三角模糊数的一种新排序方法

A New Ranking Method for Triangle Fuzzy Numbers

兰继斌[1],史丽华[1,2],刘 芳[1]
LAN Ji-bin[1], SHI Li-hua[1,2], LIU Fang[1]

(1.广西大学数学与信息科学学院,广西南宁 530004;2.广西财经学院,广西南宁 530003)
(1. College of Mathematics and Information Science, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China; 2. Guangxi University of Finance and Economics, Nanning, Guangxi, 530003, China)

摘要:根据模糊数的α截集,定义三角模糊数的左、右优于度,构造一致性正互反优于度判断矩阵,并根据其最大特征根所对应的规范化特征向量来确定各个模糊数在α水平下的排序,最后通过积分确定模糊数的排序.该方法满足模糊排序方法合理性的5个公理,而且计算方便.

关键词:模糊数 多属性决策 排序 矩阵 α截集

中图法分类号:O159;C934 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-7378(2007)03-0140-04

Abstract: Based on α level set, left and right dominance of triangle fuzzy numbers are defined and subsequently a positive reciprocal judgment matrix with consistency is constructed. The order of fuzzy numbers on α level is established according to its largest eigenvalue corresponding standardized eigenvector. Finally, the ranking of fuzzy numbers is determined by integration. This method satisfies five axioms of the reasonable fuzzy order and the calculation is very convenient.

Key words: fuzzy numbers, multiple attribute decision, ranking, matrix, α level set

模糊多属性决策是近年发展较快的现代决策分析方法,广泛应用于环境评价、气象预报、经济管理等领域.由于现实社会中问题的复杂性、不确定性以及人类思维的模糊性,人们对客观事物作出的评价很难精确表达,而通常用模糊数来表达.因此,模糊决策问题最终归结为模糊数的排序问题.

现有的模糊数排序方法很多.例如:文献[1]用左、右优势度作为排序指标;文献[2]用模糊距离测度进行排序;文献[3]用质心直接排序;文献[4]利用极大和极小集通过模糊权重进行选择排序;文献[5]基于分解定理和正负距离的模糊数排序;文献[6]以质心和原点之间的距离为对角线所形成的矩形面积作为排序指标;文献[7]利用物理上的旋转半径通过面积来对模糊数排序;文献[8]通过优先权重函数的数学期望进行模糊数排序;文献[9]通过定义模糊数的最近点从而对模糊数进行排序等.

总结前人的研究成果[10,11],将模糊数的排序大体归结为三类.第一类方法:通过一个映射$F:\Omega\rightarrow$R(实数域),将每一个模糊量$\widetilde{A}_i$转化为实数$F(\widetilde{A}_i)$,然后比较$F(\widetilde{A}_1),F(\widetilde{A}_2),\cdots,F(\widetilde{A}_n)$得到$\widetilde{A}_1,\widetilde{A}_2,\cdots,\widetilde{A}_n$之间的序关系为$\widetilde{A}_i\geqslant\widetilde{A}_j\Leftrightarrow F(\widetilde{A}_i)\geqslant F(\widetilde{A}_j)$,其排序指标$F(\widetilde{A}_i)$所涉及的模糊量仅为$\widetilde{A}_i$.第二类方法:先通过$\widetilde{A}_1,\widetilde{A}_2,\cdots,\widetilde{A}_n$建立一个或多个参考集,然后比较$\widetilde{A}_i$与参考集的接近程度以导出排序指标,这些参考集是综合所有待排序的模糊量后得到,所以每个指标所涉及的模糊量有n个,通常取模糊最大或模糊最小集作为参考集,也有讨论它们的加权组合作为指标.第三类方法:从可能性理论角度,导出模糊数的排序指标,通过构造出模糊关系$R(A_i,A_j)$对模糊数进行两两比较,通常使该关系满足某种传递性从而确定整体序关系.

本文针对模糊数中最常见的三角模糊数,基于

收稿日期:2007-05-25

作者简介:兰继斌(1962-),男,博士,副教授,主要从事决策分析研究.

其线性特点,提出一种属于第一类的三角模糊数的新排序方法.此方法不仅满足文献[12]所提出排序指标的合理性性质,而且计算方便.

1 三角模糊数及相关概念

定义 1 设 $\widetilde{A}$ 是实数域 R 上的模糊集,若其隶属函数为:

$$\mu_{\widetilde{A}}(x)=\begin{cases}\dfrac{a-x}{m-a},a\leqslant x<n,\\ 1,x=n,\\ \dfrac{x-n}{n-b},n<x\leqslant b,\\ 0,\text{其它},\end{cases} \tag{1}$$

则称 $\widetilde{A}$ 为三角模糊数.如果没有特别说明,以下讨论的模糊数均指三角模糊数.

对于模糊数 $\widetilde{A}$,其 α 截集是闭区间 $\widetilde{A}(\alpha)=[A^L(\alpha),A^R(\alpha)](\alpha\in[0,1])$.设有 n 个模糊数 $\widetilde{A}_1,\widetilde{A}_2,\cdots,\widetilde{A}_n$,其相应的隶属函数分别为 $\mu_{\widetilde{A}_i}(x),i=1,2,\cdots,n$.那么在 α 截集下,对应的闭区间为 $\widetilde{A}_i(\alpha)=[A_i^L(\alpha),A_i^R(\alpha)],i=1,2,\cdots,n$.

定义 2 设 $\widetilde{A}_i,\widetilde{A}_j$ 为两个三角模糊数,如果对于任意的 $\alpha\in[0,1]$ 有 $A_i^L(\alpha)>A_j^L(\alpha),A_i^R(\alpha)>A_j^R(\alpha)$,则称 $\widetilde{A}_i$ 优于 $\widetilde{A}_j$.

由于在大部分情况下,条件 $A_i^L(\alpha)>A_j^L(\alpha)$,$A_i^R(\alpha)>A_j^R(\alpha),\forall\alpha\in[0,1]$ 并不同时都成立.为此,根据三角模糊数的特点,考虑对两个三角模糊数 $\widetilde{A}_i,\widetilde{A}_j$ 的左、右边分别进行比较,然后再综合.于是,在 α 截集下,考虑左边的情形,令

$$y_{ij}^L(\alpha)=\mathrm{e}^{A_i^L(\alpha)-A_j^L(\alpha)},i,j=1,2,\cdots,n. \tag{2}$$

定义 3 称 $y_{ij}^L(\alpha)$ 为在 α 截集下三角模糊数 $\widetilde{A}_i$ 左边相对于三角模糊数 $\widetilde{A}_j$ 左边的优于度.

当 $A_i^L(\alpha)-A_j^L(\alpha)<0$ 时,$0<y_{ij}^L(\alpha)<1$,表示在 α 截集下 $\widetilde{A}_j$ 的左边优于 $\widetilde{A}_i$ 的左边;当 $A_i^L(\alpha)-A_j^L(\alpha)>0$ 时,$y_{ij}^L(\alpha)>1$,表示在 α 截集下 $\widetilde{A}_i$ 的左边优于 $\widetilde{A}_j$ 的左边;当 $A_i^L(\alpha)-A_j^L(\alpha)=0$ 时,$y_{ij}^L(\alpha)=1$,表示在 α 截集下 $\widetilde{A}_i$ 的左边等价于 $\widetilde{A}_j$ 的左边.显然,$y_{ij}^L(\alpha)$ 与 $y_{ji}^L(\alpha)$ 是互反的.因此可以得到正互反判断矩阵

$$Y(\alpha)=(y_{ij}^L(\alpha))_{n\times n}=(\mathrm{e}^{A_i^L(\alpha)-A_2^L(\alpha)})_{n\times n}. \tag{3}$$

容易验证 $Y(\alpha)$ 为一致性正互反判断矩阵.

同理,在 α 截集下,考虑右边的情形,令

$$z_{ij}^R(\alpha)=\mathrm{e}^{A_i^R(\alpha)-A_j^R(\alpha)},i,j=1,2,\cdots,n. \tag{4}$$

定义 4 称 $z_{ij}^R(\alpha)$ 为在 α 截集下三角模糊数 $\widetilde{A}_i$ 右边相对于三角模糊数 $\widetilde{A}_j$ 右边的优于度.

当 $A_i^R(\alpha)-A_j^R(\alpha)<0$ 时,$0<z_{ij}^R(\alpha)<1$,表示在 α 截集下 $\widetilde{A}_j$ 的右边优于 $\widetilde{A}_i$ 的右边;当 $A_i^R(\alpha)-A_j^R(\alpha)>0$ 时,$z_{ij}^R(\alpha)>1$,表示在 α 截集下 $\widetilde{A}_i$ 的右边优于 $\widetilde{A}_j$ 的右边.当 $A_i^R(\alpha)-A_j^R(\alpha)=0$ 时,$z_{ij}^R(\alpha)=1$,表示在 α 截集下 $\widetilde{A}_i$ 的右边等价于 $\widetilde{A}_j$ 的右边.同样可以得到一致性正互反判断矩阵

$$Z(\alpha)=(z_{ij}^R(\alpha))_{n\times n}=(\mathrm{e}^{A_1^R(\alpha)-A_2^R(\alpha)})_{n\times n}. \tag{5}$$

综合考虑左右截点,首先要确定决策者的悲观系数,记 $Y^\lambda(\alpha)=([y_{ij}^L(\alpha)]^\lambda)_{n\times n},Z^{1-\lambda}(\alpha)=([z_{ij}^R(\alpha)]^{1-\lambda})_{n\times n}$,构造在 α 截集下三角模糊数 $\widetilde{A}_1$,$\widetilde{A}_2,\cdots,\widetilde{A}_n$ 的综合优于度判断矩阵:

$$U(\alpha,\lambda)=Y^\lambda(\alpha)\otimes Z^{1-\lambda}(\alpha)=$$
$$([y_{ij}^L(\alpha)]^\lambda[z_{ij}^R(\alpha)]^{1-\lambda})_{n\times n}=(u_{ij}(\alpha,\lambda))_{n\times n}=$$
$$(\mathrm{e}^{\lambda(A_i^L(\alpha)-A_j^L(\alpha))+(1-\lambda)(A_i^R(\alpha)-A_j^R(\alpha))})_{n\times n}, \tag{6}$$

其中悲观系数 $\lambda(\lambda\in[0,1])$ 表示了决策者对风险的态度.常取 $\lambda=\dfrac{1}{2}$,即把决策者看成是风险中立的.容易证明 $U(\alpha,\lambda)$ 是一致性正互反判断矩阵.$0<u_{ij}(\alpha,\lambda)<1$ 表示在 α 截集下 $\widetilde{A}_j$ 优于 $\widetilde{A}_i$;$u_{ij}(\alpha,\lambda)>1$ 表示在 α 截集下 $\widetilde{A}_i$ 优于 $\widetilde{A}_j$;$u_{ij}(\alpha,\lambda)=1$ 表示在 α 截集下 $\widetilde{A}_i$ 等价于 $\widetilde{A}_j$.

2 利用优于度对三角模糊数排序

在 α 截集下,通过求 $U(\alpha,\lambda)$ 的最大特征根所对应的规范化特征向量 $w(\alpha,\lambda)=(w_1(\alpha,\lambda),w_2(\alpha,\lambda),\cdots,w_n(\alpha,\lambda))^{\mathrm{T}}$ 来确定各个模糊数在 α 水平下的排序.由于 $U(\alpha,\lambda)$ 是一致性正互反判断矩阵,所以 $w_i(\alpha,\lambda)=u_{ij}(\alpha,\lambda)/\sum_{k=1}^{n}u_{kj}(\alpha,\lambda)>0(i,j=1,\cdots,n)$,通过积分综合得到三角模糊数 $\widetilde{A}_i$ 的排序量

$$W_i(\lambda)=\int_0^1 w_i(\alpha,\lambda)\mathrm{d}\alpha,i=1,2,\cdots,n. \tag{7}$$

最后,把 $W(\lambda)=(W_1(\lambda),W_2(\lambda),\cdots,W_n(\lambda))^{\mathrm{T}}$ 归一化,根据其分量的大小进行排序或择优.

整理得如下算法:对于一组给定的三角模糊数 $\widetilde{A}_1,\widetilde{A}_2,\cdots,\widetilde{A}_n$ 及其隶属函数 $\mu_{\widetilde{A}_1}(x),\mu_{\widetilde{A}_2}(x),\cdots,\mu_{\widetilde{A}_n}(x)$.

(Ⅰ)确定在 α 截集下,对应的闭区间 $\widetilde{A}_i(\alpha)=[A_i^L(\alpha),A_i^R(\alpha)],i=1,2,\cdots,n,(\alpha\in[0,1])$;

(Ⅱ)构造左、右优于度函数 $y_{ij}^L(\alpha)=\mathrm{e}^{A_i^L(\alpha)-A_j^L(\alpha)},z_{ij}^R(\alpha)=\mathrm{e}^{A_i^R(\alpha)-A_j^R(\alpha)}(i,j=1,2,\cdots,n)$;

(Ⅲ)考虑决策者的风险态度,构造一致性正互反优于度判断矩阵 $U(\alpha,\lambda)=Y^\lambda(\alpha)\otimes Z^{1-\lambda}(\alpha)=([y_{ij}^L(\alpha)]^\lambda[z_{ij}^R(\alpha)]^{1-\lambda})_{n\times n}=(u_{ij}(\alpha,\lambda))_{n\times n}=$

$(e^{\lambda(A_i^L(\alpha)-A_j^L(\alpha))+(1-\lambda)(A_i^R(\alpha)-A_j^R(\alpha))})_{n\times n}$;

(Ⅳ)求 $U(\alpha)$ 的最大特征根所对应的特征向量 $w(\alpha,\lambda)=(w_1(\alpha,\lambda),w_2(\alpha,\lambda),\cdots,w_n(\alpha,\lambda))^{\mathrm{T}}$，其中 $w_i(\alpha,\lambda)=u_{ij}(\alpha,\lambda)/\sum_{k=1}^{n}u_{kj}(\alpha,\lambda)>0,(i,j=1,\cdots,n)$;

(Ⅴ)积分综合得到模糊数 $\widetilde{A}_i$ 对应的排序向量 $W_i(\lambda)=\int_0^1 w_i(\alpha,\lambda)\mathrm{d}\alpha,(i=1,2,\cdots,n)$，将 $W(\lambda)=(W_1(\lambda),W_2(\lambda),\cdots,W_n(\lambda))^{\mathrm{T}}$ 进行归一化，即可根据其分量的大小进行排序或择优.

3　排序方法的合理性

本文提出的排序方法有如下5条性质：

(Ⅰ)序关系的完全性，即 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$ 与 $\widetilde{B}\succeq\widetilde{A}$ 至少有一者成立. 模糊数的比较依据实数的大小比较，因此完全性显然成立.

(Ⅱ)不相交模糊量的性质：若 $\inf\operatorname{supp}\widetilde{A}\geqslant\sup\operatorname{supp}\widetilde{B}$($\operatorname{supp}\widetilde{A}$ 表示 $\widetilde{A}$ 的支集)，则有 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$. 根据公式(6)和(7)，此性质显然成立.

(Ⅲ)不相关模糊量的独立性，即如果 $\{\widetilde{A},\widetilde{B}\}$ 中有 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$，则在 $\{\widetilde{A},\widetilde{B},\widetilde{C}\}$ 中仍有 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$.

证明　设 $\widetilde{A},\widetilde{B}$ 构造的优先度矩阵为 $U_1(\alpha,\lambda)$，相应的规范化权重矢量为 $(w_1(\alpha,\lambda),w_2(\alpha,\lambda))^{\mathrm{T}}$，$\widetilde{A}\succ\widetilde{B}$ 的含义是 $\int_0^1 w_1(\alpha,\lambda)\mathrm{d}\alpha\geqslant\int_0^1 w_2(\alpha,\lambda)\mathrm{d}\alpha$，即 $\int_0^1(w_1(\alpha,\lambda)-w_2(\alpha,\lambda))\mathrm{d}\alpha\geqslant 0$. 现在增加三角模糊数 $\widetilde{C}$，由 $\widetilde{A},\widetilde{B},\widetilde{C}$ 构造的优先度矩阵为 $U_2(\alpha,\lambda)$，相应的规范化权重矢量为 $(\overline{w_1}(\alpha,\lambda),\overline{w_2}(\alpha,\lambda),\overline{w_3}(\alpha,\lambda))^{\mathrm{T}}$.

因为 $U_1(\alpha,\lambda),U_2(\alpha,\lambda)$ 都是一致性正互反判断矩阵，由强保序的充要条件知有以下关系成立：

$$\overline{w_3}(\alpha,\lambda)=\frac{1}{c},c=\frac{u_{i3}(\alpha,\lambda)}{w_i(\alpha,\lambda)}(i=1,2),$$

令 $f(\alpha,\lambda)=\sum_{i=1}^{2}w_i(\alpha,\lambda)+\frac{1}{c}$，显然 $f(\alpha,\lambda)>0,(\alpha\in[0,1])$，且 $\overline{w_1}(\alpha,\lambda)=\frac{w_1(\alpha,\lambda)}{f(\alpha,\lambda)}$，$\overline{w_2}(\alpha,\lambda)=\frac{w_2(\alpha,\lambda)}{f(\alpha,\lambda)}$，由于 $\int_0^1(\overline{w_1}(\alpha,\lambda)-\overline{w_2}(\alpha,\lambda))\mathrm{d}\alpha=\int_0^1\left(\frac{w_1(\alpha,\lambda)}{f(\alpha,\lambda)}-\frac{w_2(\alpha,\lambda)}{f(\alpha,\lambda)}\right)\mathrm{d}\alpha$，由积分中值定理有

$$\int_0^1(\overline{w_1}(\alpha,\lambda)-\overline{w_2}(\alpha,\lambda))\mathrm{d}\alpha=\frac{1}{f(\zeta,\lambda)}\int_0^1(w_1(\alpha,\lambda)-w_2(\alpha,\lambda))\mathrm{d}\alpha\geqslant 0,\zeta\in[0,1],$$

所以在 $\{\widetilde{A},\widetilde{B},\widetilde{C}\}$ 中仍有 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$.

(Ⅳ)序关系的传递性，即如果 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$ 且 $\widetilde{B}\succeq\widetilde{C}$，则 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{C}$. 由性质③的证明知，当 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$ 时添加新元素 $\widetilde{C}$，在 $\{\widetilde{A},\widetilde{B},\widetilde{C}\}$ 中仍有 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$；又因为 $\widetilde{B}\succeq\widetilde{C}$，添加新元素 $\widetilde{A}$，在 $\{\widetilde{A},\widetilde{B},\widetilde{C}\}$ 中仍有 $\widetilde{B}\succeq\widetilde{C}$，综上所述所以 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{C}$.

(Ⅴ)对加的相容性，即如果 $\{\widetilde{A},\widetilde{B}\}$ 中有 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$，则 $\{\widetilde{A}+\widetilde{C},\widetilde{B}+\widetilde{C}\}$ 中有 $\widetilde{A}+\widetilde{C}\succeq\widetilde{B}+\widetilde{C}$.

证明　设 $\widetilde{A},\widetilde{B}$ 构造的优先度矩阵为 $U_1(\alpha,\lambda)$，相应的规范化权重矢量为 $(w_1(\alpha,\lambda),w_2(\alpha,\lambda))^{\mathrm{T}}$；$\widetilde{A}+\widetilde{C},\widetilde{B}+\widetilde{C}$ 构造的优先度矩阵为 $U_2(\alpha,\lambda)$，相应的规范化权重矢量为 $(\overline{w_1}(\alpha,\lambda),\overline{w_2}(\alpha,\lambda))^{\mathrm{T}}$，那么有

$$\overline{w_1}(\alpha,\lambda)=\frac{\overline{u_{12}}(\alpha,\lambda)}{1+\overline{u_{12}}(\alpha,\lambda)}=$$

$$\frac{e^{\lambda((A^L(\alpha)+C^L(\alpha))-(B^L(\alpha)+C^L(\alpha)))+(1-\lambda)((A^R(\alpha)+C^R(\alpha))-(B^R(\alpha)+C^R(\alpha)))}}{1+e^{\lambda((A^L(\alpha)+C^L(\alpha))-(B^L(\alpha)+C^L(\alpha)))+(1-\lambda)((A^R(\alpha)+C^R(\alpha))-(B^R(\alpha)+C^R(\alpha)))}}$$

$$=\frac{e^{\lambda(A^L(\alpha)-B^L(\alpha))+(1-\lambda)(A^R(\alpha)+B^R(\alpha))}}{1+e^{\lambda(A^L(\alpha)-B^L(\alpha))+(1-\lambda)(A^R(\alpha)-B^R(\alpha))}}=w_1(\alpha,\lambda),$$

$$\overline{w_2}(\alpha,\lambda)=\frac{1}{1+\overline{u_{12}}(\alpha,\lambda)}=$$

$$\frac{1}{1+e^{\lambda((A^L(\alpha)+C^L(\alpha))-(B^L(\alpha)+C^L(\alpha)))+(1-\lambda)((A^R(\alpha)+C^R(\alpha))-(B^R(\alpha)+C^R(\alpha)))}}$$

$$=\frac{1}{1+e^{\lambda(A^L(\alpha)-B^L(\alpha))+(1-\lambda)(A^R(\alpha)-B^R(\alpha))}}=w_2(\alpha,\lambda).$$

由 $\widetilde{A}\succeq\widetilde{B}$，有 $\int_0^1 w_1(\alpha,\lambda)\mathrm{d}\alpha\geqslant\int_0^1 w_2(\alpha,\lambda)\mathrm{d}\alpha$.

所以 $\int_0^1\overline{w_1}(\alpha,\lambda)\mathrm{d}\alpha\geqslant\int_0^1\overline{w_2}(\alpha,\lambda)\mathrm{d}\alpha$，即 $\widetilde{A}+\widetilde{C}\succeq\widetilde{B}+\widetilde{C}$.

4　算例

设3个待排序的三角模糊数分别为 $\widetilde{A}_1=[0.2,0.4,0.9]$，$\widetilde{A}_2=[0.55,0.65,0.75]$，$\widetilde{A}_3=[0.1,0.45,0.65]$.

如图1所示(其中 A_1,A_2,A_3 分别表示模糊数 $\widetilde{A}_1,\widetilde{A}_2,\widetilde{A}_3$)：

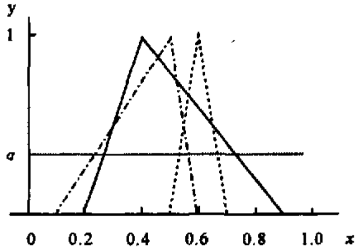

图1　三角模糊数隶属函数

——：A_1；----：A_2；—·—·—：A_3

给出 α 截集分别为

$\widetilde{A}_1(\alpha)=(\frac{\alpha}{5}+0.2,-\frac{\alpha}{2}+0.9)$，$\widetilde{A}_2(\alpha)=$

$(\frac{\alpha}{10}+0.55,-\frac{\alpha}{10}+0.75)$,$\widetilde{A}_3(\alpha)=(\frac{7\alpha}{20}+0.1,-\frac{\alpha}{5}+0.65)$.

取 $\lambda=\frac{1}{3}$,根据(6)式得 $u\left(\alpha,\frac{1}{3}\right)=$

$$\begin{bmatrix} 1 & e^{-\frac{7\alpha}{30}-\frac{1}{60}} & e^{-\frac{\alpha}{4}+0.2} \\ e^{\frac{7\alpha}{30}+\frac{1}{60}} & 1 & e^{-\frac{\alpha}{60}+\frac{13}{60}} \\ e^{\frac{\alpha}{4}-0.2} & e^{\frac{\alpha}{60}-\frac{13}{60}} & 1 \end{bmatrix}.$$

显然,矩阵 $U(\alpha,\frac{1}{3})$ 是一致性正互反判断矩阵.在 α 截集下最大特征根所对应的特征向量为 $w(\alpha,\frac{1}{3})=(1,e^{\frac{7\alpha}{30}+\frac{1}{60}},e^{\frac{\alpha}{4}-0.2})$.根据(7)式得 $W(\frac{1}{3})=(1,1.1438,0.9302)$.归一化后得 $W'(\frac{1}{3})=(0.3253,0.3721,0.3026)$,从而3个模糊数的优先顺序为 $\widetilde{A}_2\succ\widetilde{A}_1\succ\widetilde{A}_3$.

5 结束语

本文针对三角模糊数,通过分析现有的关于模糊数排序的方法,从 α 截集定义左、右优于度着手,构造一致性正互反优于度判断矩阵,根据其最大特征根所对应的规范化特征向量来确定各个模糊数在 α 水平下的排序,最后通过积分确定模糊数的排序.该指标满足模糊排序方法合理性的5个公理,为模糊数的排序增添了一种计算简便的新方法.

参考文献:

[1] CHEN L,LU H. An approximate approach for ranking fuzzy numbers based on left and right dominance [J]. Computers and Mathematics with Applications,2001,41:1589-1602.

[2] TRAN L,DUCKSTEIN L. Comparison of fuzzy numbers using a fuzzy distance measure[J]. Fuzzy Sets and Systems,2002,130:331-341.

[3] WANG Y,YANG J,XU D,et al. On the centroids of fuzzy numbers[J]. Fuzzy Sets and Systems,2006,157:919-926.

[4] RAJ P A D,KUMAR D N. Ranking alternatives with fuzzy weights using maximizing set and minimizing set [J]. Fuzzy Sets and Systems,1999,105:365-375.

[5] YAO J,WU K. Ranking fuzzy numbers based on decomposition principle and signed distance[J]. Fuzzy Sets and Systems,2000,166:275-288.

[6] CHU T. Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid point and original point [J]. Computers and Mathematics with Applications,2002,43:111-117.

[7] YONG D,ZHU Z,LIU Q. Ranking fuzzy numbers with an area method using radius of gyration[J]. Computers and Mathematics with Applications,2006,51:1127-1136.

[8] LIU X,HAN S. Ranking fuzzy numbers with preference weighting function expectations [J]. Computers and Mathematics with Applications,2005,49:1731-1753.

[9] ASADY B,ZENDEHNAM A. Ranking fuzzy numbers by distance minimization [J]. Applied Mathematical Modelling,2007,31(11):2589-2598.

[10] WANG X,KERRE E E. Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities(Ⅰ)[J]. Fuzzy Sets and Systems,2001,118:375-385.

[11] WANG X,KERRE E E. Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities(Ⅱ)[J]. Fuzzy Sets and Systems,2001,118:387-405.

[12] 王绪柱,单静.模糊量排序综述[J].模糊系统与数学,2002,16(4):28-34.

[13] 郭志林,薛明志.Fuzzy区间数的一种排序方法及综合评判模型[J].数学的实践与认识,2005,35(7):244-247.

[14] 刘华文.基于距离测度的模糊数排序[J].山东大学学报:理学版,2004,39(2):30-36.

[15] 曾文艺,李洪兴,谷云东.模糊数的排序方法[J].北京师范大学学报:自然科学版,2001,37(6):711-714.

[16] 吴江,黄登仕.区间数排序方法研究综述[J].系统工程,2004,22(8):1-4.

(责任编辑:尹 闽 邓大玉)

(上接第139页)

参考文献:

[1] MALLAT S. Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of $L^2(R)$ [J]. Tran Amer Math Soc,1989,315:69-87.

[2] CHUI C K,W J Z. On compactly supported spline wavelet and a duality principle[J]. Tran Amer Math Soc,1992,330(2):903-915.

[3] 程正兴.小波分析算法与应用[M].西安:西安交通大学出版社,1998.

[4] 杨美香,丁宣浩.一种新的样条小波的构造[J].广西科学院学报,2006,22(3):153-156.

(责任编辑:韦廷宗)