广西科学院学报 2008,24(2):73～78
Journal of Guangxi Academy of Sciences Vol. 24,No. 2 May 2008

允许延期付款的EOQ模型*
EOQ Model Under Permissible Delay in Payments

莫降涛,朱彦利,孟立华
MO Jiang-tao,ZHU Yan-li,MENG Li-hua

(广西大学数学与信息科学学院,广西南宁 530004)
(College of Mathematics and Information Science,Guangxi University,Nanning,Guangxi,530004,China)

摘要:在允许延期付款的条件下,研究需求率与价格相关、变质率随时间变化的产品的库存优化问题,建立优化补货周期和商品价格的库存模型,给出模型的一种近似求解方法,并用数值实例来验证该模型的有效性.

关键词:库存模型 延期付款 变质 价格
中图法分类号:O227 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-7378(2008)02-0073-06

Abstract: Under the condition that delay in payment is permitted, this paper studies the optimization problem of inventory in which price is depended on demand and deterioration is varied with time. The inventory model with optimized the replenishment cycle time and price is established, an approximate method to find the optimal solution is provided. At the end, a numerical example is presented to illustrate the validity of the model.

Key words:inventory model,delay in payments,deterioration,price

在传统的经济订购批量(EOQ)模型中,销售商收到订购的产品后立即向供应商付款[1~3].但是在激烈的市场竞争中,为了减少库存积压、增加产品的销售量,一些供应商采用延期付款的策略,使得销售商能够减轻资金的压力、降低成本.所谓延期付款,是指产品经购货单位验收入库后延迟付款或产品售完后付款的一种结算方式,销售商在供应商预先设定延期付款时限(简称延期时限)之后才交付已购产品的费用.延期付款策略可以有效的减少销售商购买成本,从而购买更多的产品.另一方面,虽然供应商损失了部分利润,但是由于刺激了需求量的增长,减少了库存积压,加速了资金周转,可以有效提高经济效益.

近年来,延期付款策略得到了深入的研究.文献[4]研究了采用延期付款策略且延期时限与订购量相关的经济订购批量问题.文献[5,6]利用最小库存成本模型,研究了供应商的延期付款策略中的最优延期时限问题.文献[7]采用延期付款策略并考虑通货膨胀的影响,建立了需求率与初始库存水平相关的销售商最小库存成本模型.文献[8]研究了采用延期付款策略与订购量相关的库存模型,并给出一种简易算法计算销售商的最小库存成本和最优补货周期.文献[9]建立了利用延期付款策略的变质产品的最优生产批量(EPQ)模型,确定了销售商的最优补货周期和最小库存成本.

本文在允许延期付款的条件下,研究需求率与价格相关、变质率随时间变化的产品的库存优化问题.通过建立产品的库存模型,确定产品的最优销售价格、最优订购量、最优补货周期,使得销售商的利润最大化.

1 记号与假定

模型基于如下假定:

(1) 销售商补货周期是 T,一次的补货量是 Q;不允许缺货;

(2) 瞬时补货,提前期为零;

(3) 需求率 d 为价格 p 的非负函数,$d=d(p)$,

收稿日期:2007-04-09
修回日期:2007-07-06
作者简介:莫降涛(1963-),男,教授,主要从事运筹学理论与方法,供应链模型与优化研究工作。
*广西自然科学基金项目(0542043)资助。

满足 $d'(p) < 0$ 且 $d''(p) > 0$；

(4) 变质率 θ 为时间的函数，即 $\theta(t)$，且 $0 \leqslant \theta(t) < 1$；

(5) 设 M 是供应商的延期时限(常数)，即订购产品的销售商在延期时限内(即 $[0,M)$)，不需交付对购买产品的费用，因此可以将购买产品的资金用于其它投资，获得一定的资本利息利润 I_e. 直到延期时限时(即时刻 M)，销售商才交付购买产品的费用. 如果在延期时限内没有售完订购的产品，将产生一定的资本机会成本 I_c.

为了简便，采用如下记号：c 表示单位产品成本；s 表示订购成本；h 表示单位产品存贮成本(不包括资本机会成本)；$I(t)$ 表示 t 时刻库存水平，$0 \leqslant t \leqslant T$.

2 允许延期付款的 EOQ 模型

2.1 模型建立

由于市场需求和变质产品的影响，产品的库存水平在 $[0,T]$ 内逐渐减少，因此有

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} + \theta(t)I(t) = -d(p), 0 \leqslant t \leqslant T. \quad (1)$$

注意到 $I(T) = 0$，由(1)式得到

$$I(t) = d(p)\mathrm{e}^{-g(t)}\int_t^T \mathrm{e}^{g(u)}\mathrm{d}u, 0 \leqslant t \leqslant T, \quad (2)$$

其中 $g(t) = \int_0^t \theta(u)\mathrm{d}u$. 由订购量 $Q = I(0)$ 得

$$Q = d(p)\int_0^T \mathrm{e}^{g(t)}\mathrm{d}t. \quad (3)$$

销售商在 $[0,T]$ 内的总利润由销售利润、订购成本、产品成本、存贮成本、资本机会成本、资本利息利润组成，其中：

(a) 销售利润 $R_s = pd(p)$；

(b) 订购成本 $C_0 = s/T$；

(c) 产品成本 $C_p = \frac{cQ}{T} = \frac{cd(p)}{T}\left(\int_0^T \mathrm{e}^{g(t)}\mathrm{d}t\right)$；

(d) 存贮成本 $C_h = \frac{h}{T}\int_0^T I(t)\mathrm{d}t =$

$$\frac{hd(p)}{T}\int_0^T\left(\mathrm{e}^{-g(t)}\int_t^T \mathrm{e}^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t.$$

根据 M 与 T 的大小关系，库存模型的产品存贮状态分别如图 1 与图 2 所示. 因此，资本机会成本、资本利息利润分别计算如下.

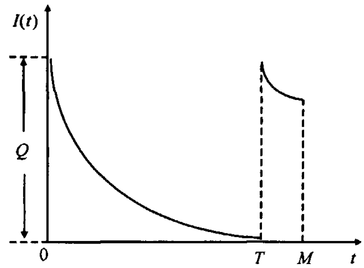

图 1 库存模型的产品存贮状态($M \geqslant T$)

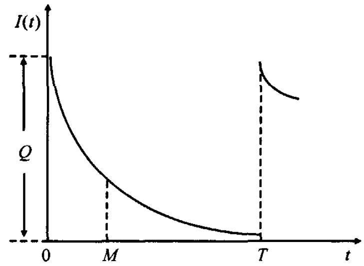

图 2 库存模型的产品存贮状态($M \leqslant T$)

(i) $M \geqslant T$，即延期时限大于等于销售商的补货周期(图 1).

由假设(5)可知，销售商在 $[0,T]$ 内能够获得一定的资本利息利润. 资本利息利润

$$C_{i1} = \frac{pI_e}{T}\left[\int_0^T d(p)t\mathrm{d}t + (M-T)\int_0^T d(p)\mathrm{d}t\right] = pI_ed(p)\left(M - \frac{T}{2}\right).$$

(ii) $M \leqslant T$，即延期时限小于等于销售商的补货周期(图 2).

由假设(5)可知，在 $[0,M]$ 内销售商可获得一定的资本利息利润；在 $[M,T]$ 则会产生一定的资本机会成本，其中资本利息利润

$$C_{i2} = \frac{pI_e}{T}\int_0^M d(p)t\mathrm{d}t = \frac{pI_ed(p)M^2}{2T}.$$

资本机会成本

$$C_c = \frac{cI_c}{T}\int_M^T I(t)\mathrm{d}t = \frac{cI_cd(p)}{T}\int_M^T\left(\mathrm{e}^{-g(t)}\int_t^T \mathrm{e}^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t.$$

令 $\pi_1(T,p)$ 与 $\pi_2(T,p)$ 分别代表(i)与(ii)两种情况下的销售商总利润，则

$$\pi_1(T,p) = R_s - C_0 - C_p - C_h + C_{i1} = pd(p) - \frac{s}{T} - \frac{cd(p)}{T}\left(\int_0^T \mathrm{e}^{g(t)}\mathrm{d}t\right) - \frac{hd(p)}{T}\int_0^T\left(\mathrm{e}^{-g(t)}\int_t^T \mathrm{e}^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t + pI_ed(p)\left(M - \frac{T}{2}\right),$$

$$\pi_2(T,p)=R_s-C_0-C_p-C_h-C_c+C_{i2}=$$

$$pd(p)-\frac{s}{T}-\frac{cd(p)}{T}\left(\int_0^T e^{g(t)}\mathrm{d}t\right)-\frac{hd(p)}{T}\cdot$$

$$\int_0^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-\frac{cI_cd(p)}{T}\int_M^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t+$$

$$\frac{pd(p)I_eM^2}{2T}.$$

总利润函数 $\pi(T,p)$ 为

$$\pi(T,p)=\begin{cases}\pi_1(T,p), M\geqslant T,\\ \pi_2(T,p), M\leqslant T.\end{cases}$$

于是,本文库存问题的数学模型为

$$\max\pi(T,p), \tag{4}$$

$$\text{s.t. } T\geqslant 0, p\geqslant 0.$$

目的是求得最优的 T 和 p,使得销售商的总利润 $\pi(T,p)$ 最大.

2.2 解的存在性分析

分别求 $\pi_1(T,p)$,$\pi_2(T,p)$ 关于 T 的一阶、二阶偏导,并利用 $g'(T)=\theta(T)$,有

$$\frac{\partial\pi_1(T,p)}{\partial T}=s+cd(p)\left[\int_0^T e^{g(t)}\mathrm{d}t-Te^{g(t)}\right]+$$

$$hd(p)\left[\int_0^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-Te^{g(T)}\int_0^T e^{-g(t)}\mathrm{d}t\right]-$$

$$\frac{1}{2}pI_edT^2, \tag{5}$$

$$\frac{\partial\pi_2(T,p)}{\partial T}=s+cd(p)\left[\int_0^T e^{g(t)}\mathrm{d}t-Te^{g(t)}\right]+$$

$$hd(p)\left[\int_0^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-Te^{g(T)}\int_0^T e^{-g(t)}\mathrm{d}t\right]+$$

$$cI_cd(p)\left[\int_M^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-Te^{g(T)}\int_M^T e^{-g(t)}\mathrm{d}t\right]-$$

$$\frac{pI_edM^2}{2}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2\pi_1(T,p)}{\partial T^2}=-\frac{1}{T^2}\Big[cTd(p)e^{g(T)}\theta(T)+$$

$$hTd(p)\left(e^{g(T)}\theta(T)\int_0^T e^{-g(t)}\mathrm{d}t+1\right)+pI_eTd(p)\Big]<$$

$$0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2\pi_2(T,p)}{\partial T^2}=-\frac{1}{T^2}\Big[cTd(p)e^{g(T)}\theta(T)+$$

$$hTd(p)(e^{g(T)}\theta(T)\int_0^T e^{-g(t)}\mathrm{d}t+1)+$$

$$cI_cTd(p)(e^{g(T)}\theta(T)\int_M^T e^{-g(t)}\mathrm{d}t+1)\Big]<0. \tag{8}$$

由(7)式,(8)式可知,对于固定的 p,$\pi_1(T,p)$、$\pi_2(T,p)$ 均为 T 的严格凹函数.因此,若令(5)式,(6)式均为零,求得的 T 分别满足 $M>T$ 与 $M<T$,则存在相应的 T 值使得 $\pi_1(T,p)$、$\pi_2(T,p)$ 最大.否则,$\pi_1(T,p)$、$\pi_2(T,p)$ 的最大值在边界 $T=M$ 处取到.

同理,分别求 $\pi_1(T,p)$,$\pi_2(T,p)$ 关于 p 的一阶、二阶偏导,有

$$\frac{\partial\pi_1(T,p)}{\partial p}=d'(p)\Big[p-\frac{c}{T}\int_0^T e^{g(T)}\mathrm{d}t-$$

$$\frac{h}{T}\int_0^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-pI_e\left(M-\frac{1}{2}T\right)\Big]+$$

$$d(p)[I_e(M-\frac{1}{2}T)+1], \tag{9}$$

$$\frac{\partial\pi_2(T,p)}{\partial p}=d'(p)\Big[p-\frac{c}{T}\int_0^T e^{g(T)}\mathrm{d}t-$$

$$\frac{h}{T}\int_0^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-\frac{cI_c}{T}\int_M^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-$$

$$\frac{pI_eM^2}{2T}\Big]+d(p)[\frac{I_eM^2}{2T}+1]. \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2\pi_1(T,p)}{\partial p^2}=d''(p)\Big[-\frac{c}{T}\int_0^T e^{g(t)}\mathrm{d}t-$$

$$\frac{h}{T}\int_0^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-pI_e\left(M-\frac{1}{2}T\right)\Big]+$$

$$2d'(p)[I_e(M-\frac{1}{2}T)+1]<0, \tag{11}$$

$$\frac{\partial^2\pi_2(T,p)}{\partial p^2}=d''(p)\Big[-\frac{c}{T}\int_0^T e^{g(t)}\mathrm{d}t-$$

$$\frac{h}{T}\int_0^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-\frac{cI_c}{T}\int_M^T\left(e^{-g(t)}\int_t^T e^{g(u)}\mathrm{d}u\right)\mathrm{d}t-$$

$$\frac{pI_eM^2}{2T}\Big]+2d'(p)[\frac{I_eM^2}{2T}+1]<0. \tag{12}$$

由于 $d'(p)<0$,$d''(p)>0$,所以(11)式,(12)式均小于零.即 $\pi_1(T,p)$、$\pi_2(T,p)$ 均为 p 的严格凹函数.因此,由(9)式,(10)式均为零可求得相应的 p 值使 $\pi_1(T,p)$、$\pi_2(T,p)$ 分别达到最大.

可见,库存模型(4)的最优解是存在的,但是难以给出显式的表达式.

3 模型的近似算法及数值例子

3.1 一类特殊的模型

在模型(4)中,设需求率 $d(p)=\alpha p^{-\beta}$,$\alpha>0$,$\beta>1$,变质率 $\theta(t)=\theta$,$0\leqslant\theta\leqslant 1$.

由(2)式,(3)式可知,t 时刻的库存水平 $I(t)$ 与订购量 Q 分别为:

$$I(t)=\frac{\alpha p^{-\beta}}{\theta}(e^{\theta(T-t)}-1),0\leqslant t\leqslant T;$$

$$Q=\frac{\alpha p^{-\beta}}{\theta}(e^{\theta T}-1).\qquad(13)$$

因此有

$$\pi_1(T,p)=\alpha p^{-\beta+1}-\frac{s}{T}-\frac{c\alpha p^{-\beta}(e^{\theta T}-1)}{\theta T}-\frac{h\alpha p^{-\beta}(e^{\theta T}-\theta T-1)}{\theta^2 T}-\frac{\alpha p^{-\beta+1}I_eT}{2}+\alpha p^{-\beta+1}I_eM,\qquad(14)$$

$$\pi_2(T,p)=\alpha p^{-\beta+1}-\frac{s}{T}-\frac{c\alpha p^{-\beta}(e^{\theta T}-1)}{\theta T}-\frac{h\alpha p^{-\beta}(e^{\theta T}-\theta T-1)}{\theta^2 T}-(cI_c\alpha p^{-\beta}(e^{\theta(T-M)}-\theta(T-M)-1))/\theta^2T+\frac{\alpha p^{-\beta+1}I_eM^2}{2T}.\qquad(15)$$

采用二阶段方法来确定最优补货周期和最优的价格.

3.1.1　*对给定的价格 p，确定最优补货周期 T*

由于变质率 $\theta\ll 1$，因而有

$$e^{\theta T}\approx 1+\theta T+\frac{1}{2}(\theta T)^2.\qquad(16)$$

将(16)式代入(14)式，(15)式得

$$\pi_1(T,p)\approx\tilde{\pi}_1(T,p)=\alpha p^{-\beta+1}[1+I_e(M-\frac{T}{2})]-\frac{s}{T}-c\alpha p^{-\beta}-\frac{T\alpha p^{-\beta}}{2}(h+c\theta),\qquad(17)$$

$$\pi_2(T,p)\approx\tilde{\pi}_2(T,p)=\alpha p^{-\beta}[p-c(1-I_eM)]-\frac{1}{T}[s+\frac{M^2\alpha p^{-\beta}(cI_c-pI_e)}{2}]-\frac{\alpha p^{-\beta}T}{2}(h+c\theta+cI_c).\qquad(18)$$

因此，可以得到

$$\pi(T,p)\approx\tilde{\pi}(T,p)=\begin{cases}\tilde{\pi}_1(T,p),M\geqslant T,\\ \tilde{\pi}_2(T,p),M\leqslant T.\end{cases}\qquad(19)$$

模型(4)的近似模型为

$$\max\tilde{\pi}(T,p),\qquad(20)$$

$$\text{s.t.}\ T\geqslant 0,p\geqslant 0.$$

首先，固定 p，求解函数 $\tilde{\pi}(T,p)$ 的极大点.分两种情况讨论.

(i) 当 $M\geqslant T$ 时，由(17)式可知 $\frac{\partial\tilde{\pi}_1^2(T,p)}{\partial T^2}=-\frac{2s}{T^3}<0$.因此，对于固定的 p，$\tilde{\pi}_1(T,p)$ 是关于 T 的凹函数，即存在唯一的 T 值，使 $\tilde{\pi}_1(T,p)$ 取最大值.由 $\frac{\partial\tilde{\pi}_1(T,p)}{\partial T}=0$，得

$$T_1(p)=\sqrt{\frac{2s}{\alpha p^{-\beta}g_1}},\qquad(21)$$

其中 $g_1=h+c\theta+pI_e$.若 $M\geqslant T_1(p)$，则 $T=T_1(p)$ 为模型(20)的最优解.否则，$T=M$ 为模型(20)的最优解.

同理，当 $M<T$ 时，由(18)式可知 $\frac{\partial\tilde{\pi}_2^2(T,p)}{\partial T^2}=-\frac{2}{T^3}[s+\frac{\alpha p^{-\beta}M^2(cI_c-pI_e)}{2}]<0$.因此，$\tilde{\pi}_2(T,p)$ 是关于 T 的凹函数，即存在唯一的 T 值，使 $\tilde{\pi}_2(T,p)$ 取最大值.由 $\frac{\partial\tilde{\pi}_2(T,p)}{\partial T}=0$，得到

$$T_2(p)=\sqrt{\frac{2s_1}{\alpha p^{-\beta}g_2}},\qquad(22)$$

其中 $s_1=s+\frac{dM^2(cI_c-pI_e)}{2}$，$g_2=h+c\theta+cI_c$.若 $M<T_2(p)$，则 $T=T_2(p)$ 为模型(20)的最优解.否则，$T=M$ 为模型(20)的最优解.

3.1.2　*确定最优价格 p*

将3.1节求得的 T 代入模型(20)的目标函数得到

$$\bar{\pi}(p)=\begin{cases}\bar{\pi}_1(p)=\tilde{\pi}_1(T,p),M\geqslant T,\\ \bar{\pi}_2(p)=\tilde{\pi}_2(T,p),M<T.\end{cases}$$

其中 $\bar{\pi}_1(p)=$

$$\begin{cases}\alpha p^{-\beta+1}[1+I_e(M-\sqrt{\frac{s}{2\alpha p^{-\beta}g_1}})]-\sqrt{\frac{s\alpha p^{-\beta}g_1}{2}}-c\alpha p^{-\beta}-(h+c\theta)\sqrt{\frac{\alpha p^{-\beta}s}{2g_1}},T=T_1(p),\\ \alpha p^{-\beta+1}(1+I_e\frac{M}{2})-\frac{s}{M}-c\alpha p^{-\beta}-\frac{M\alpha p^{-\beta}}{2}(h+c\theta),T=M;\end{cases}$$

$$\bar{\pi}_2(p)=\alpha p^{-\beta}[p-c(1-I_eM)]-\sqrt{\frac{\alpha p^{-\beta}g_1}{2s_1}}[s+\frac{\alpha p^{-\beta}M^2(cI_c-pI_e)}{2}]-(h+c\theta+cI_c)\sqrt{\frac{\alpha p^{-\beta}s_1}{2g_1}},$$

$T=T_2(p)$.

当 $M>T$，即 $T=T_1(p)$ 时，

$$\frac{\partial\bar{\pi}_1(p)}{\partial p}=\alpha p^{-\beta}\{(1+I_eM)(1-\beta)+p^{-1}\beta c+[2(h+c\theta+pI_e)\alpha p^{-\beta}s]^{-1/2}[(h+c\theta+pI_e)p^{-1}\beta-I_e]s\};\qquad(23)$$

$$\frac{\partial^2\bar{\pi}_1(p)}{\partial p^2}=\alpha p^{-\beta}\{-p^{-2}\beta c+\beta(1-\beta)s^{1/2}p^{-2}\cdot(h+c\theta+pI_e)^2[2(h+c\theta+pI_e)]^{-3/2}\}<0.\qquad(24)$$

当 $T=M$ 时，

$$\frac{\partial\bar{\pi}_1(p)}{\partial p}=\alpha p^{-\beta}\{(1+\frac{M}{2}I_e)(\beta-1)+\beta[cp^{-1}+(h+c\theta)\frac{Mp^{-1}}{2}]\};\qquad(25)$$

$$\frac{\partial^2\bar{\pi}_1(p)}{p^2}=-\alpha\beta p^{-\beta-1}\{(1+\frac{M}{2}I_e)(\beta-1)+\beta[cp^{-1}+(h+c\theta)\frac{Mp^{-1}}{2}]\}-\alpha\beta p^{-\beta-2}[c+(h+$$

$$c\theta)\frac{M}{2}]<0. \tag{26}$$

当 $M<T$,即 $T=T_2(p)$ 时,

$$\frac{\partial\bar{\pi}_2(p)}{\partial p}=\alpha p^{-\beta}\{(\beta-1)+p^{-1}\beta c(1-I_cM)-(h+c\theta+cI_c)[2(h+c\theta+cI_c)\alpha p^{-\beta}s_1]^{-1/2}+[-\beta p^{-1}s_1-\frac{1}{2}\alpha p^{-\beta}M^2(I_e(\beta-1)-p^{-1}\beta cI_c)]\}; \tag{27}$$

$$\frac{\partial^2\bar{\pi}_2(p)}{\partial p^2}=\alpha p^{-\beta}\{-p^{-2}\beta c(\beta-1)-(2s_1)^{-3/2}(h+c\theta+cI_c)^{1/2}(\alpha p^{-\beta})^{-1/2}[(\beta p^{-1}s_1+s'_1)^2+2p^{-1}s_1\beta(s_1+\frac{1}{2}\alpha p^{-\beta}M^2cI_c)]\}<0. \tag{28}$$

由于 $\beta>1$,所以(24)式,(26)式,(28)式均小于零,即 $\bar{\pi}_1(p)$ 与 $\bar{\pi}_2(p)$ 均为 p 的凹函数,令(23)式,(25)式,(27)式分别等于零可求得相应的 p 值使得 $\bar{\pi}_1(p)$ 与 $\bar{\pi}_2(p)$ 最大.

根据上述讨论,给出求解模型(4)的近似算法如下.

步骤 1:输入参数;

步骤 2:令(23)式等于零,求得 p(记为 p_1),再由(21)式确定 $T_1(p_1)$. 若 $T_1(p_1)<M$,则由(17)式确定 $\tilde{\pi}_1(T_1(p_1),p_1)$. 否则令 $T_1(p_1)=M$,再由(25)式等于零和(17)式分别确定 p_1 和 $\tilde{\pi}_1(T_1(p_1),p_1)$;

步骤 3:令(27)式等于零,求得 p(记为 p_2),再由(22)式确定 $T_2(p_2)$. 若 $T_2(p_2)>M$,则由(18)式确定 $\tilde{\pi}_2(T_2(p_2),p_2)$. 否则令 $T_2(p_2)=M$,再令(25)式等于零,求得 p_2,由(18)式确定 $\tilde{\pi}_2(T_2(p_2),p_2)$;

步骤 4:若 $\tilde{\pi}_1(T_1(p_1),p_1)\geqslant\tilde{\pi}_2(T_2(p_2),p_2)$,则 $\pi^*(T^*(p^*),p^*)=\tilde{\pi}_1(T_1(p_1),p_1)$ 并由(13)式确定 $Q^*(T_1)$,停止. 否则,$\pi^*(T^*(p^*),p^*)=\tilde{\pi}_2(T_2(p_2),p_2)$ 并由(13)式确定 $Q^*(T_2)$,停止.

3.2 数值例子

考虑一供应商允许延期付款的供销系统,数据如下:$c=4$ 元/件,$s=12$ 元/次,$h=0.5$ 元/件/年,$I_c=0.08$ 元/件/年,$I_e=0.06$ 元/件/年,$\beta=1.2$,$\alpha=150000$,$\theta=0.05$. 当 M 取不同值时,用算法计算得到的最优解见表 1.

从表 1 可知,$\tilde{\pi}^*$ 的值随 M 值的增大而增大,p^*,T^* 的值随 M 值的增大而减小;若 $T^*\geqslant M$,则 Q^* 的值随 M 的增大而减小;若 $T^*\leqslant M$,则 Q^* 的值随 M 的增大而增大.

表 1 的结果是符合实际的,因为在其它条件不变的情况下,一方面,当供应商增大延期时限时,销售商的资本利息利润会随之增大,总利润亦会增大. 另外,增大延期时限会减小产品的购买成本,其销售价格也会随之减小. 因此,产品的销量增大,周期减小;另一方面,当 $T^*\geqslant M$ 时,销售商的资本机会成本随 M 的增大而增大,因此,产品的订购量减小. 而当 $T^*\leqslant M$ 时,销售商的资本利息利润随的 M 增大而增大,因此,产品的订购量增大.

表 1 M 取不同值时的模型最优解

M(天)	p^*(元)	T^*(天)	Q^*(件)	$\tilde{\pi}^*$(元)
70	$p=14.32$	$T=29.492$	175.66	20356.62
60	$p=14.38$	$T=29.602$	173.21	20326.11
50	$p=14.43$	$T=29.711$	172.54	20311.87
40	$p=14.53$	$T=29.894$	170.36	20301.22
30	$p=14.56$	$T=29.970$	168.75	20285.19
25	$p=14.62$	$T=30.405$	181.31	20266.54
20	$p=14.65$	$T=30.733$	185.92	20251.47
15	$p=14.68$	$T=31.208$	189.18	20231.93
10	$p=14.69$	$T=31.828$	197.23	20217.12
5	$p=14.72$	$T=32.704$	203.65	20198.77

另外,当 θ,I_c,I_e,M 的值均为零(即产品不发生变质且供应商不提供延期时限)时,$Q^*=\sqrt{2sd(p)/h}=205.21$ 即为 EOQ 公式中的 Q 值.

4 结束语

本文建立了采用延期付款策略的库存模型,在考虑库存产品变质的条件下给出了一种确定最优销售价格、最优订购量和最优补货周期的近似方法,改进了 EOQ 模型. 数值例子表明,本文模型是符合实际的. 对于进一步的研究,可以考虑允许缺货及需求与时间、库存水平等多种因素相关的问题,或者考虑需求是随机的情形;另外,对数量折扣及通货膨胀影响的研究也是一个很有意义的课题.

参考文献:

[1] 钱颂迪. 运筹学[M]. 北京:清华大学出版社,1990.

[2] Mukhopadhyay S, Mukherjee R N, Chaudhuri K S. Joint pricing and ordering policy for a deteriorating inventory [J]. Computers and Industrial Engineering, 2004, 47: 339-349.

[3] Jung Hoon, Klein Cerry M. Optimal inventory policies for profit maximizing EOQ models under various cost functions [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174: 689-705.

[4] Huang Yung-Fu. Economic order quantity under conditionally permissible delay in payments [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 176: 911-924.

[5] Jamal A M M, Bhaba Sarker R, Wang Shaojun.

Optimal payment time for a retailer under permitted delay of payment by the wholesaler [J]. International Journal of Production Economics, 2000, 66: 59-66.

[6] Song Xiping, Cai Xiaoqiang. On optimal payment time for a retailer under permitted delay of payment by the wholesaler [J]. International Journal of Production Economics, 2006, 103: 246-251.

[7] Liao Hung-Chang, Tsai Chih-Hung, Su Chao-Ton. An inventory model with deteriorating items under inflation when a delay in payment is permissible [J]. International Journal of Production Economics, 2000, 63: 207-214.

[8] Liao Jui-Jung. A note on an EOQ model for deteriorating items under supplier credit linked to ordering quantity [J]. Applied Mathematical Modelling, 2007, 31: 1690-1699.

[9] Chung Kun-Jen, Huang Yung-Fu. The optimal cycle time for EPQ inventory model under permissible delay in payments [J]. International Journal of Production Economics, 2003, 84: 307-318.

(责任编辑:韦廷宗)

《广西科学院学报》投稿要求和注意事项

1 文稿务必论点明确，数据准确，文字精炼。每篇论文（含图、表、公式、参考文献等）一般不超过5 000字，研究简报不超过2 000字。

2 研究论文请按题目、作者姓名、作者单位、摘要（300字以内）、关键词（3～8个）、正文、致谢（必要时）、参考文献的顺序书写；后附与中文相应的英文题目、英文作者姓名、英文作者单位、英文摘要（一般不超过1 500字符）和英文关键词。

3 英文稿同时附中文稿一份。文稿请寄投打印稿2份，同时发送电子版文稿（接受方正小样、.TXT、.DOC、.WPS文件），文稿务必做到清稿定稿；务必字迹清楚，用字规范，物理量和单位符合国家标准和国际标准；外文字母、符号用打印字体，必须分清大写、小写，正体、斜体（学名、量的符号等用斜体）；上标、下标的字母、数码和符号的位置高低区别应明显可辨；外文缩略词和容易混淆的外文字、符号，请在第一次出现时注明。

4 文稿中只需附必要的图、表、照片，图需用专业画图工具绘好。照片请用光面相纸印出，图、照片大小以80 mm×50 mm或160 mm×100 mm为宜，要求清晰、层次分明。

5 参考文献只需择主要者列入，未公开发表的资料请勿引用。文献请在正文中标注，文献序号请按文中出现先后为序编排。书写格式，期刊："序号 作者姓名（不超过3人者全部写出，超过者只写前3名，后加'等'或'et al.'。外文姓前名后，名缩写，不加缩写点，姓名用大写字母）. 文章题目 [J]. 期刊名（外文期刊可用标准缩写，不加缩写点），年，卷（期）：起止页码"；如果期刊无卷号，则为"年（期）：起止页码"。专著："序号 作者姓名（英文姓名用大写）. 书名 [文献类型标志]. 版次（第一版不写）. 出版地：出版单位（国外出版单位可用标准缩写，不加缩写点），出版年：起止页码."。

6 文责自负。本刊编辑部可以对采用稿作必要的删改，如作者不允许，务请在来稿中注明。

7 来稿请自留底稿，无论刊登与否恕不退稿，要求一式两份（并附一份不一稿多投的证明）。请勿一稿多投，收到本刊收稿回执后3个月未接到本刊采用通知时，可自行处理。双方另有约定者除外。

8 自治区、省（部）级以上重大科研项目及攻关项目，国家863计划项目，自然科学基金资助项目，开放实验室研究项目和拟到国际学术会议上宣读的论文优先发表，请作者注明（并请注明项目编号）。

9 来稿不得侵犯他人版权，如有侵权，由投稿者负完全责任。

10 来稿一经采用，酌收版面费；刊登后，付稿酬（含《中国学术期刊（光盘版）》、中国期刊网、万方数据网及台湾华艺CEPS中文电子期刊服务网等网络发行的稿酬），并同时赠送给每位作者1本样刊。