广西科学院学报 2009,25(3):159~162
Journal of Guangxi Academy of Sciences Vol. 25, No. 3 August 2009

基于综合扩展优势度排序 *L-R* 型模糊数的方法*
The Method for Ranking *L-R* Fuzzy Numbers Based on Synthesized Expansion Dominance

李 健,高山林,阮小葭
LI Jian, GAO Shan-lin, RUAN Xiao-jia

(广西大学数学与信息科学学院,广西南宁 530004)
(School of Mathematics and Information Science, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

摘要:根据决策者的偏好及 *L-R* 型模糊数的左、右扩展优势度定义该类型模糊数综合扩展优势度,再依据综合扩展优势度,计算每个模糊数相对于其它模糊数综合优势度的几何平均值,以确定模糊数的排序向量,提出一种基于综合扩展优势度排序 *L-R* 型模糊数的方法,并用算例进行检验.算例验证表明,该方法在一定程度上克服了现有模糊数排序方法存在的缺陷.

关键词:模糊数 排序 优势度

中图法分类号:O159,C934 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-7378(2009)03-0159-04

Abstract: Based on the decision maker's preference and left and right expansion dominance of fuzzy numbers, the fuzzy numbers synthesized expansion dominance are given. A judgment matrix with consistency is constructed by the fuzzy numbers synthesized expansion dominance and the geometry average of their dominance corresponding standardized eigenvector was calculated. The proposed method for ranking fuzzy numbers are determined by the size of weight eigenvector. At last, this paper used some examples to illustrate the advantages of the proposed index.

Key words: fuzzy numbers, ranking, dominance

多属性决策问题,普遍存在于工程系统、经济系统和社会系统之中,此类问题一般需要决策者提供偏好信息.由于受到知识结构、学识水平、个人偏好等因素的影响,决策者对各属性的表现很难给出精确的结果.因此,在决策过程中,决策者通常用模糊数的形式给出自己的意见,此时,多属性决策问题转化为模糊数的比较与排序问题[1~4].本文参考文献[5]提出的 *L-R* 型模糊数左、右优势度,给出 *L-R* 型模糊数的左、右扩展优势度,并依据左、右扩展优势度,构造一致性的判断矩阵,确定排序模糊数的排序向量,提出一种排序 *L-R* 型模糊数的方法.

收稿日期:2008-11-13

作者简介:李 健(1983-),男,硕士研究生,主要从事优化与决策研究。

*广西自然科学基金项目([桂科自]:0991029)资助。

1 模糊数综合扩展优势度

定义 1[6] 模糊集 $\tilde{A}$ 称为 *L-R* 型模糊数,其隶属函数 $f_{\tilde{A}}(x)$ 的表达式为

$$f_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} f_{\tilde{A}}^{L}(x), a\leqslant x\leqslant b,\\ 1, b\leqslant x\leqslant c,\\ f_{\tilde{A}}^{R}(x), c\leqslant x\leqslant d,\\ 0,\text{其它}, \end{cases} \tag{1}$$

其中 $f_{\tilde{A}}^{L}(x):[a,b]\rightarrow[0,1]$ 和 $f_{\tilde{A}}^{R}(x):[c,d]\rightarrow[0,1]$ 是连续且严格单调的,分别称为 $\tilde{A}$ 的左、右参考函数,模糊数 $\tilde{A}$ 简记为 (a,b,c,d). 若 $f_{\tilde{A}}^{L}(x)$ 和 $f_{\tilde{A}}^{R}(x)$ 均为线性函数,则称 $\tilde{A}$ 为梯形模糊数;进一步,若还有 $b=c$,则称 $\tilde{A}$ 为三角模糊数.

定义 2[6] 设 $\tilde{A}$ 为 *L-R* 型模糊数,对 $\forall\ \alpha\in[0,1]$,集合 $\tilde{A}_{\alpha}=\{x\,|\,f_{\tilde{A}}(x)\geqslant\alpha\}$ 称为模糊数 $\tilde{A}$ 的 α 截集. 显然 $\tilde{A}_{\alpha}=[g_{A}^{L}(\alpha),g_{A}^{R}(\alpha)]$,其中 $g_{A}^{L}(x)$ 和 $g_{A}^{R}(\alpha)$

分别为 $\widetilde{A}$ 的左、右参考函数的反函数.

定义 3 设 $\widetilde{A}_i(i=1,2,\cdots,n)$ 为 L-R 型模糊数,则称

$$l_{ij}(a)=a^{\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}d\alpha}(i,j=1,2,\cdots,n;a>1) \quad (2)$$

为模糊数 $\widetilde{A}_i$ 相对于模糊数 $\widetilde{A}_j$ 的左扩展优势度;称

$$r_{ij}(a)=a^{\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha}(i,j=1,2,\cdots,n;a>1) \quad (3)$$

为模糊数 $\widetilde{A}_i$ 相对于模糊数 $\widetilde{A}_j$ 的右扩展优势度.

容易验证 $L=(l_{ij}(a))_{n\times n}$ 和 $R=(r_{ij}(a))_{n\times n}$ 均为一致性互反判断矩阵.

根据决策者的偏好,综合考虑模糊数的左、右扩展优势度,给出模糊数的综合扩展优势度的定义.

定义 4 设 $\widetilde{A}_i(i=1,2,\cdots,n)$ 为 L-R 型模糊数,l_{ij} 和 r_{ij} 分别为模糊数 $\widetilde{A}_i$ 相对于 $\widetilde{A}_j$ 的左、右扩展优势度,$i,j=1,2,\cdots,n$,则

$$u_{ij}^{\lambda}(a)=l_{ij}^{\lambda}(a)\cdot r_{ij}^{1-\lambda}(a)(i,j=1,2,\cdots,n;a>1) \quad (4)$$

称为模糊数 $\widetilde{A}_i$ 相对于 $\widetilde{A}_j$ 的综合扩展优势度,而 $U=(u_{ij}^{\lambda}(a))_{n\times n}$ 称为综合扩展优势度矩阵,其中 $0\leqslant\lambda\leqslant 1$,反映决策者的偏好,由决策者事先确定.

综合扩展优势度具有如下性质:

性质 1 若 $g_{A_i}(x)=g_{A_j}(x)$,则 $u_{ij}^{\lambda}=1,0\leqslant\lambda\leqslant 1$.

证明 因为 $g_{A_i}(x)=g_{A_j}(x)$,则 $u_{ij}^{\lambda}(a)=l_{ij}^{\lambda}(a)\cdot r_{ij}^{1-\lambda}(a)=a^{\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}d\alpha}\cdot a^{(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha}=a^{\int_0^1\{\lambda g_{A_i}^L(\alpha)+(1-\lambda)g_{A_i}^R(\alpha)\}d\alpha-\int_0^1\{\lambda g_{A_j}^L(\alpha)+(1-\lambda)g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha}=a^0$,所以 $u_{ij}^{\lambda}(a)=1$.

性质 2 (1) 若 $\forall\alpha\in(0,1)$,都有 $g_{A_i}^L(\alpha)>g_{A_j}^L(\alpha),g_{A_i}^R(\alpha)>g_{A_j}^R(\alpha)$,则 $u_{ij}^{\lambda}>1$. (2) 若 $\forall\alpha\in(0,1)$,都有 $g_{A_i}^L(\alpha)<g_{A_j}^L(\alpha),g_{A_i}^R(\alpha)<g_{A_j}^R(\alpha)$,那么 $u_{ij}^{(\lambda)}<1$.

证明 (1) 因为 $u_{ij}^{\lambda}(a)=l_{ij}^{\lambda}(a)\cdot r_{ij}^{1-\lambda}(a)=a^{\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}d\alpha}\cdot a^{(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha}=a^{\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}d\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha}$,如果 $g_{A_i}^L(\alpha)>g_{A_j}^L(\alpha),g_{A_i}^R(\alpha)>g_{A_j}^R(\alpha)$,则有 $g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)>0$, $g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)>0$,所以有 $\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}d\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha>0$,即 $u_{ij}^{(\lambda)}>1$.

(2) 的证明与(1)类似.

性质 3 综合扩展优势度矩阵 $U^{\lambda}(a)=(u_{ij}^{\lambda}(a))_{n\times n},\lambda\in[0,1]$ 是一致性互反判断矩阵.

证明 因为 $u_{ij}^{\lambda}(a)=l_{ij}^{\lambda}(a)\cdot r_{ij}^{1-\lambda}(a)=a^{\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}d\alpha}\cdot a^{(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha}=a^{-\{\lambda\int_0^1[g_{A_j}^L(\alpha)-g_{A_i}^L(\alpha)]d\alpha+(1-\lambda)\int_0^1[g_{A_j}^R(\alpha)-g_{A_i}^R(\alpha)]d\alpha\}}=\frac{1}{u_{ji}^{\lambda}(a)}$,又因为 $u_{ij}^{\lambda}(a)=l_{ij}^{\lambda}(a)\cdot r_{ij}^{1-\lambda}(a)=a^{\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}d\alpha}\cdot a^{(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha}=a^{\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_l}^L(\alpha)\}d\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_l}^R(\alpha)\}d\alpha}\cdot a^{\lambda\int_0^1\{g_{A_l}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}d\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_l}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha}=u_{il}^{\lambda}(a)\cdot u_{lj}^{\lambda}(a)$,所以

$$U^{\lambda}(a)=(u_{ij}^{\lambda}(a))_{n\times n} \quad (5)$$

为一致性判断矩阵.

2 L-R 型模糊数排序方法

由于综合扩展优势度矩阵 $U^{\lambda}(a)$ 是一致性判断矩阵,对模糊数 $\widetilde{A}_1,\widetilde{A}_2,\cdots,\widetilde{A}_n$ 进行排序的具体算法步骤如下.

步骤 1 确定模糊数 $\widetilde{A}_i$ 的左、右参考函数在 α 截集下的反函数 $g_i^L(\alpha)$ 和 $g_i^R(\alpha),i=1,2,\cdots,n$.

步骤 2 根据(2)式和(3)式分别计算模糊数 $\widetilde{A}_i$ 相对于模糊数 $\widetilde{A}_j$ 的左、右优扩展势度 $l_{ij}(a)$ 和 $r_{ij}(a),i,j=1,2,\cdots,n$.

步骤 3 根据决策者偏好 λ,利用(4)式计算模糊数 $\widetilde{A}_i$ 相对于模糊数 $\widetilde{A}_j$ 的综合扩展优势度 $u_{ij}^{\lambda}(a)$, $i,j=1,2,\cdots,n$.

步骤 4 计算每一个模糊数相对于其它模糊数扩展优势度的几何平均值:

$$u_i^{\lambda}(a)=(\prod_{j=1}^{n}u_{ij}^{\lambda}(a))^{\frac{1}{n}},i=1,2,\cdots,n. \quad (6)$$

步骤 5 计算模糊数 $\widetilde{A}_i$ 的排序指标:

$$w_i(a)=\frac{u_i^{\lambda}(a)}{\sum_{i=1}^{n}u_i^{\lambda}(a)},i=1,2,\cdots,n, \quad (7)$$

并根据 $w_i(a)$ 的大小对 $\widetilde{A}_i(i=1,2,\cdots,n)$ 进行排序.

显然,当 a 取不同的值时,得到不同的排序向量,即由该排序方法得到一族排序向量,而且还具有性质:

性质 4 模糊数的序关系与 a 的取值无关.

证明 如果 $w_i(a_1)>w_j(a_1)$,即 $(\prod_{j=1}^{n}u_{ij}^{\lambda}(a_1))^{\frac{1}{n}}>(\prod_{i=1}^{n}u_{ji}^{\lambda}(a_1))^{\frac{1}{n}}$ 成立,也即

$$a_1^{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\{\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}d\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}d\alpha\}}>$$
$$a_1^{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{\lambda\int_0^1\{g_{A_j}^L(\alpha)-g_{A_i}^L(\alpha)\}d\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_j}^R(\alpha)-g_{A_i}^R(\alpha)\}d\alpha\}},$$

所以有 $\sum_{j=1}^{n}\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha\}>\sum_{i=1}^{n}\lambda\int_0^1\{g_{A_j}^L(\alpha)-g_{A_i}^L(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_j}^R(\alpha)-g_{A_i}^R(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha\}$ 成立. 因此,对任意的 $a_2>1$,有

$$a_2^{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\{\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha\}}>$$

$$a_2^{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{\lambda\int_0^1\{g_{A_j}^L(\alpha)-g_{A_i}^L(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_j}^R(\alpha)-g_{A_i}^R(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha\}},$$

从而 $u_i^\lambda(a_2)>u_j^\lambda(a_2)$,故 $w_i(a_2)>w_j(a_2)$ 成立. 因此,模糊数的序关系与 a 的取值无关.

性质 5　排序的分辨率随 a 的增大而增大.

证明　只需证明,若 $w_i(a_1)>w_j(a_1)$,$a_1>1$,则对于 $a_2>a_1$ 都有 $w_i(a_2)>w_j(a_2)$,且 $\frac{w_i(a_1)}{w_j(a_1)}<\frac{w_i(a_2)}{w_j(a_2)}$. 事实上,由性质 2,知 $w_i(a_2)>w_j(a_2)$. 再证明 $\frac{w_i(a_1)}{w_j(a_1)}<\frac{w_i(a_2)}{w_j(a_2)}$. 为方便起见,令

$$k_1=\sum_{j=1}^{n}\lambda\int_0^1\{g_{A_i}^L(\alpha)-g_{A_j}^L(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_i}^R(\alpha)-g_{A_j}^R(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha,$$

$$k_2=\sum_{i=1}^{n}\lambda\int_0^1\{g_{A_j}^L(\alpha)-g_{A_i}^L(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha+(1-\lambda)\int_0^1\{g_{A_j}^R(\alpha)-g_{A_i}^R(\alpha)\}\mathrm{d}\alpha.$$

因为 $w_i(a_1)>w_j(a_1)$,所以 $k_1>k_2$,即 $k_1-k_2>0$,从而 $\frac{w_i(a_2)}{w_j(a_2)}=a_2^{k_1-k_2}>a_1^{k_1-k_2}=\frac{w_i(a_1)}{w_j(a_1)}$,所以排序的分辨率随 a 的增大而增大.

3　算例分析

例 1[7]　设 3 个待排序的 L-R 型模糊数为 $\tilde{A}=(0.4,0.5,1)$,$\tilde{B}=(0.4,0.7,1)$,$\tilde{C}=(0.4,0.9,1)$,如图 1 所示.

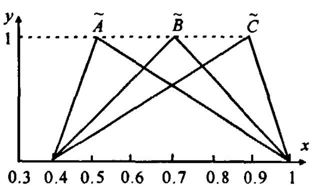

图 1　模糊数的隶属函数

利用本文所提出的方法,根据模糊数 $\tilde{A}$,$\tilde{B}$ 和 $\tilde{C}$ 的隶属函数,分别求得它们的左、右参考函数在 α 截集下的反函数分别为 $g_{\tilde{A}}^L(\alpha)=\frac{\alpha}{10}+0.4$,$g_{\tilde{A}}^R(\alpha)=1-\frac{\alpha}{2}$;$g_{\tilde{B}}^L(\alpha)=\frac{3\alpha}{10}+0.4$,$g_{\tilde{B}}^R(\alpha)=1-\frac{3\alpha}{10}$;$g_{\tilde{C}}^L(\alpha)=\frac{\alpha}{2}+0.8$,$g_{\tilde{C}}^R(\alpha)=1-\frac{\alpha}{10}$;根据(2)式(3)式分别计算模糊数 $\tilde{A}$,$\tilde{B}$ 和 $\tilde{C}$ 的左、右扩展优势度为 $l_{11}(a)=1$,$l_{12}(a)=a^{-0.1}$,$l_{13}(a)=a^{-0.2}$;$l_{21}(a)=a^{0.1}$,$l_{22}(a)=1$,$l_{23}(a)=a^{-0.1}$;$l_{31}(a)=a^{0.2}$,$l_{32}(a)=a^{0.1}$,$l_{33}(a)=1$. $r_{11}(a)=1$,$r_{12}(a)=a^{-0.1}$,$r_{13}(a)=a^{-0.2}$;$r_{21}(a)=a^{0.1}$,$r_{22}(a)=1$,$r_{23}(a)=a^{-0.1}$;$r_{31}(a)=a^{0.2}$,$r_{32}(a)=a^{0.1}$,$r_{33}(a)=1$. 根据决策者偏好,取 $\lambda=\frac{1}{2}$,计算模糊数 $\tilde{A}_i$ 相对于模糊数 $\tilde{A}_j(i,j=1,2,3)$ 的综合扩展优势度为 $u_{11}^{\frac{1}{2}}(a)=a$,$u_{12}^{\frac{1}{2}}(a)=a^{-0.1}$,$u_{13}^{\frac{1}{2}}(a)=a^{-0.2}$;$u_{21}^{\frac{1}{2}}(a)=a^{0.1}$,$u_{22}^{\frac{1}{2}}(a)=a$,$u_{23}^{\frac{1}{2}}(a)=a^{-0.1}$;$u_{31}^{\frac{1}{2}}(a)=a^{0.2}$,$u_{32}^{\frac{1}{2}}(a)=a^{0.1}$,$u_{33}^{\frac{1}{2}}(a)=a$. 由(5)式可得到一致性判断矩阵为

$$U^{\frac{1}{2}}(a)=\begin{bmatrix}1 & a^{-0.1} & a^{-0.2}\\ a^{0.1} & 1 & a^{-0.1}\\ a^{0.2} & a^{0.1} & 1\end{bmatrix}.$$

由(6)式计算每一个模糊数相对于其它模糊数扩展优势度的几何平均值. 取 $a=\frac{3}{2}$ 时,$u_1^{\frac{1}{2}}(\frac{3}{2})=0.9603$,$u_2^{\frac{1}{2}}(\frac{3}{2})=1$,$u_3^{\frac{1}{2}}(\frac{3}{2})=1.0414$. 由(7)式计算模糊数的排序指标为 $w_1(\frac{3}{2})=0.3199$,$w_2(\frac{3}{2})=0.3331$,$w_3(\frac{3}{2})=0.3469$. 得出模糊数 $\tilde{A}$,$\tilde{B}$ 和 $\tilde{C}$ 的排序顺序为 $\tilde{A}<\tilde{B}<\tilde{C}$,与文献[7]列出的几种常用的模糊排序方法得到的结果一致. a 取不同的数值时,得到的排序向量见表 1.

表 1　模糊数的排序向量

模糊数	a			
	3/2	2	e	3
$\tilde{A}$	0.3199	0.3105	0.3006	0.2974
$\tilde{B}$	0.3331	0.3328	0.3322	0.3320
$\tilde{C}$	0.3469	0.3567	0.3672	0.3706

从表 1 中可以看出模糊数的序关系与 a 的取值无关,并且排序的分辨率随 a 的增大而增大.

例 2　对于文献[7]所给出的两组模糊数进行排序.

Set1　$\tilde{A}=(0.3,0.4,0.7,0.9)$,$\tilde{B}=(0.3,0.7,0.9)$,$\tilde{C}=(0.5,0.7,0.9)$,如图 2 所示.

Set2　$\tilde{A}=(0.3,0.5,0.7)$,$\tilde{B}=(0.3,0.5,0.8,0.9)$,$\tilde{C}=(0.3,0.5,0.9)$,如图 3 所示.

表 2 是一些其他方法对模糊数 Set1 和 Set2 的排序结果.

表 2 排序结果比较

排序方法	模糊数						排序结果	
	Set1			Set2			Set1	Set2
	$\tilde{A}$	$\tilde{B}$	$\tilde{C}$	$\tilde{A}$	$\tilde{B}$	$\tilde{C}$		
Choobineh and Li[8]	0.458	0.583	0.667	0.333	0.4167	0.5417	$\tilde{A}<\tilde{B}<\tilde{C}$	$\tilde{A}<\tilde{B}<\tilde{C}$
Yager[9]	0.575	0.65	0.7	0.5	0.55	0.625	$\tilde{A}<\tilde{B}<\tilde{C}$	$\tilde{A}<\tilde{B}<\tilde{C}$
Baldwin and Guild[10]	0.27	0.27	0.37	0.27	0.37	0.45	$\tilde{A}<\tilde{B}<\tilde{C}$	$\tilde{A}<\tilde{B}<\tilde{C}$
Wang centroid method[11]	0.2568	0.2111	0.2333	0.1778	0.2765	0.1889	$\tilde{B}<\tilde{C}<\tilde{A}$	$\tilde{A}<\tilde{C}<\tilde{B}$
Chang distance[12]	0.7289	0.7157	0.7753	0.6009	0.7646	0.6574	$\tilde{B}<\tilde{A}<\tilde{C}$	$\tilde{A}<\tilde{C}<\tilde{B}$

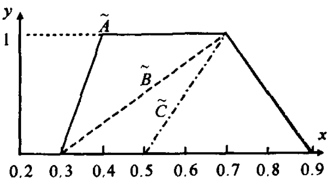

图 2 Set1 模糊数的隶属函数

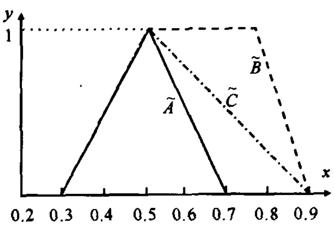

图 3 Set2 模糊数的隶属函数

取 $a=e$，利用本文所提出的方法，对于 Set1 有 $w_1^{\frac{1}{2}}(e) = 0.2697, w_2^{\frac{1}{2}}(e) = 0.3378, w_3^{\frac{1}{2}}(e) = 0.3925$，即有 $\tilde{A} < \tilde{B} < \tilde{C}$；对于 Set2 有 $w_1^{\frac{1}{2}}(e) = 0.3097, w_2^{\frac{1}{2}}(e) = 0.3509, w_3^{\frac{1}{2}}(e) = 0.3394$，即有 $\tilde{A} < \tilde{C} < \tilde{B}$.

由表 2 可知，对于 Set1，利用文献[10]的方法不能分辨 $\tilde{A}$ 和 $\tilde{B}$，利用文献[11]的方法得到的结果认为 $\tilde{C} < \tilde{A}$，用文献[12]的方法得到结果是 $\tilde{B} < \tilde{A}$，但是从直观上看，$\tilde{A} < \tilde{B} < \tilde{C}$ 更为合理. 对于 Set2，利用文献[8～10]所提出的方法都认为 $\tilde{B} < \tilde{C}$，但是从直观上看，$\tilde{C} < \tilde{B}$ 更为合理.

4 结束语

本文针对不确定性 L-R 型模糊数的多属性决策问题给出新的排序方法，首先比较两个 L-R 型模糊数的左、右扩张函数的距离，定义 L-R 型模糊数的左、右优势度，进一步考虑决策者的决策态度，给出综合优势度. 通过构造一致性判断矩阵，计算每个模糊数相对于其它模糊数综合优势度的几何平均值来确定各个模糊数的排序向量. 实例验证结果表明，该方法在一定程度上克服了现有排序方法的缺陷.

参考文献：

[1] Chen Shyiming, Chen Jimho. Fuzzy risk analysis based on ranking generalized numbers with different heights and different spreads [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36: 6309-6317.

[2] Chen Shyiming, Wang Chihhuang. Fuzzy risk analysis based on ranking fuzzy numbers using cuts belief features and signal/noise ratios [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36: 5576-5581.

[3] Chen Chichi, Tang Huichin. Ranking nonnormalnorms trapezoidal fuzzy numbers with integral value [J]. Comprters and Mathematics with Applications, 2008, 56: 2340-2346.

[4] Wei Shihhua, Chen Shyiming. A new approach for fuzzy risk analysis based on similarity measures of generalized fuzzy unmbers [J]. Espert Systems with Applications, 2009, 36: 589-598.

[5] Chen Lianghsuan, Lu Haiwen. An approximate approach for ranking fuzzy numbers based on left and right domiance[J]. Computers with Applications, 2001, 41: 1589-1602.

[6] Dubois D, Prade H. Operations on fuzzy numbers[J]. Internat Journal of Systems Science, 1978, 9: 613-626.

[7] Abbasbandy S, Asady B. Rinking of fuzzy numbers by sign dsitance [J]. Informatiom Sciences, 2006, 176: 2405-2416.

[8] Choobineh, Li Huishen. Ranking fuzzy multicriteria alternatives with respect to a decision maker's fuzzy goal[J]. Information Sciences, 1993, 72: 143-155.

[9] Yager R P. Ranking fuzzy subsets over the unit interval[J]. Proc, 1978: 1435-1437.

[10] Baldwin J F, Guild N C F. Comparison of fuzzy sets on the same decision space[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1979, 2: 213-231.

[11] Wang Yujie, Lee Hsuanshih. The revised method of ranking numbers with an area between the centroid and original points [J]. Cumputers and Mathematics with Applications, 2008, 55: 2033-2042.

[12] Cheng C H. A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 95: 307-317.

（责任编辑：尹　闯）