

振动曲线与波形的相互转换方法*

The Transformation between the Harmonic Vibration Curve and the Wave Form

杨庆怡, 刘奕新, 郭 进

YANG Qing-yi, LIU Yi-xin, GUO Jin

(广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004)

(College of Physics Science and Technology, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

摘要:根据简谐振动过程和平面简谐横波传播过程的相位及相位随时间和质元位置变化的关系, 提出一种实现振动曲线与波形之间的相互转换方法, 该方法操作简单, 不容易出错。

关键词: 振动曲线 波形 转换 相位

中图分类号: O321 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-7378(2009)01-0019-03

Abstract: An effective and direct-view method of transformation between the vibration curve and the wave form was obtained by analyzing the phase relation between the harmonic vibration and the harmonic plane wave.

Key words: vibration curve, wave form, transformation, phase

振动与波之间有着密切的关系。通常可以根据参与振动的某个质元的振动曲线描绘出波动过程中某时刻的波形, 也可以根据波动过程中某一时刻的波形描绘出某质元的振动曲线。在振动曲线与波形的转换中, 需要考虑质元的振动相位、振动方向以及波动过程中质元间的相位关系, 在明确这些因素之后, 即可根据质元的振动曲线描绘出相应的波形; 在波形与振动曲线的转换中, 需要根据波动过程中某时刻的波形来确定所要考虑的质元的位移、相位以及振动方向, 在明确这些因素之后, 即可描绘出所讨论的质元的振动曲线。这就是振动曲线与波形相互转换的一般方法。然而, 在中学物理和大学物理的教学过程中, 学生在学习了相关的知识之后, 并不一定能够理解振动过程与波动过程本质, 搞不清楚振动过程中质点的相位、振动方向以及它们的变化关系, 也搞不清楚波动过程中质元的位移、振动方向以及质元间的相位关系, 从而不能顺利地而正确地进行转换。作为中学物理和大学物理课程的内容, 振动与波主要讨论简谐振动和平面简谐波的情

形。本文根据简谐振动过程和平面简谐波波动过程中质元的相位及相位变化的关系, 提出一种实现振动曲线与波形相互转换的有效方法。

1 简谐振动方程与平面简谐波动方程

质点在线性回复力的作用下做往复运动时, 质点的位移 y 与时刻 t 满足

$$y = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

的振动称为简谐振动, 其中, A 称为振幅(即质点离开平衡位置的最大位移), φ_0 为 $t = 0$ 时的初相位, $(\omega t + \varphi_0)$ 为时刻 t 的相位。利用(1)式可以求出质点做简谐振动时的速度和加速度为

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (2)$$

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (3)$$

质点做简谐振动时, 质点的位移 y 随时刻 t 变化的曲线称为振动曲线。质点的振动曲线描述质点的位移随相位变化的关系, 由(1)式和(2)式可知, 一旦相位确定, 质点简谐振动的位移、速度以及运动方向就随之确定, 因此, 相位是描述质点做简谐振动的一个物理量。

波动的实质是波源的振动引起媒质中一系列的质元从波源开始由里向外依次做简谐振动的过程,

收稿日期: 2008-11-05

作者简介: 杨庆怡(1963-), 男, 博士, 副教授, 主要从事量子光学研究及教学工作。

* 新世纪广西高等教育教学改革工程“十一五”项目资助。

描述波源及所有参与振动的质元的振动规律的方程称为波动方程,它反映了波源及所有参与振动的质元做不同步的简谐振动,这种不同步体现在某时刻波源及参与振动的质元间的相位不同,先振动的质元的相位要超前于后振动的质元的相位.以平面简谐横波为例,根据波源与质元间振动的因果关系,可以得到波动方程为

$$y = A\cos[\omega(t \mp x/u) + \varphi_0], \quad (4)$$

其中,负号表示波沿 x 轴正向传播,正号表示波沿 x 轴负向传播, y 为波源和媒质质元在时刻 t 在振动方向上的位移, u 为波的传播速度, φ_0 为波源或坐标原点处质元的初相位, $[\omega(t \mp x/u) + \varphi_0]$ 为 x 处的质元在时刻 t 的相位.在波动方程中,当给定 $x = x_0$ 时,(4)式描述的是 x_0 处的质元随时间做简谐振动;当给定 $t = t_0$ 时,(4)式描述的是波源及所有参与振动的质元在时刻 t_0 的位移,即波形;而当 x 和 t 都发生变化时,(4)式描述的是波源及所有参与振动的质元的振动规律(即波形随时间的变化),从波形的变化关系来看波形沿波的传播方向移动,因此称为行波.

2 振动曲线与波形的相位关系以及相互转换方法

2.1 振动曲线与波形的相位关系分析

在质点的振动方程 $y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ 中, $(\omega t + \varphi_0)$ 描述的是质点在简谐振动过程中相位随时间变化的关系,随着时间的变化,质点的相位要增大.而在沿 x 轴正向传播的波动方程 $y = A\cos[\omega(t - x/u) + \varphi_0]$ 中, $[\omega(t - x/u) + \varphi_0]$ 描述了所有参与振动的质元的相位随时间变化的关系,根据波动过程中参与振动的质元之间的相位关系,在沿波的传播方向上,先振动的质元的相位要超前于后振动的质元的相位.从这里可以看出,振动过程中质点的相位是随时间而线性增加的,而某一时刻沿轴正向传播的波各质元的相位是随坐标而线性减小的.同样的分析可以知道,振动过程中质点的相位与某一时刻沿轴负向传播的波各质元的相位分别是随时间和坐标而线性增加的.另一方面,从振动过程中质点的相位 $(\omega t + \varphi_0)$ 与波动过程中各质元的相位 $[\omega(t \mp x/u) + \varphi_0]$ 来看,简谐振动在时刻 t 时质点的相位刚好就是波动过程中处于坐标原点处的质元或波源的相位.

2.2 振动曲线与波形相互转换方法

根据振动曲线与波形的相位关系分析,我们可以得到振动曲线与波形之间转换的一种便捷而可靠的方法如下.

对于沿 x 轴正向传播的波,在由振动曲线描绘相应的波形时,从给定的时刻开始在振动曲线中截取一个周期的部分,然后绕 y 轴旋转 180° 即得到该时刻相应的波形;而在由波形描绘相应的振动曲线时,从指定的质元开始在波形中截取一个周期的部分,然后绕 y 轴旋转 180° 即得到相应的振动曲线.

对于沿 x 轴负向传播的波,在由振动曲线描绘相应的波形时,从给定的时刻开始在振动曲线中截取一个周期的部分即得到该时刻相应的波形;而在由波形描绘相应的振动曲线时,从指定的质元开始在波形中截取一个周期的部分即可以得到相应的振动曲线.

需要强调的是,在上述的操作中,转换后得到的波形和振动曲线的起点位于坐标原点.

3 实例分析

对于振动曲线与波形之间相互转换的方法,我们以两个例子来说明.

例 1 一列简谐横波沿 x 轴负向传播,波速为 $v = 4\text{m/s}$,已知坐标原点($x = 0$)处的振动曲线如图 1 所示.在图 2 中能够正确表示 $t = 0.15\text{s}$ 时的波形是_____.(2007 年普通高等学校招生全国统一考试理科综合能力测试,第 I 卷,第 1 题).

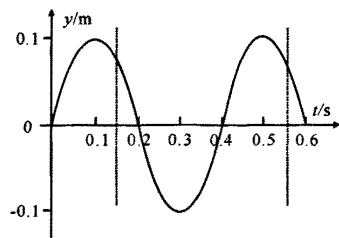


图 1 $x = 0$ 处质元的振动曲线

分析:例 1 给出波动过程中处于坐标原点处质元的振动曲线,而简谐横波沿轴负向传播.根据由振动曲线转化为相应的波形的办法,在图 1 中 $t = 0.15\text{s}$ 处开始截取一个周期的部分,由于简谐横波沿 x 轴负向传播,因此,将截取的部分起点置于坐标原点处即为 $t = 0.15\text{s}$ 时的波形.由于例 1 是选择题,因此将分析所得结果与题目中的 4 个选项(图 2)相比较即可知道选项 A 正确.

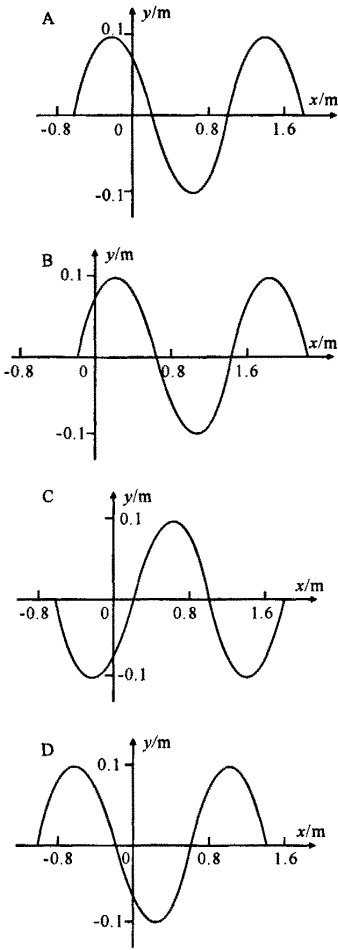


图2 备选波形 A、B、C、D

例 2^[1] 一列平面余弦波沿轴正向传播, 波速为 $u=5\text{m/s}$, 波长为 2m , 原点处质元的振动曲线如图 3 所示. 作出 $t=0$ 时的波形及距离波源 0.5m 处质元的振动曲线.

分析: 例 2 给出的波沿 x 轴正向传播, 并给出原点处质元的振动曲线, 要求作出 $t=0$ 时的波形及距离波源 0.5m 处质元的振动曲线. 这个问题包含了由振动曲线作出相应的波形和由波形作出相应的振动曲线两个内容. 由振动曲线转化为相应的波形的的方法, 在图 3 中在 $t=0$ 处开始截取一个周期的部分, 由于波沿 x 轴正向传播, 将所截取的部分绕 y 轴旋转 180° 即得到相应的波形(图 4). 而由波形转化为相应的振动曲线的方法, 在图 4 中在 $x=0.5\text{m}$ 处开始截取一个周期的部分, 由于波沿 x 轴

正向传播, 将所截取的这个部分绕 y 轴旋转 180° 即得到相应的振动曲线(图 5).

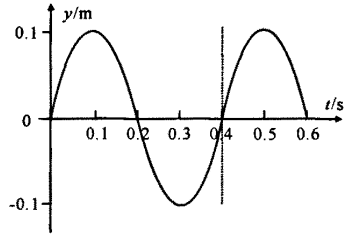


图3 $x=0$ 处质元的振动曲线

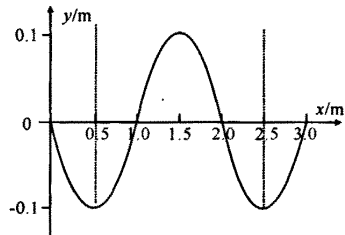


图4 $t=0\text{s}$ 的波形

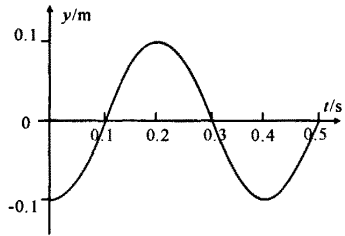


图5 $x=0.5\text{m}$ 处质元的振动曲线

4 结束语

本文通过对简谐振动过程和平面简谐横波传播过程的相位、相位随时间变化以及相位随质元位置变化的关系进行分析, 总结了简谐振动与平面简谐横波之间的相位关系以及相位变化规律, 进而提出一种实现振动曲线与波形之间相互转换的方法. 与通常的方法相比, 所提出的方法操作过程简单, 而且可靠, 在振动曲线与波形之间的转换过程中不容易出错.

参考文献:

[1] 赵近芳. 大学物理学:上册[M]. 北京:北京邮电大学出版社, 2002: 188.

(责任编辑:韦廷宗)