

# 基于 BP 神经网络特定学习的单级倒立摆控制方法 Inverted Pendulum Controlling Based on Specialized Learning Algorithm of BP Neural Network

崔岫峰<sup>1</sup>, 许晓东<sup>2</sup>

CUI Xiu-feng<sup>1</sup>, XU Xiao-dong<sup>2</sup>

(1. 齐齐哈尔大学网络信息中心, 黑龙江齐齐哈尔 161006; 2. 广西科学院, 广西南宁 530007)

(1. Network Information Center, Qiqihar University, Qiqihar, Heilongjiang, 161006, China;  
2. Guangxi Academy of Sciences, Nanning, Guangxi, 530007, China)

**摘要:**利用 BP 神经网络的特定学习算法,以单级倒立摆为控制对象设计一个四输入/单输出、包含 5 个隐层单元的 3 层 BP 神经网络控制器,提出一种新的单级倒立摆控制方法,然后通过 Matlab 6.5 数值计算软件对这种新的单级倒立摆控制方法进行仿真。仿真结果表明,该方法具有较好的收敛性,是一种有效的控制方法。

**关键词:**倒立摆 BP 神经网络 特定学习

**中图分类号:**TP273 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-7378(2009)02-0095-03

**Abstract:** Using specialized learning algorithm of BP neural network, a BP neural network controller composed of three layers with four input, five hidden units and one output, is designed to control the inverted pendulum. A method for controlling the inverted pendulum is introduced, which is simulated with Matlab 6.5 calculating software. The simulation results shows that this control scheme is convergent and effective.

**Key words:** inverted-pendulum, BP neural network, specialized learning

倒立摆是一个高阶次、多变量、非线性、强耦合、绝对不稳定系统,必须采用有效的控制手段才能实现对它的控制,所以可以用它来检验或者说明一种控制算法对严重非线性以及绝对不稳定系统的控制能力,并对各种方法进行比较,从而在一定意义下得出各种控制算法的优缺点,进而对实际应用进行指导<sup>[1]</sup>。

由于 BP 神经网络可以表示非线性函数,并具有自适应学习、并行分布处理和较强的鲁棒性及容错性等特点,因此适用于对复杂非线性系统进行建模和控制。目前,用于训练 BP 神经网络控制器的方法主要有泛化学习和特定学习两种。前者需离线学习,得到的是静态控制器,故不能适应系统的新情况和新变化,而后者将被控对象作为 BP 网络的输出

层,可以通过边学习边控制的方法对系统进行动态控制。

本文利用 BP 神经网络特定学习算法,以单级倒立摆为被控对象设计了一个四输入单输出,包含 5 个隐层单元的 3 层 BP 神经网络控制器,提出一种新的单级倒立摆控制方法,然后通过 Matlab 6.5 数值计算软件对这种新的单级倒立摆控制方法进行仿真实验,讨论 BP 神经网络控制器的收敛性和特定学习算法对神经网络学习效率的影响。

## 1 单级倒立摆的数学模型<sup>[1]</sup>

单级倒立摆的结构如图 1 所示。设定:小车的质量  $M = 1.0\text{kg}$ ;均质摆杆的质量  $m = 0.1\text{kg}$ ;摆杆的中心到转轴的长度  $l = 0.5\text{m}$ ;小车与导轨之间的摩擦系数  $b = 0.005\text{N/m/sec}$ ;电机对小车施加的作用力  $F = 10\text{N}$ ;  $\theta$  是摆杆与垂直方向夹角,单位为 (rad);  $x$  是小车距导轨中点的水平位移,单位为 (m)。规定向右和向上分别是水平方向和垂直方向

收稿日期:2009-02-27

作者简介:崔岫峰(1974-),男,硕士,主要从事网络应用与人工智能研究。

矢量的正方向,角度以逆时针方向为正方向.

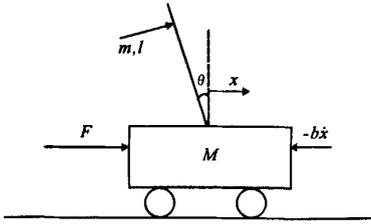


图 1 单级倒立摆

单级倒立摆数学模型对应的动力学非线性方程组<sup>[2]</sup>为

$$\begin{cases} \ddot{x} = (F - bx - ml(\ddot{\theta}\sin\theta - \dot{\theta}^2\cos\theta)) / (M + m), \\ \ddot{\theta} = [(M + m)g\sin\theta + \cos\theta(F - bx - ml\dot{\theta}^2\sin\theta)] / [(4/3)(M + m)l - ml\cos^2\theta]. \end{cases}$$

## 2 基于 BP 神经网络特定学习的单级倒立摆控制方法

### 2.1 BP 神经网络控制器结构及控制目标

BP 神经网络控制器是一个四输入/单输出,包含 5 个隐层单元的前传网络.隐层节点的作用函数采用 logsig 函数;输出节点的作用函数采用 tansig 函数.

控制的目标是训练网络使之在反馈的对象输出  $y(k)$  的作用下产生控制作用  $u(k)$ ,保证倒立摆系统在导轨中心位置保持平衡.小车位置的允许范围设为  $\pm 2.4\text{m}$ ,摆杆倾斜角度的允许范围设为  $\pm 0.21\text{rad}$ .

### 2.2 BP 神经网络特定学习算法

BP 神经网络控制器的训练准则则为

$$J = \|u(k) - u^d(k)\|^2,$$

其中,  $u(k)$  为 BP 神经网络的输出量,亦即对象的控制输入,对应的对象输出为  $y(k)$ ,  $u^d(k)$  是当期望的对象输出为  $y^d(k)$  时 BP 神经网络应该提供的控制量.但是在对象未知的情况下并不知道此时对象应具有输入  $u^d(k)$  的值.这时,可以把 BP 神经网络控制器与对象看作一个整体,即一个具有更多层数的神经网络.网络的最后一层或几层是固定的,用它来描述对象(也是未知的).这时这个整体 BP 神经网络的训练准则改为以输出误差为基准,即取

$$J = \|y(k) - y^d(k)\|^2 = \|e(k+1)\|^2.$$

设 BP 神经网络控制器某个可修改参数  $w \in W$ ,  $W$  为参数空间,  $w$  为标量,根据梯度法调整各个

$w$  的值:

$$w(k+1) = w(k) - \eta \frac{\partial J}{\partial w(k)}.$$

为了计算  $\frac{\partial J}{\partial w(k)}$ ,当  $w(k)$  是网络最后一层权重时,采用规则

$$\frac{\partial J}{\partial w(k)} = \frac{\partial J}{\partial u^T(k)} \frac{\partial u(k)}{\partial w(k)},$$

而对应于  $J$  的梯度,  $\frac{\partial J}{\partial u^T(k)}$  的值为

$$\frac{\partial J}{\partial u^T(k)} = \frac{\partial J}{\partial y^T(k+1)} \frac{\partial y(k+1)}{\partial u^T(k)} = 2[e(k+1)]^T \frac{\partial y(k+1)}{\partial u^T(k)}.$$

在上述计算中,由于对象是未知的,因此 Jacobi 矩阵  $\frac{\partial y(k+1)}{\partial u^T(k)}$  也是未知的.为了获得 Jacobi 矩阵可以利用给被控对象建立模型的方法得到<sup>[3,4]</sup>,另一种做法是利用对被控对象的先验知识来定性地推断出加入  $u(k)$  后  $y(k+1)$  的各分量的变化趋势<sup>[5]</sup>,即用  $\text{sgn}[\frac{\partial y(k+1)}{\partial u^T(k)}]$  来代替  $\frac{\partial y(k+1)}{\partial u^T(k)}$ .我们采用后一种方法来获得 Jacobi 矩阵.

### 2.3 单级倒立摆控制器参数设定

通过对单级倒立摆控制原理<sup>[5]</sup>定性地分析可以知道:

$$\frac{\partial x(k+1)}{\partial u(k)} > 0, \quad \frac{\partial \dot{x}(k+1)}{\partial u(k)} > 0,$$

$$\frac{\partial \theta(k+1)}{\partial u(k)} > 0, \quad \frac{\partial \dot{\theta}(k+1)}{\partial u(k)} > 0.$$

注意到  $y^d(k) \equiv 0$ ,此时设训练准则  $J(k+1)$  为单级倒立摆各输出分量的加权范数:

$$J(k+1) = \|y(k+1)\|_v^2 = [x^2(k+1) + 5\dot{\theta}^2(k+1) + 2\dot{x}^2(k+1) + 10\theta^2(k+1)],$$

$v$  是对单级倒立摆输出各分量的加权矩阵,在这里

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

训练准则  $J$  对控制输入  $u$  的导数即可由

$$\frac{\partial J(k+1)}{\partial u(k)} = 2x(k+1) + 10\dot{\theta}(k+1) + 4\dot{x}(k+1) + 20\theta(k+1)$$

近似,这时就可以计算出较理想的  $\hat{u}(k)$ :

$$\hat{u}(k) = u(k) - \alpha[2x(k+1) + 10\dot{\theta}(k+1) + 4\dot{x}(k+1) + 20\theta(k+1)].$$

然后将  $\hat{u}(k)$  与  $y(k)$  作为样本对 BP 神经网络控制器进行训练.由于  $\hat{u}(k)$  并非理想的  $u^d(k)$ ,考虑到在线训练的实时性要求,并且防止训练过度,在这里只对

BP神经网络控制器进行一次训练,即BP神经网络控制器的权值只改变一次。

### 3 仿真实验

借助 Matlab 6.5 数值计算软件对单级倒立摆进行仿真实验<sup>[6]</sup>。图 2 的仿真结果表明,基于 BP 神经网络特定学习的单级倒立摆控制方法有较好的收敛性,是一种有效的控制方法。图 2 中的横坐标为设置 BP 神经网络初始权值的次数,纵坐标为对每个初始权值进行训练时需要重新恢复倒立摆初始状态的次数,在程序中单级倒立摆允许倾倒的最大次数为 100 次。可以明显地看出图 2 中点的分布分为两类,在接近横坐标轴的 5 个点说明相应的网络初始权值具有很好的“潜质”,BP 神经网络控制器很快就能被训练好;而对于图 2 中顶层的点则说明网络初始权值具有“先天缺陷”,无论进行多少次训练倒立摆系统都不能收敛。从这一现象可以得出一个结论,即在训练 BP 神经网络的过程中,重新设置网络初始权值要比对一个网络初始权值进行很多次反复训练更能提高效率。

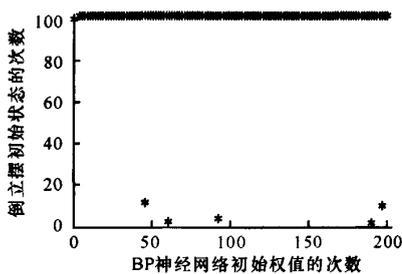


图 2 网络的初始权值与收敛的关系

在仿真实验中也显示出基于 BP 神经网络特定学习的单级倒立摆控制方法存在局部极小值的问题,即 BP 神经网络控制器不能将倒立摆控制在导轨的中心位置。这个问题可以通过更多次地设置初始权值进行训练,从中挑选出符合要求的结果。针对于倒立摆系统本身的具体情况也可以对小车的坐标进行简单的平移处理解决。在这种方法中为了避免为被控对象建立数学模型,利用 Jacobi 矩阵的符号来代替 Jacobi 矩阵本身。这种代替不会对网络的收敛产生明显的影响,因为这最终只会影响到神经网络控制器连接权值在每次训练时调整的大小,而 BP 神经网络训练步长的选择有一定随意性。事实上,有许多改进的学习算法就是在梯度下降法的基础上加

入阻尼项和动量项或者是其他动态调整学习步长的方法实现网络快速收敛的<sup>[7,8]</sup>。

### 4 结束语

本文提出的基于 BP 神经网络特定学习的单级倒立摆控制方法,本身不需要被控对象的精确数学模型,而只需知道被控对象的一些定性知识,获取这些定性知识要比为被控对象建模容易得多<sup>[3,4]</sup>。另外这种控制方法只需要一个神经网络的简单结构,大大地提高了训练效率,并且因为是在线训练,理论上可以实现自适应控制<sup>[9]</sup>。

综上所述,在实际应用中如果遇到被控对象很难建模,无法使用其它的控制方法进行有效控制,而被控对象又允许经历多次失败控制的情况下,基于 BP 神经网络特定学习的单级倒立摆控制方法是值得一试的。

#### 参考文献:

- [1] 窦春红. 基于神经网络的倒立摆控制策略研究[D]. 济南: 济南大学, 2005.
- [2] 张滔, 谢宗安. 基于前馈 BP 网的倒立摆控制[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2004, 41(增刊): 565-569.
- [3] 刘源良, 康渊, 张义锋. 可变排量泵之多重类神经网络适应控制[J]. 技术学刊, 2003, 18(3): 311-323.
- [4] 刘坤, 汪木兰, 张新良. 非线性伺服电动机的神经网络逆控制[J]. 计算机仿真, 2007, 24(10): 152-155.
- [5] Soquet A, Saerens M. Neural controller based on back-propagation algorithm[J]. IEE Proceedings-F, 1991, 138(1): 131-145.
- [6] 闻新, 周露, 王丹力, 等. MATLAB 神经网络应用设计[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [7] 彭小奇, 王文, 宋彦坡, 等. 一种可调参数前馈神经网络的快速学习算法[J]. 计算机工程, 2007, 33(8): 187-189.
- [8] 徐丽娜. 神经网络控制[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [9] Jose R Noriega, Wang Hong. A direct adaptive neural-network control for unknown nonlinear system and its application[J]. IEEE Trans Neural Networks, 1998, 9(1): 27-33.

(责任编辑: 韦廷宗)