广西科学院学报 2012,28(2):102～105
Journal of Guangxi Academy of Sciences Vol. 28,No. 2 May 2012

具 Holling Ⅱ 型功能反应函数的捕食者-食饵模型的周期解存在性

The Existence of Periodic Solution for a Predator-prey System with Holling Type Ⅱ Functional Response

杨起群
YANG Qi-qun

(桂林师范高等专科学校教育与管理系,广西桂林 541002)
(Education and Management Department of Guilin Normal College,Guilin,Guangxi,541002,China)

摘要:通过引用重合度定理,给出具有 Holling Ⅱ 型功能反应函数的三种群比率依赖的捕食者-食饵模型至少存在一个正周期解的充分条件.

关键词:捕食-食饵模型 周期解 Holling Ⅱ 功能反应函数 重合度定理

中图法分类号:O175.1 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-7378(2012)02-0102-04

Abstract:Sufficient conditions for existing at least one positive periodic solution of a class of ratio-dependent predator-prey system with Holling type Ⅱ functional response are established by using the coincidence degree theory.

Key words:predator-prey system,periodic solution,Holling type Ⅱ functional response,coincidence degree theory

捕食者种群和被捕食者种群间的动力学关系一直都是生态学和数学生态学领域中非常重要的课题.捕食-食饵模型的动力学分析在生物数学中具有重要意义,并已经被许多学者研究[1~3].对于生物模型,人们讨论得比较多并且能够得出较好结果的都是自治系统.实际上,非自治系统往往更符合客观实际.通过引用重合度定理,给出具有 Holling Ⅱ 型功能反应函数的三种群比率依赖的捕食者-食饵模型至少存在一个正周期解的充分条件.

1 系统的描述

具有 Holling Ⅱ 型功能反应函数的捕食者-食饵模型为:

$$\begin{cases} x_1'(t)=x_1(t)[a_1(t)-b_1(t)x_1(t)]- \\ \qquad \dfrac{c_1x_1(t)y(t)}{my(t)+x_1(t)}, \\ x_2'(t)=x_2(t)[a_2(t)-b_2(t)x_2(t)]- \\ \qquad \dfrac{c_2x_2(t)y(t)}{my(t)+x_2(t)}, \\ y'(t)=y(t)[\dfrac{ex_1(t)}{my(t)+x_1(t)}+ \\ \qquad \dfrac{ex_2(t)}{my(t)+x_1(t)}-d(t)]. \end{cases} \tag{1.1}$$

模型具有初始条件 $x_i(s)=y(s)=\phi_i(s),s\in(-\infty,0],\phi_i(0)>0,i=1,2,3$.其中 $x_i(t)(i=1,2,3)$ 分别代表两个被捕食者的种群密度,$y(t)$ 代表捕食者的种群密度.$\phi_i(i=1,2,3)$ 是连续有界函数;$a_1(t)$,$b_1(t)$,$c_1(t)$,$a_2(t)$,$b_2(t)$,$c_2(t)$,$d(t)$ 都是严格正的、连续的、周期为 ω 的周期函数,且 $\omega>0$,$m>0$.$a_1(t)$,$a_2(t)$ 分别代表两个被捕食者的种群出生率,$b_1(t)$,$b_2(t)$ 分别表示两个被捕食者的种群死亡率,$c_1(t)$,$c_2(t)$ 分别表示捕食者的捕食率,$d(t)$ 表示捕食者的死亡率,m 表示捕食者的半饱和率.

收稿日期:2011-10-31
修回日期:2011-12-06
作者简介:杨起群(1970-),女,副教授,主要从事高等数学和数学教育的研究。

定义 $\bar{f}=\frac{1}{\omega}\int_0^\omega f(t)\mathrm{d}t, f^L=\min\limits_{t\in[0,\omega]}f(t), f^M=\max\limits_{t\in[0,\omega]}f(t)$.

2 周期解的存在性

引理 1[4] 设 X,Z 是 Banach 空间,L 是指标为零的 Fredholm 映射. $N:\bar{\Omega}\to Z$ 在 $\bar{\Omega}$ 上是 L- 紧的,其中 Ω 是 X 中的有界开集,进一步,假设

(a) 对任意 $\lambda\in(0,1), x\in\partial\Omega\cap\mathrm{Dom}L, Lx\neq\lambda Nx$;

(b) 对每一个 $x\in\partial\Omega\cap\mathrm{Ker}L, QNx\neq 0$, $\deg\{QNx,\Omega\cap\mathrm{Ker}L,0\}\neq 0$, 其中 $JQN:\mathrm{Ker}L\to\mathrm{Ker}L$.

则方程 $Lx=Nx$ 在 $\bar{\Omega}\cap\mathrm{Dom}L$ 中至少存在一个解.

定理 1 假设条件(A1)$m\bar{a}_1>\bar{b}_1, m\bar{a}_1-\bar{c}_1>0$;(A2)$m\bar{a}_2-\bar{c}_2>0$;(A3)$\bar{d}-1>0$;(A4)$2\bar{e}-1>0$ 成立,则方程组(1.1)至少存在一个正 ω 周期解.

证明 因为方程组(1.1)的解对所有 $t\geqslant 0$ 都为正,令 $x_1(t)=e^{u_1(t)}, x_2(t)=e^{u_2(t)}, y(t)=e^{u_3(t)}$,则方程组(1.1)转化为

$$\begin{cases}u_1'(t)=a_1(t)-b_1(t)e^{u_1(t)}-\dfrac{c_1e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}},\\ u_2'(t)=a_2(t)-b_2(t)e^{u_2(t)}-\dfrac{c_2e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}},\\ u_3'(t)=\dfrac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}+\dfrac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}-d(t).\end{cases}\tag{2.1}$$

容易看出,如果方程组(2.1)有一个周期解,则方程组(1.1)也有一个周期解. 对于方程组(2.1),取巴拿赫空间

$X=Y=\{(u_1(t),u_2(t),u_3(t))^T\in C(R,R^3): u_i(t+\omega)=u_i(t), i=1,2,3\}$,

$$\|(u_1(t),u_2(t),u_3(t))^T\|=\sum_{i=1}^3\max|u_i(t)|.$$

令 $L:\mathrm{Dom}L\cap X\to X, L(u_1(t),u_2(t),u_3(t))^T=(\frac{\mathrm{d}u_1(t)}{\mathrm{d}t},\frac{\mathrm{d}u_2(t)}{\mathrm{d}t},\frac{\mathrm{d}u_3(t)}{\mathrm{d}t})^T$,

其中 $\mathrm{Dom}L=\{(u_1(t),u_2(t),u_3(t))^T\in C^1(R,R^3)\}$ 和 $N:X\to X$.

$$N\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_1(t)-b_1(t)e^{u_1(t)}-\dfrac{c_1e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}\\ a_2(t)-b_2(t)e^{u_2(t)}-\dfrac{c_2e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}}\\ \dfrac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}+\dfrac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}-d(t)\end{bmatrix}.$$

定义两个映射 P,Q 为

$$P\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{bmatrix}=Q\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\omega}\int_0^\omega u_1(t)\mathrm{d}t\\ \frac{1}{\omega}\int_0^\omega u_2(t)\mathrm{d}t\\ \frac{1}{\omega}\int_0^\omega u_3(t)\mathrm{d}t\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{bmatrix}\in X=Y.$$

L 是一个零指标的 Fredholm 映射,P,Q 都是连续映射使得 $\mathrm{Im}\ P=\mathrm{Ker}L, \mathrm{Im}\ L=\mathrm{Ker}Q=\mathrm{Im}(I-Q)$, L_p 的嵌入 Z_p 有如下形式:

$\mathrm{Im}\ L\to\mathrm{Ker}\ P\cap\mathrm{Dom}L$,

$$Z_p(y)=\int_0^t y(s)-\frac{1}{\omega}\int_0^\omega\int_0^t y(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}t,$$

则 $QN:X\to Y$ 和 $Z_p(1-Q)N:X\to Y$ 写成

$QNx=$

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{\omega}\int_0^\omega[a_1(t)-b_1(t)e^{u_1(t)}-\dfrac{c_1e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}]\mathrm{d}t\\ \frac{1}{\omega}\int_0^\omega[a_2(t)-b_2(t)e^{u_2(t)}-\dfrac{c_2e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}}]\mathrm{d}t\\ \frac{1}{\omega}\int_0^\omega[\dfrac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}+\dfrac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}-d(t)]\mathrm{d}t\end{bmatrix},$$

$$Z_p(1-Q)Nx=\int_0^t Nx(s)\mathrm{d}s-\frac{1}{\omega}\int_0^\omega\int_0^t Nx(s)\cdot\mathrm{d}s\mathrm{d}t-(\frac{t}{\omega}-\frac{1}{2})\int_0^\omega Nx(s)\mathrm{d}s.$$

应用 Arzela - Ascoli 定理,任何开有界集 $\Omega\subset X$, $Z_p(1-Q)N(\bar{\Omega})$ 是紧的. $QN(\bar{\Omega})$ 是有界的. 因此,N 对任何有界集 $\Omega\subset X$ 在 $\bar{\Omega}$ 上是 L 紧的.

对应于算子方程 $Lx=\lambda Nx, \lambda\in(0,1)$,我们有

$$\begin{cases}u_1'(t)=\lambda[a_1(t)-b_1(t)e^{u_1(t)}-\\ \qquad\dfrac{c_1e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}],\\ u_2'(t)=\lambda[a_2(t)-b_2(t)e^{u_2(t)}-\\ \qquad\dfrac{c_2e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}}],\\ u_3'(t)=\lambda[\dfrac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}+\\ \qquad\dfrac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}-d(t)].\end{cases}\tag{2.2}$$

假定$(u_1(t),u_2(t),u_3(t))^T \in X$是方程组(2.2)在$\lambda \in (0,1)$取某一定值时的解.在区间$[0,\omega]$上对方程组(2.1)进行积分得到

$$\begin{cases}\int_0^\omega [b_1(t)e^{u_1(t)}+\frac{c_1e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}]dt = \\ \quad \int_0^\omega a_1(t)dt=\bar{a}_1\omega, \\ \int_0^\omega [b_2(t)e^{u_2(t)}+\frac{c_2e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}}]dt = \\ \quad \int_0^\omega a_2(t)dt=\bar{a}_2\omega, \\ \int_0^\omega [\frac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}+\frac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}]dt = \\ \quad \int_0^\omega d(t)dt=\bar{d}\omega. \end{cases} \tag{2.3}$$

由方程组(2.3),得到

$$\begin{cases}\int_0^\omega |u_1'(t)|dt \leqslant \int_0^\omega a_1(t)dt + \\ \quad \int_0^\omega [b_1(t)e^{u_1(t)}+\frac{c_1e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}]dt=2\bar{a}_1\omega, \\ \int_0^\omega |u_2'(t)|dt \leqslant \int_0^\omega a_2(t)dt + \\ \quad \int_0^\omega [b_2(t)e^{u_2(t)}+\frac{c_2e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}}]dt=2\bar{a}_2\omega, \\ \int_0^\omega |u_3'(t)|dt \leqslant \int_0^\omega d(t)dt + \\ \quad \int_0^\omega [\frac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}+\frac{ee^{u_2(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}}]dt=2\bar{d}\omega. \end{cases} \tag{2.4}$$

因为$u(t)=(u_1(t),u_2(t),u_3(t))^T \in X$,所以存在$\xi_i,\eta_i \in [0,\omega], i=1,2,3$,有

$$u_i(\eta_i)=\max_{t\in[0,\omega]} u_i(t), u_i(\xi_i)=\min_{t\in[0,\omega]} u_i(t), i=1,2,3. \tag{2.5}$$

现在对$u_1(t),u_2(t),u_3(t)$的范围进行估计,通过方程组(2.3),有

$$\bar{a}_1\omega = \int_0^\omega [b_1(t)e^{u_1(t)}+\frac{c_1e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}]dt \geqslant \int_0^\omega b_1(t)e^{u_1(t)}dt=\bar{b}_1\omega e^{u_1(\xi_1)},$$

即$u_1(\xi_1) \leqslant \ln\frac{\bar{a}_1}{\bar{b}_1}$.

由以上不等式,有

$$u_1(t) \leqslant u_1(\xi_1)+\int_0^\omega |u_1'(t)|dt \leqslant \ln\frac{\bar{a}_1}{\bar{b}_1} + 2\bar{a}_1\omega := H_1. \tag{2.6}$$

另外,由方程组(2.3),又有

$$\bar{a}_1\omega - \int_0^\omega b_1(t)e^{u_1(t)}dt = \int_0^\omega \frac{c_1e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}dt \leqslant \frac{\bar{c}_1}{m}\omega,$$

即$u_1(\eta_1) \geqslant \ln\frac{\bar{a}_1m-\bar{c}_1}{m\bar{b}_1}$.

由以上的计算,得到如下不等式

$$u_1(t) \geqslant u_1(\eta_1) - \int_0^\omega |u_1'(t)|dt \geqslant \ln\frac{m\bar{a}_1-\bar{c}_1}{m\bar{b}_1} - 2\bar{a}_1\omega := H_2. \tag{2.7}$$

由方程组(2.3)知

$$\bar{a}_2\omega = \int_0^\omega [b_2(t)e^{u_2(t)}+\frac{c_2e^{u_2(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}}]dt \geqslant \int_0^\omega b_2(t)e^{u_2(t)}dt=\bar{b}_2\omega e^{u_2(\xi_2)},$$

即

$$u_2(\xi_2) \leqslant \ln\frac{\bar{a}_2}{\bar{b}_2},$$

$$u_2(t) \leqslant u_2(\xi_2)+\int_0^\omega |u_2'(t)|dt \leqslant \ln\frac{\bar{a}_2}{\bar{b}_2} + 2\bar{a}_2\omega := H_3\bar{a}_2\omega - \int_0^\omega b_2(t)e^{u_2(t)}dt = \int_0^\omega \frac{c_2e^{u_3(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}}dt \leqslant \frac{\bar{c}_2}{m}\omega,$$

即解得

$$u_2(\eta_2) \geqslant \ln\frac{\bar{a}_2m-\bar{c}_2}{m\bar{b}_2},$$

$$u_2(t) \geqslant u_2(\eta_2) - \int_0^\omega |u_2'(t)|dt \geqslant \ln\frac{m\bar{a}_2-\bar{c}_2}{m\bar{b}_2} - 2\bar{a}_2\omega := H_4.$$

令

$$B_1=\max\{|H_1|,|H_2|\}, B_2=\max\{|H_3|,|H_4|\}, \tag{2.8}$$

而由方程组(2.3)知

$$\int_0^\omega [\frac{ee^{u_1(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_1(t)}}+\frac{ee^{u_2(t)}}{me^{u_3(t)}+e^{u_2(t)}}]dt=\bar{d}\omega.$$

整理解方程

$$\frac{\bar{d}}{e}=\frac{e^{u_1(\xi)}}{me^{u_3(\xi)}+e^{u_1(\xi)}}+\frac{e^{u_2(\xi)}}{me^{u_3(\xi)}+e^{u_2(\xi)}},$$

取$B=\max[B_1,B_2]$,$B'=\min[B_1,B_2]$,则由下式

$$u_3(\xi) \leqslant \ln(\frac{\bar{d}-1}{me})e^B = \ln(\frac{\bar{d}-1}{me})+B, u_3(\eta) \geqslant \ln(\frac{2\bar{e}-1}{m\bar{d}})+B',$$

解得

$$u_3(t) \leqslant u_3(\xi)+\int_0^\omega |u_3'(t)|dt \leqslant \ln\frac{\bar{d}-1}{me} + B + 2\bar{d}\omega := H_5, \tag{2.9}$$

$$u_3(t) \geqslant u_3(\eta) - \int_0^\omega |u_3'(t)| \mathrm{d}t \geqslant \ln(\frac{2\bar{e}-1}{m\bar{d}}) + B' - 2\bar{d}\omega := H_6, \tag{2.10}$$

可以求得

$$B_3 = \max\{|H_5|, |H_6|\}. \tag{2.11}$$

综上所得结果,有 $\max\limits_{t\in[0,\omega]} |u_i(t)| \leqslant B_i, i=1,2,3.$

显然,B_1,B_2 和 B_3 的值不依赖于 λ,并且有

$$|u_1(t)| + |u_2(t)| + |u_3(t)| \leqslant B_1 + B_2 + B_3 < R_1.$$

当 $(u_1,u_2,u_3)^T$ 是方程组:

$$\begin{cases} \bar{a}_1 - \bar{b}_1 e^{u_1} - \dfrac{\bar{c}_1 e^{u_1}}{me^{u_3}+e^{u_1}} = 0, \\ \bar{a}_2 - \bar{b}_2 e^{u_2} - \dfrac{\bar{c}_2 e^{u_2}}{me^{u_3}+e^{u_2}} = 0, \\ \dfrac{ee^{u_1}}{me^{u_3}+e^{u_1}} + \dfrac{ee^{u_2}}{me^{u_3}+e^{u_2}} - \bar{d} = 0, \end{cases}$$

的常数解时,由以上计算,我们有

$$\bar{b}_1 e^{u_1} \leqslant \bar{a}_1 \Rightarrow u_1 \leqslant \ln\frac{\bar{a}_1}{\bar{b}_1},\ \bar{b}_1 e^{u_1} \geqslant \bar{a}_1 - \frac{\bar{c}_1}{m} \Rightarrow u_1 \geqslant \ln\frac{m\bar{a}_1 - \bar{c}_1}{m\bar{b}_1}.$$

因此 $|u_1(t)| \leqslant \max\{|\ln\frac{\bar{a}_1}{\bar{b}_1}|, |\ln\frac{m\bar{a}_1-\bar{c}_1}{m\bar{b}_1}|\} := H_7.$

由 $\bar{b}_2 e^{u_2} \leqslant \bar{a}_2 \Rightarrow u_2 \leqslant \ln\frac{\bar{a}_2}{\bar{b}_2}, \bar{b}_2 e^{u_2} \geqslant \bar{a}_2 - \frac{\bar{c}_2}{m} \Rightarrow u_2 \geqslant \ln\frac{m\bar{a}_2-\bar{c}_2}{m\bar{b}_2}$,

得 $|u_2(t)| \leqslant \max\{|\ln\frac{\bar{a}_2}{\bar{b}_2}|, |\ln\frac{m\bar{a}_2-\bar{c}_2}{m\bar{b}_2}|\} := H_8.$

根据以上讨论,有 $|u_1| + |u_2| + |u_3| \leqslant H_7 + H_8 + H_9 < R^2.$

现在,令 $\Omega = \{(u_1(t),u_2(t),u_3(t))^T \in X: \|(u_1,u_2,u_3)^T\| < R_1 + R_1\}$,这满足引理 1 的条件(a). 当 $(u_1(t),u_2(t),u_3(t))^T \in \partial\Omega \cap \mathrm{Ker}\,L = \partial\Omega \cap R^3$,$(u_1,u_2,u_3)^T$ 是满足 $|u_1| + |u_2| + |u_3| = R_1 + R_2$ 的实向量. 明显的,

$$QN\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{a}_1 - \bar{b}_1 e^{u_1} - \dfrac{\bar{c}_1 e^{u_1}}{me^{u_3}+e^{u_1}} \\ \bar{a}_2 - \bar{b}_2 e^{u_2} - \dfrac{\bar{c}_2 e^{u_2}}{me^{u_3}+e^{u_2}} \\ \dfrac{ee^{u_1}}{me^{u_3}+e^{u_1}} + \dfrac{ee^{u_2}}{me^{u_3}+e^{u_2}} - \bar{d} \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

则引理 1 的条件(b) 被满足.

定义映射 ϕ:$\mathrm{Dom}L \cap \mathrm{Ker}\,L \times [0,1] \to X$ 为

$$\phi(u_1,u_2,u_3,\mu) = \begin{bmatrix} \bar{a}_1 - \bar{b}_1 e^{u_1} \\ \bar{a}_2 - \bar{b}_2 e^{u_2} \\ \dfrac{ee^{u_1}}{me^{u_3}+e^{u_1}} + \dfrac{ee^{u_2}}{me^{u_3}+e^{u_2}} \end{bmatrix} + \mu\begin{bmatrix} -\dfrac{\bar{c}_1 e^{u_1}}{me^{u_3}+e^{u_1}} \\ -\dfrac{\bar{c}_2 e^{u_2}}{me^{u_3}+e^{u_2}} \\ -\bar{d} \end{bmatrix}.$$

其中 $\mu \in [0,1]$ 是一个参数,当 $(u_1(t),u_2(t),u_3(t))^T \in \partial\Omega \cap R^3 = \partial\Omega \cap R^3$,$(u_1,u_2,u_3)^T$ 是一个满足 $\|(u_1,u_2,u_3)^T\| = R_1 + R_2$ 的常向量时,知道在 $\partial\Omega \cap \mathrm{Ker}\,L$ 上 $\phi(u_1,u_2,u_3) \neq (0,0,0)^T$. 因此,由拓扑度的同伦不变性定理,得到

$$\deg(JQN(u_1,u_2,u_3)^T, \Omega \cap \mathrm{Ker}\,L, (0,0,0)^T) = \deg(\phi(u_1,u_2,u_3,1)^T, \Omega \cap \mathrm{Ker}\,L, (0,0,0)^T) = \deg(\phi(u_1,u_2,u_3,0)^T, \Omega \cap \mathrm{Ker}\,L, (0,0,0)^T) = \deg((\bar{a}_1 - \bar{b}_1 e^{u_1}, \bar{a}_2 - \bar{b}_2 e^{u_2}, \frac{ee^{u_1}}{me^{u_3}+e^{u_1}} + \frac{ee^{u_2}}{me^{u_3}+e^{u_2}})^T, \Omega \cap \mathrm{Ker}\,L, (0,0,0)^T).$$

由条件(A1) 和(A3),方程组(2.1) 有唯一解 $(u_1^*,u_2^*,u_3^*)^T \in \Omega \cap \mathrm{Ker}\,L$,因此 $\deg(JQN(u_1,u_2,u_3)^T, \Omega \cap \mathrm{Ker}\,L, (0,0,0)^T) \neq 0.$

以上,已经证明方程组(2.1) 满足引理 1 的所有条件. 因此,方程组(2.1) 至少有一个 ω 周期解. 进一步,方程组(1.1) 至少有一个正 ω 周期解.

参考文献:

[1] 董士杰,朱玉峻. 基于比率的两种群捕食者-食饵系统的周期解[J]. 河北科技大学学报,2004,25(1):1-7.

[2] 孙树林,原存德. 具有扩散和比率依赖的三种群混合模型的分析[J]. 系统科学与数学,2005,25(1):87-95.

[3] 张正球,王志成. 基于比率的三种群捕食者-食饵扩散系统的周期解[J]. 数学学报,2004,47(1): 531-540.

[4] Gaines R E, Mawhin J L. Coincidence degree and nonlinear differential equations[J]. Berlin: Springer-Verlag, 1977:43-56.

(责任编辑:陈小玲)