离子型聚合[M]. 北京：化学工业出版社，1998：63-70.

（责任编辑：邓大玉）

（上接第20页）

是紧的，所以 $M[0,+\infty)\cup P=M[0,+\infty)\cup\omega(M)\cup P=\overline{M[0,+\infty)}\cup P$ 是紧的. 下面证明 $M[0,+\infty)\cup P$ 与 Q 不相交. 假设 $(M[0,+\infty)\cup P)\cap Q\neq\phi$，则存在 $x\in M[0,+\infty)\cap Q$，从而 Q 是不变的，故 $\omega(M)\subset Q$，这与假设矛盾. 最后，$D_\alpha^+(M)=M[0,+\infty)\cup J_\alpha^+(M)=(M[0,+\infty)\cup P)\cup Q$ 和 $M[0,+\infty)\cup P$ 与 Q 是不相交的紧集，这与当 M 是连通的和 $D_\alpha^+(M)$ 是紧的时，$D_\alpha^+(M)$ 是连通的矛盾，所以假设不成立，即证明当 $J_\alpha^+(M)$ 是紧的则它是连通的.

参考文献：

[1] BHATIA N P，SZEGÖG P. Stability theory of dynamical systems[M]. Berlin：Berlin Springer，1970.

[2] AUSLANDER J，SEIBERT P. Prolongations and generalized Liapunov functions [M]. New York：International Symposium on Nonlinear Differential Equations and Nonlinear Mechanics Academic Press，1963.

[3] KELLEY J L. General topology[M]. New York ：Van Nostrand，1995.

（责任编辑：韦廷宗　邓大玉）